



DIPARTIMENTO  
DI MATEMATICA  
GIUSEPPE PEANO  
UNIVERSITÀ DI TORINO



*Modellizzare il cambiamento: le radici  
cognitive e culturali della matematica e della  
scienza*

Ferdinando Arzarello  
Dipartimento di Matematica, Università di Torino

**DI.FI.MA. 2017**

**Matematica e Fisica nelle Istituzioni:  
curriculum, valutazione, sperimentazione**

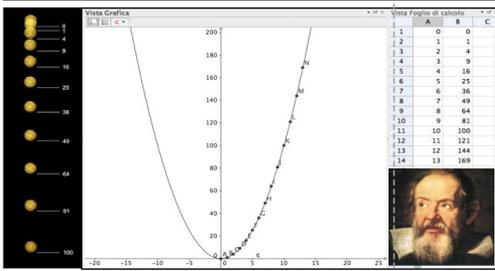
**Torino, 17 ottobre 2017**

*La competenza matematica è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di **problemi in situazioni quotidiane**. Partendo da una solida padronanza delle competenze aritmetico-matematiche, l'accento è posto sugli aspetti del processo e dell'attività oltre che su quelli della conoscenza. La competenza matematica comporta, in misura variabile, la capacità e la disponibilità a usare **modelli matematici di pensiero (pensiero logico e spaziale) e di presentazione (formule, modelli, schemi, grafici, rappresentazioni)**.*

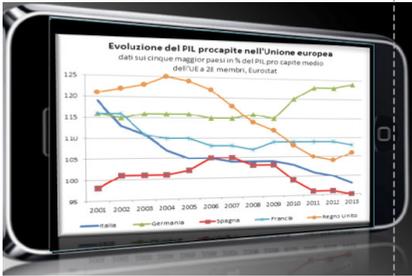
*La competenza in campo scientifico si riferisce alla capacità e alla disponibilità a usare l'insieme delle conoscenze e delle metodologie possedute per **spiegare il mondo** che ci circonda sapendo identificare le problematiche e traendo le conclusioni che siano basate **su fatti comprovati**.*

***La competenza in campo tecnologico è considerata l'applicazione di tale conoscenza e metodologia per dare risposta ai desideri o bisogni avvertiti dagli esseri umani. La competenza in campo scientifico e tecnologico comporta la comprensione dei cambiamenti determinati dall'attività umana e la consapevolezza della responsabilità di ciascun cittadino.***

# Quadro Istituzionale

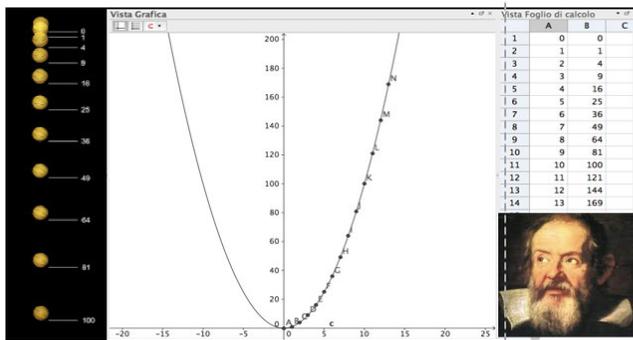


**Modellizzare il cambiamento: le radici cognitive e culturali della matematica e della scienza**

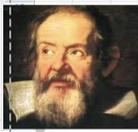


**CONOSCENZE (Unità Epistemica)**

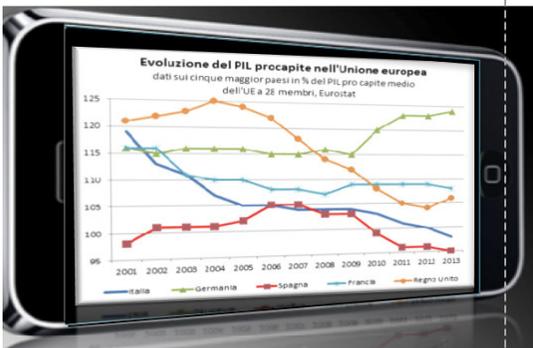




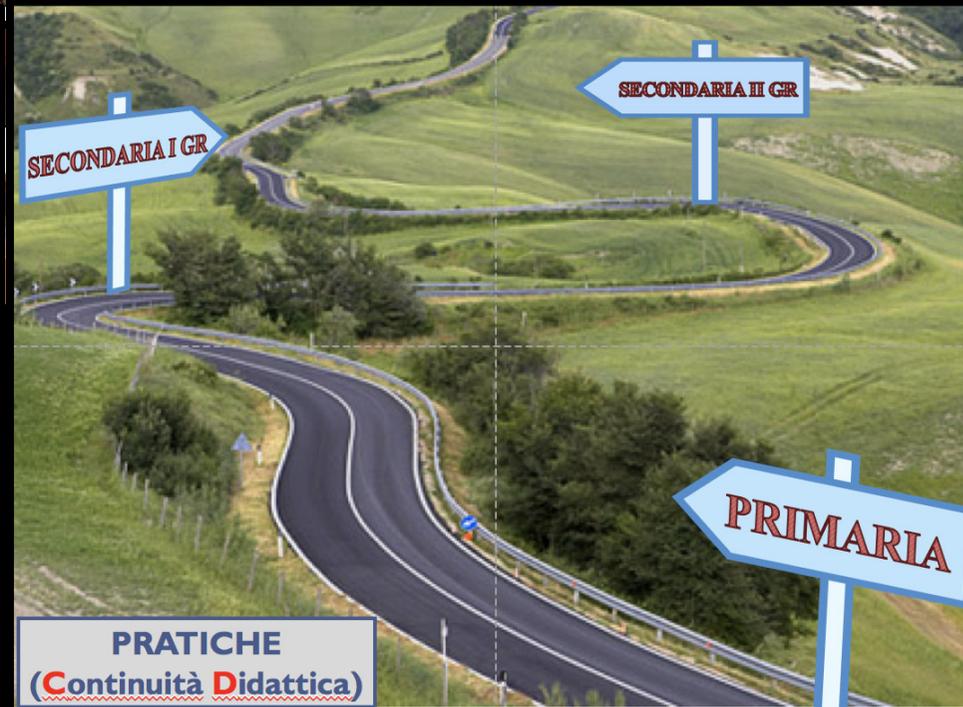
**Modellizzare il cambiamento: le radici cognitive e culturali della matematica e della scienza**



**Obiettivo:  
imparare a  
sviluppare il  
senso  
matematico**



**CONOSCENZE  
(Unità Epistemica)**





# Esempi

# Rappresentazioni e Modelli

• Noi pensiamo comunemente in termini di modelli perché con le loro rappresentazioni e le attività che si fanno con queste forniscono il processo di ragionamento con gli elementi strutturanti e stimolanti necessari al suo corso creativo.

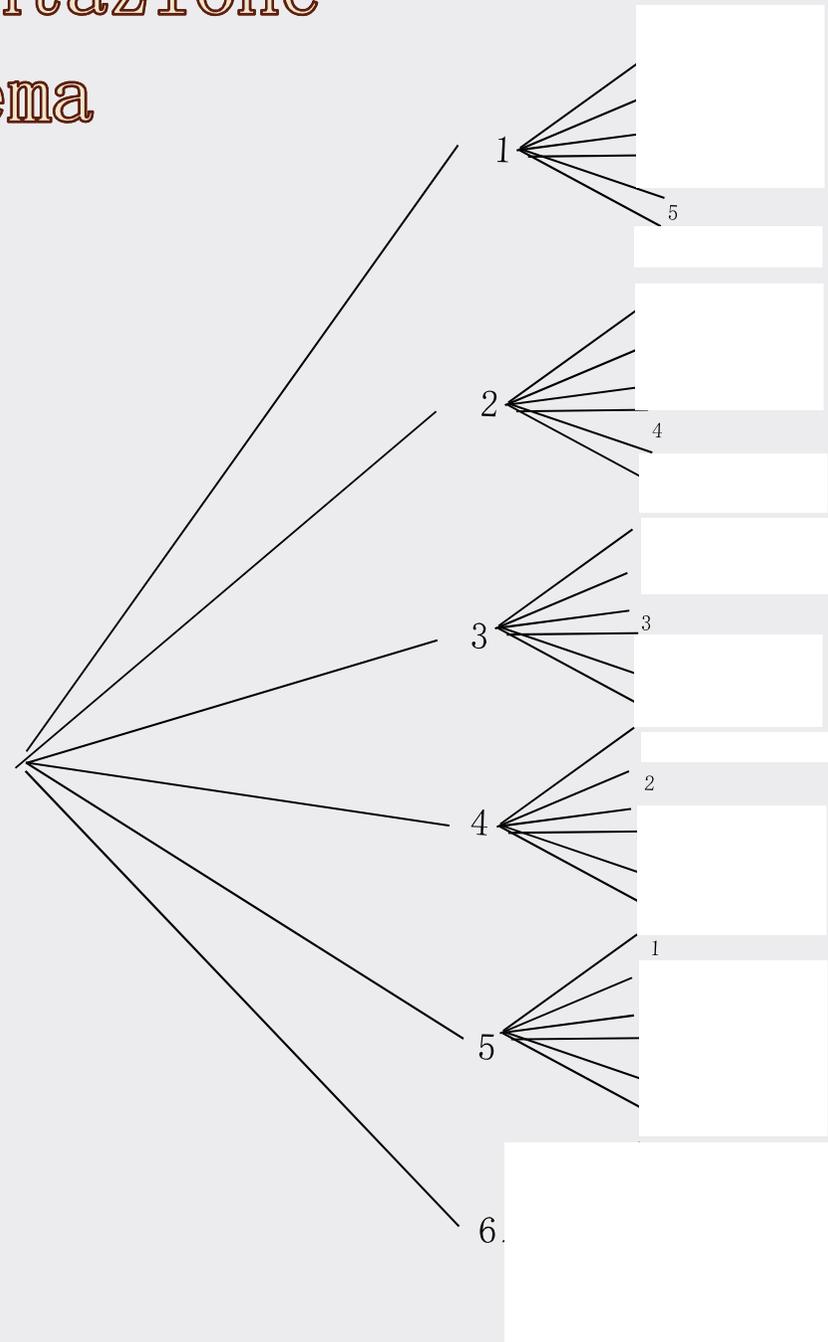
*La matematica come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo. (Indicazioni)*

# Esempio 1

Se lancio due dadi in quanti modi posso ottenere somma 6?



# Una 1<sup>a</sup> rappresentazione del problema





## 2<sup>a</sup> Rappresentazione

Somma dadi	Combinazioni	N
2	(1, 1)	1
3	(1, 2) (2, 1)	2
4	(1, 3) (2, 2) (3, 1)	3
5	(1, 4) (2, 3) (3, 2) (4, 1)	4
6	(1, 5) (2, 4) (3, 3) (4, 2) (5, 1)	5
7	(1, 6) (2, 5) (3, 4) (4, 3) (5, 2) (6, 1)	6
8	(2, 6) (3, 5) (4, 4) (5, 3) (6, 2)	5
9	(3, 6) (4, 5) (5, 4) (6, 3)	4
10	(4, 6) (5, 5) (6, 4)	3
11	(5, 6) (6, 5)	2
12	(6, 6)	1



## 3<sup>a</sup> Rappresentazione

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

# Modelli e **Analogie**

- Il processo di ragionamento può ulteriormente svilupparsi alimentato da analogie con situazioni simili.

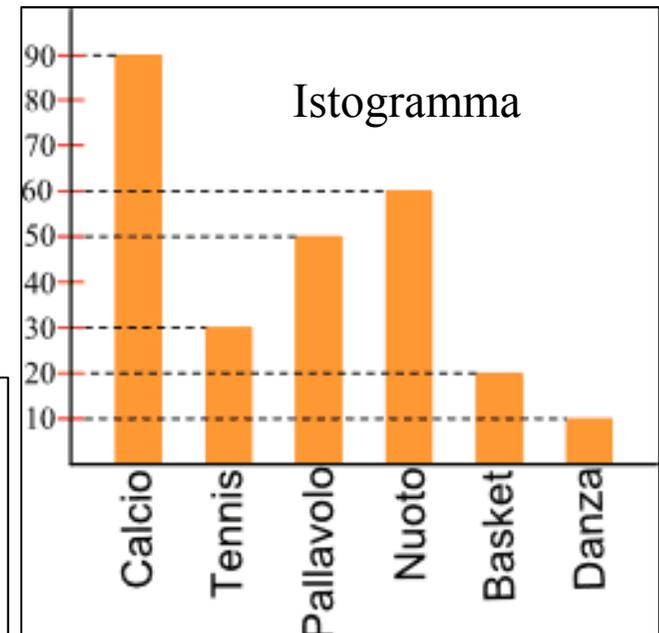
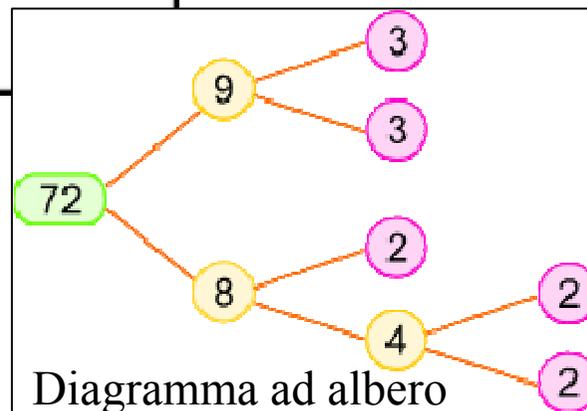
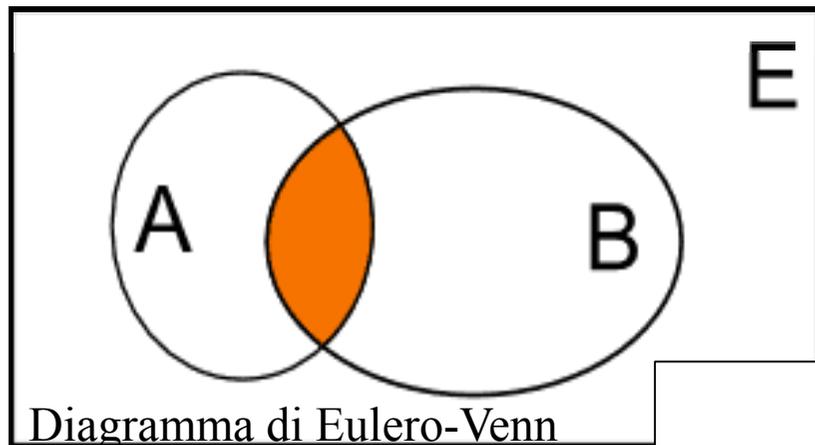
Se lancio **tre, quattro,...**  $N$  dadi in quanti modi posso ottenere somma **6** ( $K$ )?



# Modelli e Diagrammi

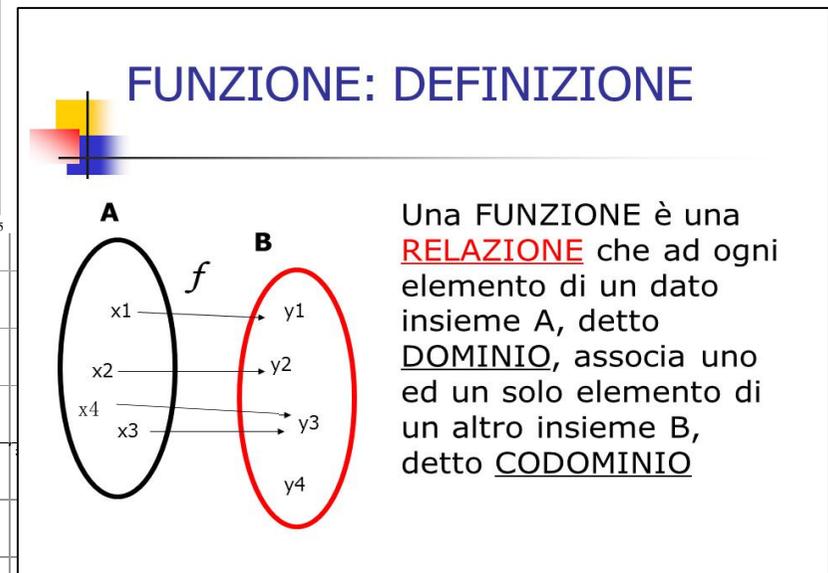
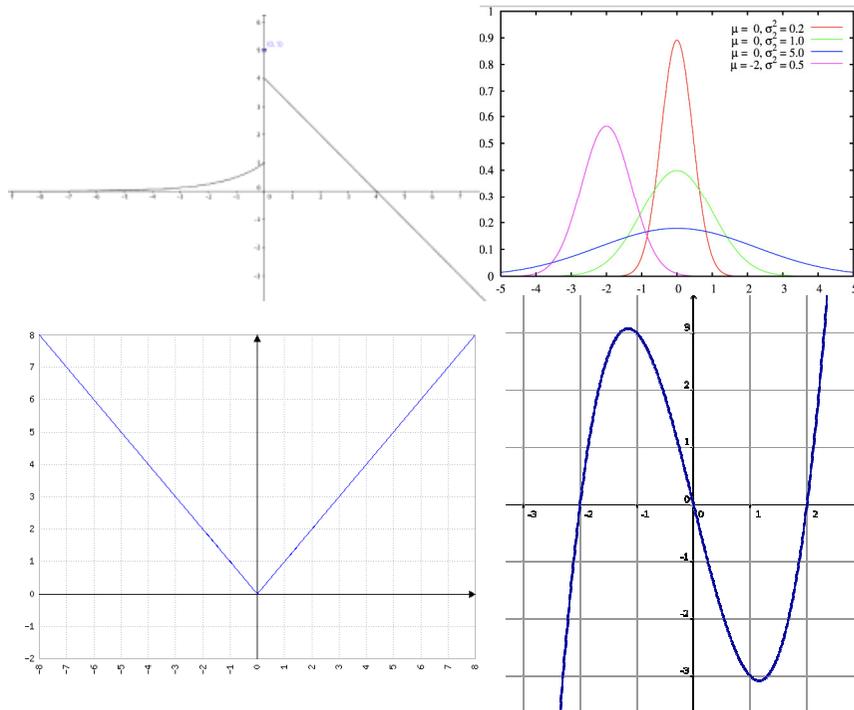
Una categoria di modelli importante per stimolare/supportare il ragionamento matematico è quella dei diagrammi.

In linea generale, i diagrammi sono rappresentazioni grafiche dei fenomeni e delle loro relazioni.



# Funzioni e Modelli

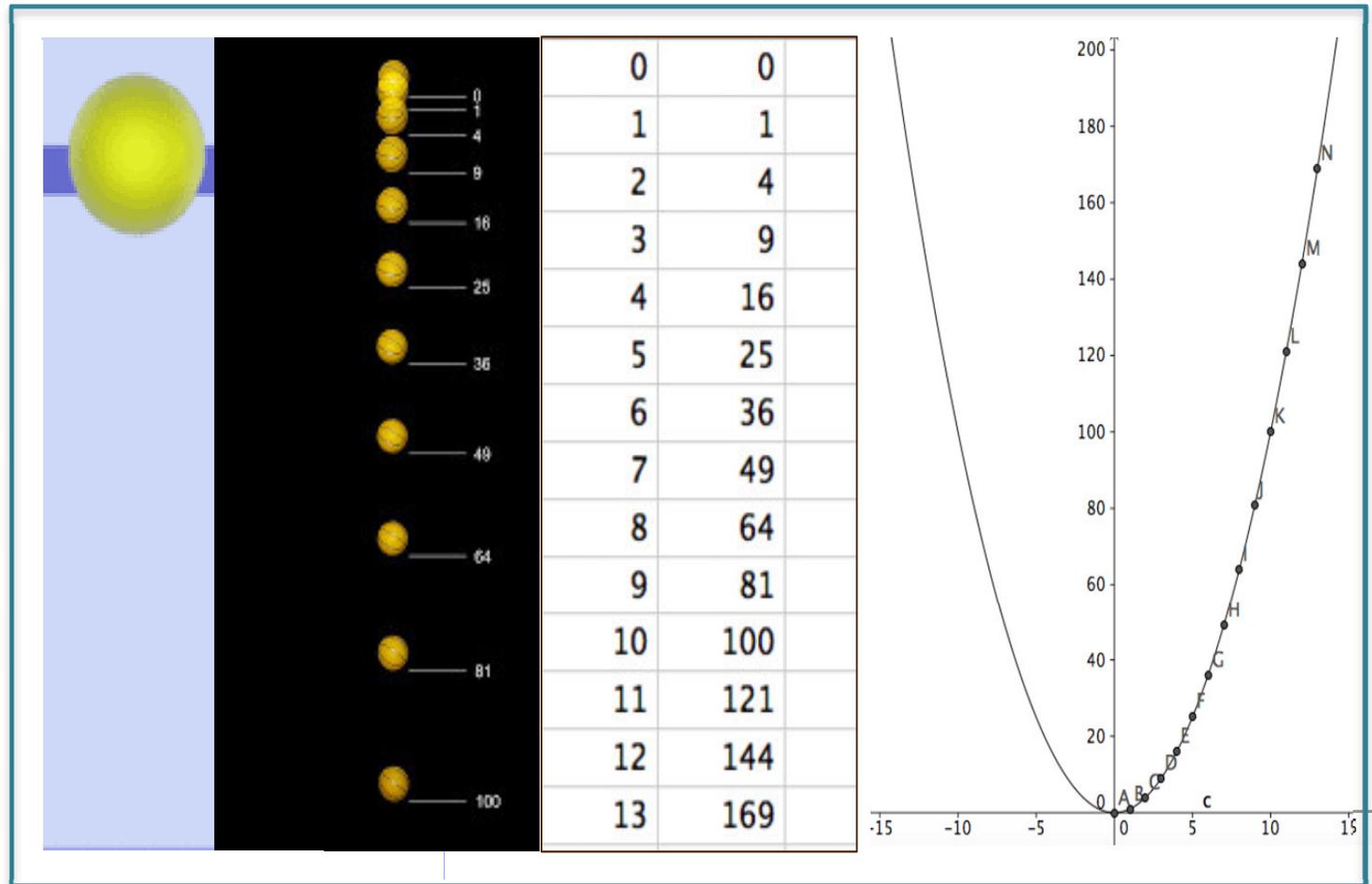
Un tipo particolarmente importante di diagrammi utili nel processo di modellizzazione sono i grafici che rappresentano le funzioni.



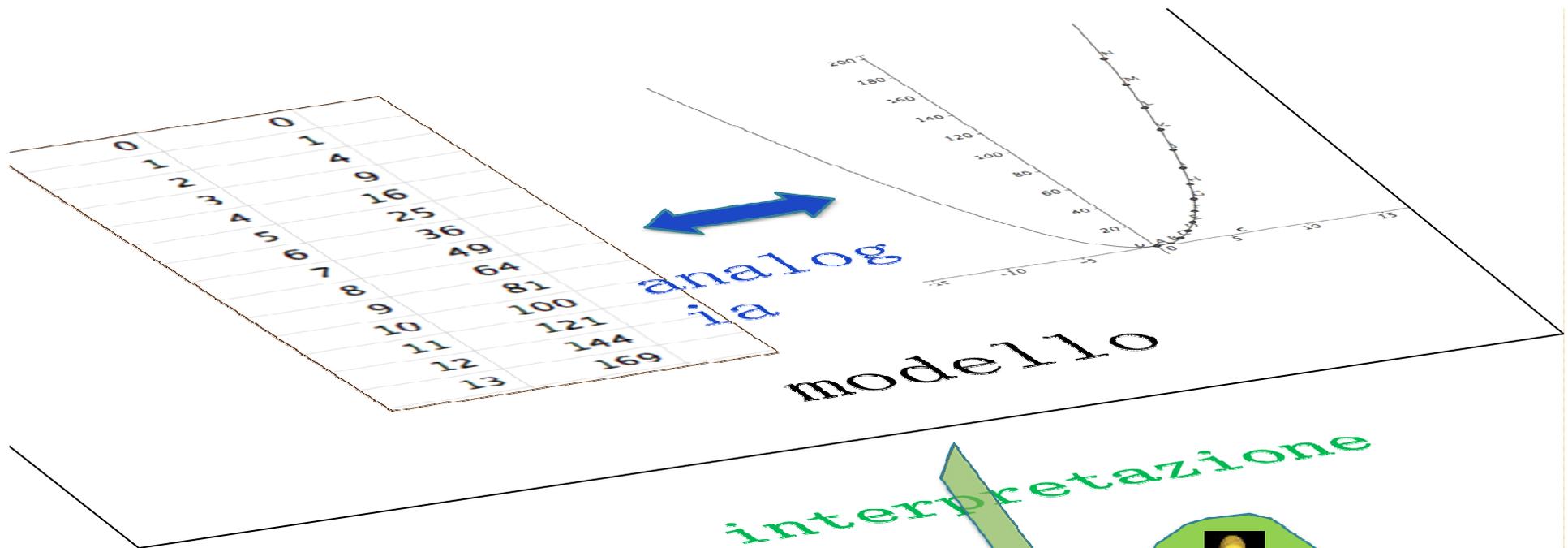


Nel caso delle funzioni la corrispondenza tra l'originale e il modello non è acquisita direttamente come effetto di una similitudine naturale (come avviene nelle analogie e spesso nei diagrammi).

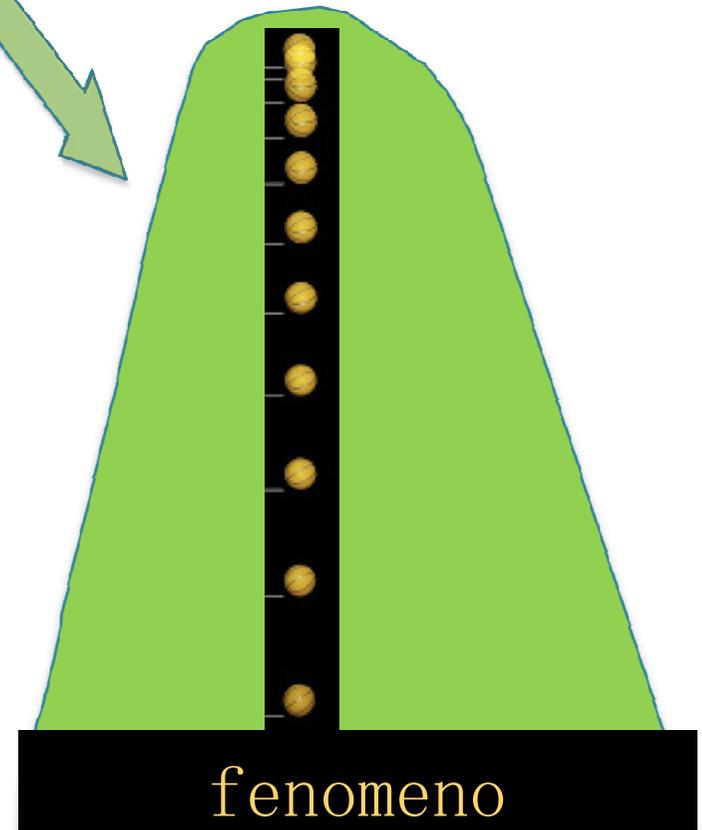
Se si considera, ad esempio, il grafico che rappresenta la relazione tra tempo e spazio nel caso della caduta dei gravi non esiste una somiglianza diretta e sensoriale tra il fenomeno della caduta e la forma del grafico.



L'analogia è piuttosto tra l'espressione numerica del rispettivo fenomeno e la sua rappresentazione grafica (che è spaziale).



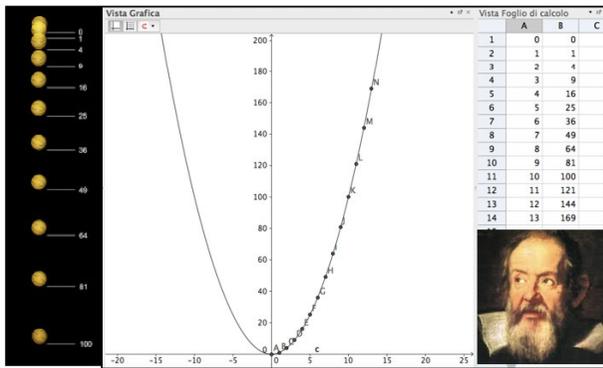
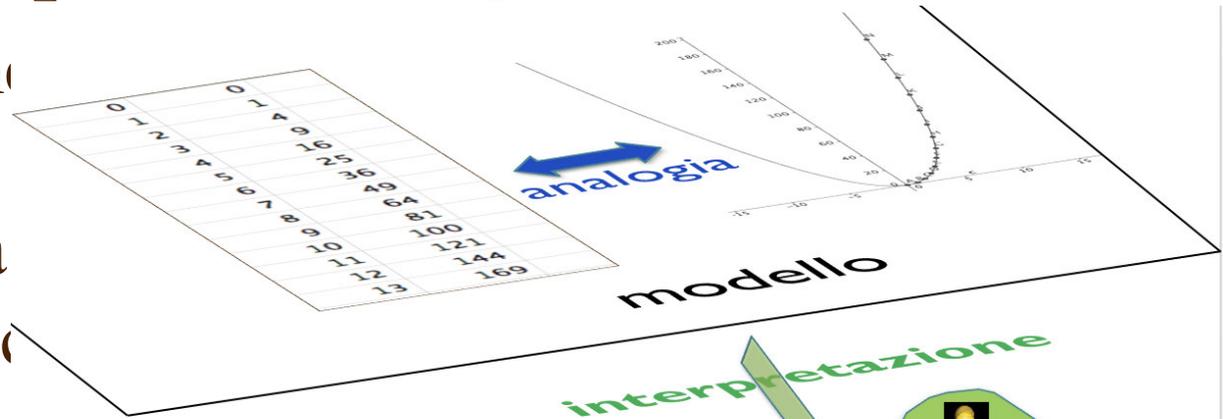
interpretazione



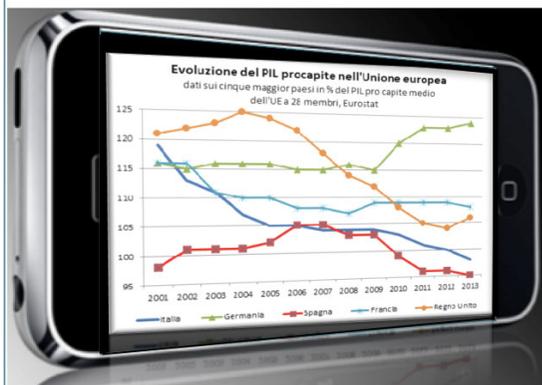
C'è un **salto cognitivo ed epistemico** tra i due (modello / fenomeno).  
 Questo pone un problema didattico:  
 come affrontare questo salto in classe?

# Un'ipotesi a fior d'attico più o esile e meno di partito unito:

- Trovare un modello (epistemico e punto di vista) L'obiettivo è un dispositivo in



**Modellizzare il cambiamento: le radici cognitive e culturali della matematica e della scienza**



**CONOSCENZE (Unità Epistemica)**



zione grafica.

fenomeno originale

fenomeno originale



# Fenomeni di cambiamento



● Il correlativo cognitivo del **cambiamento** è l'attenzione a ciò che cambia, a come cambia e a ciò che rimane invariante in una situazione.

Il correlativo matematico del cambiamento è l'attenzione non solo ai **valori** quantitativi, al modo di **rappresentarli e manipolarli** per ragionarci, ma anche a come cambiano le loro **differenze** (“fa caldo”, “ora fa più caldo di prima”, “fa sempre più caldo”).