

LA PROBABILITÀ ESISTE?

ALESSIO DRIVET

DI.FI.MA. 2017

IL RAPPORTO TRA REALE E PROBABILE

- Il rapporto tra reale e probabile costituisce un problema ancora irrisolto. “Le probabilità sono relative all’osservatore (probabilità soggettive) o al mondo (probabilità oggettive)? Esprimono un grado di fiducia (o di mancanza di conoscenze) del soggetto o un genere di conoscenza (una caratteristica delle cose)?”.

Esposito E., (2008). *Probabilità improbabili: la realtà della finzione nella società moderna*, Melterni

PROBABILITÀ A SCUOLA

- “Ora, non è una novità affermare che la scuola odierna, in generale, predilige l’apprendimento algoritmico e, in misura minore, quello concettuale. Basta fare il giro delle classi per rendersi conto di quello che gli insegnanti esigono prioritariamente dai propri allievi: acquisire automatismi, saper eseguire, conoscere schemi risolutivi di determinate classi di problemi, recitare definizioni ed enunciati di teoremi, ecc.”.

Arrigo G., (2010). *Le misconcezioni degli allievi di scuola primaria relative al concetto di probabilità matematica. Rapporto di ricerca*, Bollettino dei docenti di Matematica. Bellinzona

- L’aspetto forse più preoccupante è che la didattica relativa alla probabilità spesso non esce dalla proposizione di esercizi basati su estrazioni (carte, palline) o lanci (monete, dadi) quando il mondo in cui viviamo è intriso di aleatorietà da cui si possono estrarre esempi concreti molto interessanti e rilevanti.
- “Vi siete mai chiesti perché gli autobus arrivano sempre tre alla volta? Da bambini avete mai provato la delusione di non riuscire a trovare un quadrifoglio?”

Eastaway R. & Windham J., (2003). *Probabilità, numeri e code*, Dedalo



DE FINETTI

- Bruno de Finetti alla domanda che cos'è la probabilità? era solito rispondere: la probabilità non esiste!.

de Finetti B., (1930). *Fondamenti logici del ragionamento probabilistico*, Bollettino UMI, 9

- Naturalmente la sua “provocazione” si riferiva al dibattito tra probabilità oggettiva e soggettiva.
- In questa sede si vuole leggere questa “provocazione” in modo alquanto diverso, in particolare esaminando il problema da due punti di vista:
 - a) La probabilità come livello di ignoranza e non di incertezza;
 - b) La probabilità come essenza del mondo reale.

LA PROBABILITÀ COME LIVELLO DI IGNORANZA E NON DI INCERTEZZA

Classifichiamo i problemi non in base alla probabilità, ma al grado di ignoranza

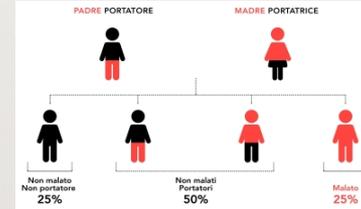
Poincaré HY., (1902). *La science et l'hypothèse*, Flammarion

- a) Primo livello: abbiamo le informazioni sufficienti e conosciamo le leggi che guidano il fenomeno, quindi si può determinare il risultato del problema.
 - Lasciamo cadere un gessetto, in questo caso siamo in grado di prevedere che questo cadrà al suolo con una certa velocità v dopo n secondi, il fenomeno è deterministico.
- b) Secondo livello: conosciamo le leggi ma non possiamo determinare con esattezza le condizioni iniziali.
 - Lanciamo una moneta, in teoria conoscendo la velocità di lancio e la rotazione impressa dovremmo essere in grado di prevedere il risultato, ma questo non avviene e possiamo solo stabilire qual è la probabilità che esca una determinata faccia.
- c) Terzo livello: non controlliamo lo stato iniziale e le leggi ci sono ignote oppure difficilmente definite.
 - Facciamo cadere una goccia di inchiostro in un bicchiere d'acqua e vogliamo predire il comportamento delle molecole, qui le cose si complicano, possiamo solo prevedere l'effetto finale

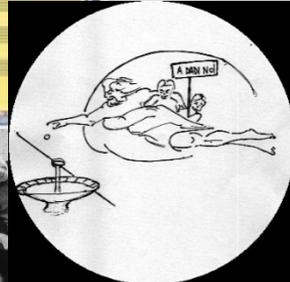
LA PROBABILITÀ COME ESSENZA DEL MONDO REALE

• Alcuni ambiti di utilizzo:

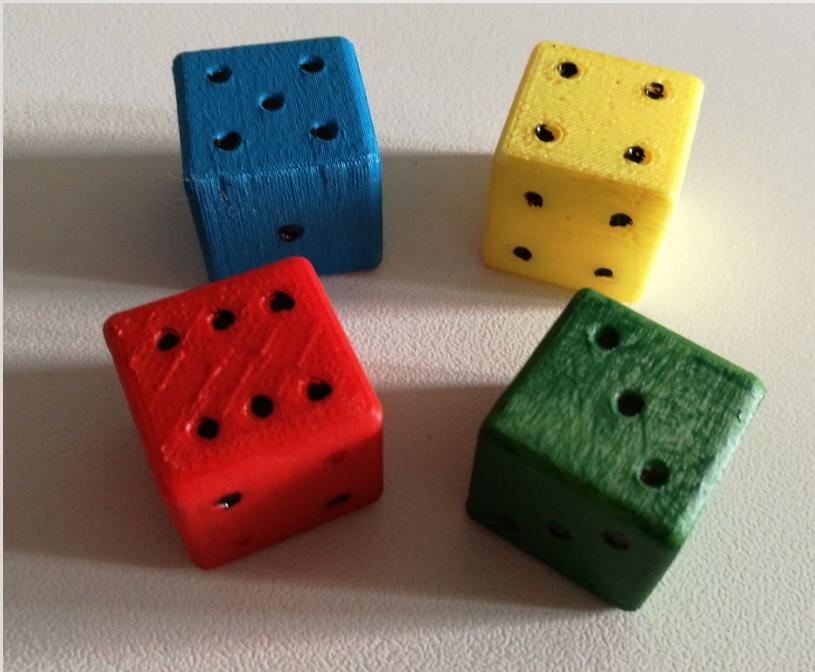
1. Ambientale: previsioni del tempo
2. Biologico: genetica
3. Economico: assicurazioni
4. Finanziario: andamento delle azioni
5. Fisico: meccanica statistica
6. Gestionale: file di attesa
7. Giuridico: valutazione delle prove
8. Informatico: trattamento big data
9. Linguistico: crittografia
10. Ludico: giochi d'azzardo
11. Medico: diagnostica
12. Scommesse: quote bookmaker
13. Tecnologico: controllo di qualità



MON	TUES	WED	THUR	FRI	SAT	SUN	MON	TUES	WED
Oct 22	Oct 23	Oct 24	Oct 25	Oct 26	Oct 27	Oct 28	Oct 29	Oct 30	Oct 31
M Cloudy	M Storm / Wind	Sunny	M Sunny	P Cloudy	Showers	Sunny	Sunny	Sunny	Sunny
High: 18°C	High: 21°C	High: 17°C	High: 17°C	High: 19°C	High: 19°C	High: 17°C	High: 16°C	High: 15°C	High: 17°C
Low: 15°C	Low: 8°C	Low: 8°C	Low: 9°C	Low: 14°C	Low: 11°C	Low: 6°C	Low: 8°C	Low: 10°C	Low: 11°C
Precip: 20%	Precip: 70%	Precip: 20%	Precip: 20%	Precip: 10%	Precip: 40%	Precip: 10%	Precip: 10%	Precip: 10%	Precip: 10%



UNA SCELTA DIFFICILE?



- Normalmente si fa riferimento a dadi che riportano sulle facce i numeri tra 1 e 6. In questo caso due giocatori hanno le stesse probabilità di vittoria lanciando questi dadi.
- Cosa succede se sulle facce sono riportati numeri diversi?
- Ad esempio supponiamo di avere a disposizione quattro tipi di dadi un po' particolari per quanto riguarda la numerazione:

Dado BLU	1	1	1	5	5	5
Dado GIALLO	0	0	4	4	4	4
Dado VERDE	3	3	3	3	3	3
Dado ROSSO	2	2	2	2	6	6

- *Esiste un dado che permette di vincere sempre?*
- *Esiste un dado che permette di vincere di più?*
- *Esiste un dado che fa vincere di meno?*



SCOMMETTIAMO?

<https://www.sisal.it/win-for-life/estrazioni/classico>



- *Win for life* è un uno dei tanti giochi di scommessa. Giocare è semplicissimo, basta scegliere almeno 10 numeri su 20 più il Numerone. Si vince facendo 0, 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10
- La legge di probabilità che governa il risultato di una giocata è la distribuzione ipergeometrica. Nella formula $n = n^\circ$ disponibili, $h = n^\circ$ scelti, $r = n^\circ$ estratti, $k = n^\circ$ indovinati

$$P(k) = \frac{\binom{h}{k} \binom{n-h}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

- Nella tabella sono riportati i valori di probabilità ("numerone" escluso), quelli dal 6 al 10 presentano valori simmetrici.

Risultato	0	1	2	3	4	5
Probabilità	$\frac{1}{184\ 756}$	$\frac{100}{184\ 756}$	$\frac{2\ 025}{184\ 756}$	$\frac{14\ 400}{184\ 756}$	$\frac{44\ 100}{184\ 756}$	$\frac{63\ 504}{184\ 756}$

- Giocando 2€ la probabilità di vincere il premio maggiore equivale a disporre sull'autostrada Torino-Venezia 1.847.560 biglietti e scegliere il biglietto vincente prendendone uno a caso.

INDOVINARE O PREVEDERE?



- Abbiamo un contenitore non trasparente con un certo numero di bottoni bianchi, quanti sono?
- Applichiamo il problema ad un caso concreto. Supponiamo di voler contare i pesci presenti in un laghetto: occorre pescarli tutti, contarli e rimetterli di nuovo in acqua?
- Possiamo ora provare a simulare il procedimento, tramite un sacchetto che contiene un certo numero di bottoni bianchi (il numero **N** dei pesci da stimare).
- Per iniziare estraiamo un certo numero **S** di bottoni bianchi e li sostituiamo con altrettanti bottoni neri rimettendoli poi nel sacchetto.
- Dopo aver ben mescolato, estraiamo una manciata **n** di bottoni dal sacchetto e conteggiamo la quantità **s** di bottoni neri.
- Assumiamo che il rapporto s/n sia uguale al rapporto S/N , cioè $s/n = S/N$.
- Da qui possiamo determinare la stima **$N^* = S n/s$** .

UN GIOCO DI PROBABILITÀ COOPERATIVA

<p>Scheda 1</p> <p>Ci sono cinque persone di cui abbiamo questa informazione:</p> <p><i>conosciamo la speranza di vita:</i></p> <p>A. 44,544 B. 51,146 C. 60,371 D. 40,630 E. 51,159</p> <p>Qual è l'età, il sesso e la provenienza geografica (Nord, Centro, Sud, Isole) delle cinque persone?</p>	<p>Scheda 2</p> <p>Ci sono cinque persone di cui abbiamo questa informazione:</p> <p><i>D è una femmina, quarantacinquenne, del Centro</i></p> <p>Qual è l'età, il sesso e la provenienza geografica (Nord, Centro, Sud, Isole) delle cinque persone?</p>
<p>Scheda 3</p> <p>Ci sono cinque persone di cui abbiamo questa informazione:</p> <p><i>L'età media è di 34 anni</i></p> <p>Qual è l'età, il sesso e la provenienza geografica (Nord, Centro, Sud, Isole) delle cinque persone?</p>	<p>Scheda 4</p> <p>Ci sono cinque persone di cui abbiamo questa informazione:</p> <p><i>Il soggetto più giovane, nato al Nord, ha 20 anni in meno del più anziano</i></p> <p>Qual è l'età, il sesso e la provenienza geografica (Nord, Centro, Sud, Isole) delle cinque persone?</p>
<p>Scheda 5</p> <p>Ci sono cinque persone di cui abbiamo questa informazione:</p> <p><i>La differenza tra la probabilità di sopravvivenza tra maschi trentenni è simile con un piccolo vantaggio per chi è nato a Nord rispetto al Sud</i></p> <p>Qual è l'età, il sesso e la provenienza geografica (Nord, Centro, Sud, Isole) delle cinque persone?</p>	<p>Scheda 6</p> <p>Ci sono cinque persone di cui abbiamo questa informazione:</p> <p><i>La somma delle età delle femmine, nate al Nord, Centro e Isole, è 110 anni</i></p> <p>Qual è l'età, il sesso e la provenienza geografica (Nord, Centro, Sud, Isole) delle cinque persone?</p>

- A ciascuna persona viene consegnato un foglietto contenente una domanda comune e una informazione utile, ma non sufficiente per rispondere alla domanda;
- Le informazioni sono diverse e solo se vengono messe assieme permettono di rispondere.
- *Qual è l'età, il sesso e la provenienza geografica (Nord, Centro, Sud, Isole) delle cinque persone?*