

**From the value of teaching mathematics with technology:
discovering. conceptualising. modelling.**

Barbel Barzel, Universität Duisburg-Essen

There is an ongoing debate about chances and burdens of implementing technology in mathematics classes. On one side main reasons for excluding technology can be summarized as apprehension that students loose paper-and-pencil-skills. On the other side the reasons for including technology are shown by a lot of studies which describe the potentiality for teaching and learning mathematics. In the presentation these reasons are discussed using insight in different research studies such as a meta-study which was written on behalf of a german ministry. On this basis the value of teaching mathematics with technology when discovering, conceptualizing and modelling mathematics is explained along concrete teaching examples from secondary level.

La misura (dell'area) secondo Peano-Jordan nel secondo anno di un Liceo Scientifico

Peano-Jordan (area) measure at Grade 10 in a science focused High School

Daniele Manzone – Istituto Sociale Torino – manzone.daniele@gmail.com

*Cristiano Dané – Liceo Scientifico Statale Galileo Ferraris Torino –
cristiano.dane@virgilio.it*

Descriviamo un possibile percorso didattico per la scuola superiore sulla comprensione del concetto di misura secondo la definizione di Peano-Jordan e delle sue principali proprietà. In particolare approfondiamo il significato dell'area di figure definite dall'uguaglianza tra misura interna e misura esterna, introdotte attraverso il massimo plurirettangolo contenuto e sul minimo plurirettangolo contenente la figura. Utilizziamo il concetto di equiscomponibilità e le sue proprietà per definire la corrispondenza tra la definizione di area secondo la misura di P-J (anche per figure a contorno curvilineo) e l'usuale concezione di area per le figure poligonali e li usiamo per misurare le principali figure piane (rettangoli, segmenti, parallelogrammi, triangoli, rombi, trapezi, poligoni e cerchi). Partendo dal concetto di area introduciamo anche il numero e e una sua approssimazione attraverso i poligoni regolari inscritti e circoscritti nel cerchio unitario, al crescere del numero dei lati.

Il percorso è stato sperimentato in una seconda classe di un liceo scientifico, ma è replicabile in maniera analoga nel quinto anno, per mediare il passaggio da una concezione elementare di area a una avanzata, basata sul concetto di infinitesimo e in direzione dell'integrale di Riemann. In tutto il percorso è stato fondamentale l'approccio laboratoriale, sia nell'ottica del "laboratorio povero", come l'utilizzo di fogli di carta quadrettata di diverse quadrettature per l'introduzione alla misura di P-J, sia attraverso attività costruite sul DGS GeoGebra, per favorire dinamiche di esplorazione e congettura, per permettere ai ragazzi di cogliere il senso di concetti anche molto astratti e guidare le dimostrazioni dei risultati ottenuti.

References (essenziali)

- Bacciotti Andrea, Temi nell'insegnamento dell'analisi: La teoria della misura, in *Analisi Matematica – Seminario di formazione per Docenti*, Novembre 2006 – Febbraio 2007, Lucca. http://www.umi-ciim.it/wp-content/uploads/2013/10/24_analis.pdf
- Boieri Paolo & Danè Cristiano, *Geometria con Cabri – Costruire, scoprire e dimostrare*, Loescher, 2003
- Enriques Federigo & Amaldi Ugo, *Elementi di Geometria*, Nicola Zanichelli Editore, Bologna, 1955
- Prodi Giovanni, *Scoprire la matematica – verso l'infinito*, Ghisetti e Corvi Editori, 2005
- Robutti Ornella & Sabena Cristina, La costruzione del significato di integrale: Parte 1, in *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*. - v. 26B, n. 4, ago 2003, p. 473-498.
- Robutti Ornella & Sabena Cristina, La costruzione del significato di integrale: Parte 2, in *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*. - v. 27B, n. 4, ago 2004, p. 311-337

9 ottobre Plenaria Aula Magna

GeoGebra e interpretazione geometrica delle trasformazioni di Lorentz

Angelo Merletti
Liceo scientifico “Maria Curie” di Pinerolo

Viene presentata un' interpretazione geometrica delle trasformazioni di Lorentz nello spazio tempo 1+1, attraverso l'uso dei postulati fondamentali della relatività e del teorema di Pitagora.

Partendo dall'invariante $(ct)^2 - x^2$, o dall'analogo: $E^2 - (pc)^2$, viene costruito un triangolo rettangolo nel quale la trasformazione preserva l'angolo retto e lascia un cateto inalterato, rispettando le condizioni imposte dalla fisica.

L'uso di GeoGebra rende particolarmente intuitivi gli effetti di dilatazione del tempo e contrazione delle lunghezze; permette di ricavare gli effetti di composizione delle velocità. Le stesse costruzioni possono essere impiegate per le trasformazioni di energia e quantità di moto della dinamica relativistica.

L'uso di GeoGebra è utile per aggirare le difficoltà del calcolo differenziale usando gli strumenti della geometria elementare.

Il problema dell'esaustione

R. Becce[°], G. Bini* , D. Luraschi*, D. Tagliani[°]

[°]IGI, Milano - *L.S.S. Leonardo da Vinci, Milano

renatabecce@libero.it

L'idea di fare un discorso sul metodo di esaustione è nata in una seconda scientifico dopo la lettura di Flatlandia, discutendo in classe del significato matematico della frase che si legge nel capitolo 11

“A Proposito dei Nostri Sacerdoti”: *“Tuttavia tra le classi più istruite si sa che nessun Cerchio è realmente tale, ma è semplicemente un Poligono con un gran numero di minuscoli lati”.*

Pur non essendo il metodo di esaustione un argomento strettamente curricolare è stato più volte oggetto di quesiti d'esame.

Abbiamo usato le potenzialità di GeoGebra per visualizzare in modo dinamico e, quindi più efficace, i poligoni inscritti e circoscritti

Dalla collaborazione e dal confronto sono nati:

- un file già pronto per la classe 2^a, affiancato da un inquadramento di tipo storico e da alcune domande di approfondimento sia sull'irrazionalità che sulla trascendenza di pi-greco;
- una scheda di lavoro per le classi 2[°] o 3[°] relativa alla costruzione dei poligoni inscritti e circoscritti usando le conoscenze di trigonometria e geometria analitica.
- una scheda di lavoro per le classi dalla 2^a alla 5^a per il calcolo dell'area del segmento parabolico con il metodo di esaustione
- una scheda di lavoro per la classe 4^a che permetta di stimare la natura e la convergenza delle successioni dei perimetri e delle aree dei poligoni inscritti e circoscritti
- una scheda sull'uso dell'esaustione per introdurre l'integrale definito nella classe 5^a.

GeoGebra in un campo di calcio

Rossella Pupillo – Antonella Montone – Annastella Turi
Dipartimento di Matematica - Università degli Studi di Bari Aldo Moro
e-mail: antonella.montone@uniba.it

La comparsa dei software di geometria dinamica, alla fine degli anni '80, ha suscitato l'interesse di docenti e ricercatori per l'alto valore educativo nella fase di insegnamento-apprendimento della matematica.

Tra questi GeoGebra, sviluppato nel 2001, risulta uno dei più diffusi per la facilità e intuitività del suo uso.

Presentiamo una ricerca sperimentale condotta nella Scuola Secondaria di Primo Grado "Massari – Galilei" di Bari, nella quale l'uso del software GeoGebra, affiancato alle tradizionali lezioni di geometria, ha focalizzato l'attenzione sugli elementi caratterizzanti le figure, trascurando le formule di perimetri e aree e scardinando i misconcetti.

Il software di geometria dinamica concepisce il "senso delle figure" in relazione alle proprietà geometriche caratterizzanti, laddove la funzione di trascinamento diventa parte integrante della definizione. "La conquista di questo senso ha come immediata conseguenza che l'attenzione si sposti naturalmente dal prodotto al processo utilizzato per ottenerlo" (Mariotti M. A., 1998). Inoltre la potenzialità di GeoGebra permette di superare il rischio che gli strumenti di calcolo propri dell'Algebra diventino oggetto a se stante di studio, non concettualizzati geometricamente (Atiyah M., 2001).

Durante la sperimentazione il software è stato introdotto per analizzare e classificare triangoli e quadrilateri. Risulta privilegiato il ruolo delle definizioni; di conseguenza l'attenzione è stata posta sui concetti di parallelismo e congruenza di lati e angoli, legati alla costruzione delle figure.

Gli studenti hanno sperimentato questo approccio per lo studio della geometria e hanno sviluppato le seguenti potenzialità:

- Saper descrivere le figure geometriche, senza dover ricorrere a formule e calcoli.
- Migliorare la capacità di osservazione, stimolando la scoperta delle proprietà delle figure.
- Riconoscere le figure geometriche, non disegnate in modo stereotipato.
- Trovare le relazioni che intercorrono tra le figure.
- Sviluppare le strategie risolutive non standard (costruzione del trapezio isoscele).
- Favorire l'apprendimento degli studenti con DSA mediante l'intuitività dell'interfaccia grafica.
- Agevolare la partecipazione attiva degli studenti durante le lezioni.

La sperimentazione si è conclusa con un'attività creativa che ha implicato la conoscenza delle figure geometriche.

Bibliografia

Atiyah, M. (2001) "Mathematics in the 20th Century: geometry versus algebra", in *Mathematics Today*, n. 37, pag 46-53.

Mariotti, M.A. (1998) "Introduzione alla dimostrazione all'inizio della scuola secondaria superiore" in *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 21b, n. 3.

Didattica multimediale per la geometria analitica, l'uso di GeoGebra per lo studio delle rette e dei loro rapporti

Diego Maserà (Università degli Studi di Torino, maseradiego@gmail.com)

Egizia Tomasuolo (Università degli Studi di Torino)

Alberto Albano (Università degli Studi di Torino)

Giovanna Tibaldi

Questa relazione presenta il lavoro svolto nella classe 3E della scuola Secondaria di I grado Nievo-Matteotti di Torino come attività di tirocinio relativo al TFA 2014/2015 per la classe A059. Focus dell'azione didattica è stato lo studio delle rette e dei loro rapporti utilizzando il software GeoGebra sia per la spiegazione in classe sia per verifica e valutazione.

La collezione e la selezione dei materiali per le lezioni è stata eseguita attraverso l'analisi comparata dei testi proposti dai vari editori e autori per la scuola secondaria di primo grado (*Realtà e modelli*, Fabbri Editori; *Contaci!*, Zanichelli; *Matematica Teoria Esercizi Plus*, Lattes; *Noi matematici*, Atlas) e l'analisi delle librerie online di GeoGebra per trarre spunti di progettazione concreta delle attività.

L'azione didattica si è svolta in cinque lezioni delle quali due sono state dedicate all'uso di GeoGebra e una a verifica e valutazione. I principali concetti di geometria analitica riguardanti le rette e i loro rapporti sono stati presentati utilizzando GeoGebra in classe sulla LIM. La ricchezza apportata dall'uso di GeoGebra è stata la possibilità per i ragazzi di osservare in modo grafico e analitico con fluidità le interazioni tra i vari parametri che compongono l'equazione della retta (m , q) e come il loro variare incide sulla posizione della retta, sulla sua inclinazione e sul suo rapporto con altre entità geometriche. La funzione "drag", in più, ha permesso di focalizzare come una variazione grafica di posizione si ripercuote sull'equazione della retta. La dinamicità del software ha portato immediatamente a un livello molto elevato l'attenzione dei ragazzi che, non abituati ad utilizzare la LIM in classe, hanno sperimentato per la prima volta l'uso di GeoGebra e li ha stimolati all'apprendimento di nuovi metodi di lavoro educandoli a considerare la tecnologia come utile al lavoro e alla vita oltre che svago, social e divertimento (significato attribuito in modo dominante dai giovani).

La verifica sommativa dell'attività è stata articolata in 4 item scelti con cura in modo da essere collegati tra loro e costruire un unico progetto ed è stata pensata per essere eseguita a coppie in aula informatica. Alla verifica è poi seguita una valutazione operata attraverso "peer assessment" per responsabilizzare gli allievi e renderli più consapevoli dei criteri di valutazione.

Linci e conigli, per scoprire gli andamenti esponenziali

Silvia Beltramino (Liceo Scientifico “M. Curie”, Pinerolo), Federica Broglio (studentessa dell’Università di Torino), Laura Cordiali (Liceo Scientifico “F. Juvarra”, Venaria Reale), Paola Eandi (I.I.S. G.Peano, Torino), Vigilio Ferrazza (ITI “Internazionale”, Torino), Federica Magonara (studentessa dell’Università di Torino), Monica Mattei (Istituto Professionale “Gobetti Marchesini Casale”, Torino), Donatella Merlo (Liceo Scientifico “M. Curie”, Pinerolo), Germana Trincherero (IIS “Santorre di Santarosa”, Torino)

silvia.beltramino@gmail.com, trincherogermana@yahoo.it

Nell’ambito del progetto Piano Lauree Scientifiche 2014/2015 è stata sviluppata l’attività *Task Design con GeoGebra*, pensata come prosieguo del corso *Problem solving con GeoGebra* e coordinata dalla prof.ssa Ornella Robutti. L’attività è nata con un duplice obiettivo: da un lato la formazione dei docenti delle scuole secondarie di secondo grado, per costruire gli strumenti necessari per proporre attività di Problem Solving con l’ausilio del software di geometria dinamica GeoGebra; dall’altro migliorare la percezione degli studenti verso questa disciplina scientifica, ponendoli in situazione e artefici attivi della costruzione del sapere.

Si è scelto un intervento su successioni con andamento esponenziale, prendendo spunto dall’attività “Lepri e linci” sul sito www.edumatics.com. Processi di crescita si possono trovare in vari campi della vita reale come la biologia, la fisica, la finanza, ... Abbiamo scelto di lavorare nel campo della biologia con popolazioni di conigli che crescono a tasso costante e predatori che intervengono per regolamentare la crescita. Agli studenti si propone di analizzare una successione con andamento esponenziale, prima con carta e penna, poi con lo strumento foglio di calcolo di GeoGebra e infine osservando il grafico, il tutto accompagnato da equazioni, prima ricorsive e poi esplicite.

Dal nostro punto di vista le successioni possono essere discusse in qualunque grado di scuola e declinate a diversi livelli di difficoltà, per questo è stato possibile proporre la sperimentazione in ordini di scuola differenti.

In ogni caso è importante mostrare la varietà di rappresentazioni delle successioni di crescita, come grafici (discreti), tabelle di valori ed equazioni esplicite o ricorsive, che costituiscono una buona possibilità per trasmettere competenze di rappresentazione matematica. Questi diversi modi di rappresentare rendono l’uso delle tecnologie particolarmente fertile, in quanto permettono di collegare dinamicamente rappresentazioni diverse, evidenziandone così i legami, e di modificarle in modo interattivo.

Cruciale per la buona riuscita di tale sperimentazione è stata la collaborazione, nella fase di progettazione dell’attività, di più persone. Sono intervenute in questo modulo del PLS, *Task Design con GeoGebra*, docenti delle scuole secondarie di secondo grado tra cui alcuni insegnanti-ricercatori, e tesisti della laurea magistrale in Didattica della Matematica, ognuno con un proprio ruolo e ognuno con un proprio bagaglio personale, importante per l’evoluzione delle competenze di ognuno di essi.

In questo laboratorio si intende mostrare il percorso progettato e sperimentato, con le schede di lavoro, il riferimento al CLIL e i file di GeoGebra utilizzati.

Il fascino della matematica.

Maria Cantoni, Donatella Merlo
La Casa degli Insegnanti
Progetto comunità di pratica GeoGebra CE.SE.DI.

Le nuove indicazioni per la scuola superiore presentano un biennio impegnativo alla ricerca di una strutturazione della matematica che permetta di portare lo studente nel proseguo del triennio (in particolare al liceo scientifico) ad inquadrare le varie teorie matematiche “nel contesto storico entro cui si sono sviluppate comprendendone il significato concettuale”. La matematica, come modello della realtà, nel passaggio all’astrazione, garantisce la generalità come il rigore della deduzione in forza delle sole leggi sintattiche dei simboli adottati.

Tutto ciò è straordinario e nello stesso tempo delicatissimo da vivere anche perché gli allievi, a questo punto, hanno già percorso, con la mente in forte evoluzione, otto anni di “esperienza matematica”. Ma quale?

Pitagora, Talete, la geometra analitica, le funzioni ..., tutto è legato a quei primi passi che i bambini, manipolando la realtà, riescono proprio da essa ad astrarre immagini mentali e poi concetti astratti che devono divenire stabili strumenti operativi.

Partendo da semplici problemi di similitudine che vediamo al biennio come punti nodali di molte problematiche, vorremmo mostrare un possibile cammino che, esaltando la possibilità di “guardare a Euclide con l’occhio di chi sa vivere le suggestioni di Klein”, consenta di affrontare in modo sempre più approfondito i nuovi contesti perché coscienti di aver maturato i come e i perché.

GeoGebra strumento di grande efficacia.

Dalle divisioni successive alle serie

Barbara BRIGNONE , Davide CORTESE, Gloria MARCHI e Domenico MORRA
Università degli Studi di Torino – Tirocinio Formativo Attivo
Classe A047 / A049 – Laboratorio TIC (Docente: Germana TRINCHERO)
E-mail: barbaracn83@libero.it; gloria.marchi@hotmail.it

Il lavoro che proponiamo è un progetto didattico per la scuola secondaria di secondo grado (in particolare liceo scientifico ma adattabile anche alle altre scuole). In un'ottica di insegnamento a spirale abbiamo pensato allo sviluppo di più attività laboratoriali matematiche legate tra di loro e che seguano i ragazzi dalla prima classe alla quinta.

Il filo conduttore della attività è il tema delle “Divisioni successive”, sviluppata in diversi modi a seconda delle conoscenze e competenze dei ragazzi e degli strumenti matematici che si vogliono introdurre nelle differenti classi.

Per la prima superiore si propongono due attività, una a inizio anno come accoglienza e ripasso di conoscenze acquisite nelle scuole medie e una alla fine del percorso scolastico che riprenda la prima attività e che mostri il vantaggio degli strumenti acquisiti nell'anno (strumenti matematici e strumenti informatici - principalmente GeoGebra-). Le due proposte sono state sviluppate a partire dall'attività M@tabel “*dei viaggiatori, delle patate e .. altro*”; questa è stata riadattata in modo da coinvolgere il nodo concettuale della frazione nella prima fase e quello di equazione nella seconda fase.

Per la terza superiore, riprendendo il filo conduttore delle divisioni successive, vengono proposte alcune attività per introdurre la funzione esponenziale (Uso di GeoGebra e Foglio di Calcolo).

Per la classe quarta viene approfondito il discorso delle divisioni successive estendendolo a operazioni iterate all'infinito e introducendo quindi il concetto di successione. Infine per la classe quinta in modo analogo si introducono le serie (Uso di Foglio di Calcolo).

Circuiti, solidi platonici e simmetrie con GeoGebra: una proposta interdisciplinare per la scuola secondaria di II grado

R. Capone⁽¹⁾, U. Dello Iacono⁽¹⁾, R. De Luca⁽¹⁾, O. Faella⁽¹⁾, F.S. Tortoriello⁽²⁾

Università degli Studi di Salerno – Fisciano (SA) (1) Dipartimento di Fisica (2) Dipartimento di Matematica Email: rcapone@unisa.it

La didattica interdisciplinare consente punti di osservazione secondo ottiche poliscopiche e rotatorie nella prospettiva di superare un sapere parcellizzato e “chiuso” all’interno della singola disciplina. Allo studente, protagonista dell’intero processo di insegnamento-apprendimento, viene fatta non più una proposta programmatica, ma paradigmatica che gli consenta di acquisire una attitudine generale a porre e a trattare i problemi e a padroneggiare i principi organizzatori che collegano i saperi, dando loro un senso.

Alcune delle attività PLS dell’Università degli studi di Salerno proposte a studenti liceali sono state mirate a questo intento.

Illustreremo il percorso formativo che è partito dal calcolo e dalla misura della resistenza equivalente in circuiti che presentano particolari configurazioni geometriche, argomento che, generalmente, negli Istituti Superiori, viene limitato alle classiche configurazioni serie – parallelo e, al più, alle trasformazioni stella-triangolo. Il tema si è ben prestato a una azione sia interdisciplinare che transdisciplinare e pluridisciplinare. È stato infatti necessario far ricorso allo studio delle simmetrie sia nel piano, per studiare reti bidimensionali, sia nello spazio per studiare reti più complesse. Lo studio delle reti infinite ha dato modo di osservare che la resistenza equivalente fornisce il ben noto numero aureo e che le resistenze ottenute, partendo da una singola cella elementare di due resistenze in parallelo, aggiungendovi via via una nuova cella, forniscono la successione di Fibonacci.

L’analisi di reti bidimensionali finite, che racchiudono un volume, è stato orientato, per motivi didattici, al caso particolare in cui i resistori, tutti dello stesso valore, sono spigoli di solidi platonici. Sono state, inoltre, illustrate agli studenti le simmetrie presenti in natura e le simmetrie presenti in alcuni solidi cristallini creando un ponte di collegamento con la biologia e la chimica.

L’apprendimento è avvenuto all’interno di una cornice partecipativa e non in un ambiente individuale ed è stato mediato dalle diverse prospettive dei copartecipanti.

Tutto il processo di insegnamento – apprendimento è stato basato non sulla trasmissione di una quantità definita di conoscenze astratte da assimilare e poi applicare in altri contesti, ma sul modello “learning by doing”.

Il laboratorio, infatti, ha avuto un ruolo fondamentale: gli studenti hanno, inizialmente, prodotto modelli di solidi platonici in cartone. Successivamente, hanno numerato gli spigoli, per poter implementare il metodo di Laplace, e utilizzato excel per la risoluzione del rapporto matriciale. Hanno, in seguito, costruito modelli in cartoncino anche per alcuni solidi archimedeei, sperimentando la validità del modello utilizzato per i solidi platonici. Infine, sono state misurate le resistenze equivalenti (R_{eq}) tra alcuni dei vertici delle reti tridimensionali e verificato il modello teorico. I valori teorici calcolati, affetti dall’errore dovuto al valore delle resistenze utilizzate (5%), si sono rivelati confrontabili con il modello teorico del metodo proposto. Il software GeoGebra, infine, si è rivelato una risorsa sia per gli aspetti di visualizzazione che di concettualizzazione e di verifica. Infatti, in accordo con le indicazioni nazionali secondo cui “*lo studente sarà in grado di passare da un registro di rappresentazione ad un altro (numerico, grafico, funzionale) anche utilizzando strumenti informatici per la rappresentazione dei dati*”, sono stati realizzati i solidi platonici con l’aiuto del software e sono state calcolate le resistenze equivalenti tra vertici simmetrici, a conferma dei dati sperimentali ottenuti in laboratorio e dei dati analitici ottenuti attraverso la risoluzione di matrici.

Costruisci, esplora, congettura, dimostra: come GeoGebra traghetta il gruppo-classe, nessuno escluso, verso la dimostrazione e soluzione di un problema.

Alberto Cena – IIS “Eugenio Bona” – Biella alberto.cena@gmail.com

Lucia Poli – Liceo Scientifico “Marie Curie” – Pinerolo

Nel workshop proponiamo due attività per la scuola secondaria di secondo grado, sperimentate in un liceo scientifico e in un istituto tecnico, settore economico.

Sono due problemi attinenti ad ambiti diversi, la geometria e la probabilità, accomunati però dall'utilizzo di successioni definite per ricorrenza. Questo tema è presente negli obiettivi di apprendimento stabiliti nelle nuove Indicazioni Nazionali e, con un particolare peso, nelle Linee Guida per gli istituti tecnici e professionali. Esso crea la necessità di nuovi strumenti didattici, in particolare software con i quali svolgere processi iterativi e investigarne i risultati. Mostriamo come GeoGebra possa essere uno strumento adatto.

La Successione dei Triangoli: un problema di geometria iterativa

Il problema richiede ai partecipanti del workshop, che operano come gli allievi in classe, di:

1. realizzare la costruzione dei primi triangoli della successione con carta e penna e, quando la costruzione diventa poco gestibile a mano, con GeoGebra; infine condividere e confrontare procedure e risultati;
2. creare uno strumento personalizzato di GeoGebra che concretizza il passo iterativo: a ogni chiamata, lo strumento prende in input l' $(n - 1)$ -esimo triangolo e costruisce l' n -esimo triangolo della successione;
3. esplorare la successione al crescere del numero di passi e sfruttare GeoGebra per osservare come la forma vada stabilizzandosi. (“*Perché? Lo vedo, ma non ci credo*”, dicevano alcuni studenti. GeoGebra quindi non solo fa vedere ma induce a cercare le motivazioni, stimola argomentazioni e, soprattutto, crea l'esigenza di una dimostrazione);
4. formalizzare, comunicare e condividere le congetture sulla forma del triangolo al crescere del numero di iterazioni;
5. giungere a una dimostrazione condivisa.

La rovina del giocatore

La seconda attività si avvia da un problema classico del calcolo delle probabilità: la rovina del giocatore. È il quinto problema posto nel 1657 da Christiaan Huygens al termine del trattato *De Ratiociniis in Ludo Aleae*. Ai partecipanti è richiesto di

1. proporre strategie di risoluzione;
2. simulare il gioco con GeoGebra per determinare i valori della probabilità di rovina con la regola frequentista;
3. costruire la successione ricorsiva delle probabilità di rovina.

Le sperimentazioni in classe mostrano che queste attività (in corsivo citazioni dalle Indicazioni Nazionali e Linee Guida):

1. permettono di rispettare il seguente criterio costitutivo: *conoscere non è un processo meccanico, implica la scoperta di qualcosa che entra nell'orizzonte di senso della persona che “vede”, si “accorge”, “prova”, “verifica”, per capire;*
2. consentono di *praticare uno dei metodi di indagine propri della matematica, ma anche l'uso del laboratorio a sostegno dello studio;*
3. *stimolano la pratica dell'argomentazione e del confronto;*
4. permettono di *collocare la matematica in una dimensione storica* presentando un problema classico nella storia della matematica diventato di attualità per l'allarmante diffusione del gioco d'azzardo nel nostro paese.

Il giardino di GeoGebra: dalla carta a GeoGebra e viceversa

Laura Castellana – Eleonora Faggiano – Michele Giuliano Fiorentino
Dipartimento di Matematica - Università degli studi di Bari Aldo Moro
email:eleonora.faggiano@uniba.it

La ricerca che si presenta è stata effettuata in una classe Prima Secondaria di Primo Grado dell'Istituto Comprensivo "Aristide Gabelli" di Bari e ha avuto un duplice obiettivo: classificare le figure piane in relazione alle proprietà invarianti in trasformazioni affini e usare GeoGebra come strumento di elaborazione di congetture e di costruzione di concetti.

La sperimentazione realizzata è un esempio di didattica laboratoriale, in cui il docente ha il compito di guidare i ragazzi durante la discussione in classe, alternando azioni di coaching e tutoring. Il supporto al processo di apprendimento, che così si viene a creare, consentirà a ogni singolo studente di assimilare le strategie emerse lavorando con i compagni per poterle mettere in atto quando deve affrontare da solo un problema simile (Vygotskij, 1987).

L'idea è quella di conciliare l'attività del fare matematica in modo tradizionale-trasmissivo con l'attività del cosiddetto *laboratorio di Matematica* (UMI-CIIM, 2003), inteso come insieme strutturato di attività volte alla costruzione di *significati* degli oggetti matematici, in cui sono coinvolte persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni). Questo tipo di approccio metodologico trova sostegno in particolare nei paradigmi del costruttivismo sociale, che ha coniugato l'aspetto pedagogicamente più interessante dell'approccio culturale situato, ovvero l'atto di appartenenza alla comunità, con le teorie vygotskijane: l'apprendimento non viene visto come un semplice processo di assimilazione di una data conoscenza, ma come una (ri)costruzione sociale e individuale del sapere in oggetto.

L'attività svolta in una classe si è articolata nelle seguenti fasi:

- Descrizione dei quadrilateri e dei triangoli studiati nella scuola primaria
- Riconoscimento di figure in una (data) foto
- Realizzazione delle "carte di identità"
- Costruzioni con la carta
- Allestimento geometrico di un parco della città di Bari con l'utilizzo di GeoGebra.

Nella prima fase è stata data la seguente consegna: "*scrivi tutto ciò che ti ricordi dei quadrilateri e dei triangoli*" e l'analisi degli elaborati prodotti dai ragazzi è stata effettuata considerando l'uso del linguaggio, la descrizione di proprietà e la riproduzione della figura. Nella seconda fase è stata data la seguente consegna: "*guarda la foto e individua, dopo averle opportunamente numerate, le figure geometriche che riconosci*". Nella terza fase sono state formalizzate le proprietà, costruendo carte di identità per i quadrilateri e i triangoli. Le proprietà sono scaturite dall'osservazione attenta e sotto la guida di opportune domande-stimolo. Nella quarta fase, le proprietà, di cui ormai i ragazzi si erano riappropriati, sono state utilizzate per le costruzioni con la carta. Nella quinta e ultima fase, l'utilizzo di GeoGebra ha permesso sia di focalizzare l'importanza delle proprietà per la costruzione delle figure geometriche sia di avviare gli studenti al processo dimostrativo.

L'attività ha favorito il passaggio da un modo percettivo di osservazione della figura geometrica, fondato sugli aspetti grafici e visivi, a un modo teorico di osservazione, fondato sulle proprietà delle figure. L'insegnante riesce a creare una importante occasione didattica in cui è possibile far riflettere gli studenti sul fatto che, anche se la tecnologia fornisce un significativo aiuto per le costruzioni geometriche, non si può prescindere dal contributo del pensiero teorico che permette il controllo e il corretto utilizzo di GeoGebra.

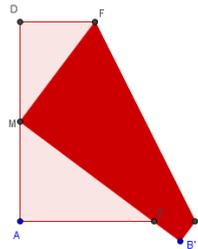
Bibliografia

UMI-CIIM (2003), *Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica. Ciclo secondario*. <http://umi.dm.unibo.it/italiano/Matematica2003/matematica2003.html>
Vygotsky L.S., (1987), *Il processo cognitivo*, Torino, Boringhieri.

Geometria, GeoGebra e Origami: una grande sinergia in poche pieghe

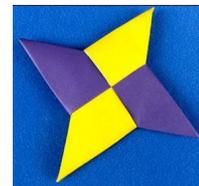
Stefania Serre, Docente di Matematica e Fisica presso la S.I.E.S “Altiero Spinelli” di Torino
stefyserre@gmail.com

Prendiamo un foglio di carta quadrato di qualsiasi dimensione e proviamo a eseguire la seguente piega: si porti il vertice C sul punto medio M del lato AD (il punto medio sarà facilmente individuato portando A a coincidere con D e tracciando una piccola piega in corrispondenza del lato del quadrato).



Si evidenziano con la piega i due triangoli AEM e MFD, che facilmente possiamo dimostrare essere simili (e ce n'è un terzo un po' nascosto): quali caratteristiche hanno questi triangoli? E che rapporto c'è tra il segmento AE e il lato del quadrato? Quanto è lunga la piega? Per rispondere a queste domande si può ben procedere con gli strumenti della geometria, assegnare una incognita e risolvere semplici equazioni.

Iniziare invece l'esplorazione della figura ricostruendo la piega con semplici simmetrie in GeoGebra e poi ragionando sui rapporti tra i lati della figura ottenuta potrà essere decisamente più incoraggiante per uno studente. A quel punto indagare sulla veridicità delle ipotesi fatte avrà una motivazione in più, soprattutto se lo scopo potrà essere quello di realizzare un piccolo origami che si basi proprio su una delle caratteristiche osservate.



In tutto questo emergono: triangoli pitagorici, teoremi origami (il teorema di Haga), il problema della divisione in parti uguali di un foglio di carta... ed è solo l'inizio!! GeoGebra e Origami consentono infatti di arricchire la didattica della geometria di quegli elementi di concretezza che possono essere utili per appassionare allo studio di una materia tanto antica i nostri sempre più restii studenti.

Utilizzo di GeoGebra per una didattica inclusiva: un'esperienza significativa

Luca Degiovanni , IIS “Europa Unita” di Chivasso degiovanni.scuola@gmail.com
Margherita Elia , ITI “Ettore Majorana” di Grugliasco margherita.elia@istruzione.it
Roberta Ferro bettaferro@libero.it
Cristina Marta , IIS “Camillo Olivetti” di Ivrea martacr@libero.it

Questa comunicazione presenta il lavoro svolto dagli autori nel percorso di ricerca-formazione “*Didattica inclusiva nelle classi con BES, attraverso l'utilizzo del software GeoGebra*” organizzato nell'anno scolastico 2014-2015 dall'USR Piemonte con la collaborazione de La Casa degli Insegnanti.

Il percorso prevedeva le seguenti tappe: formazione di piccole comunità di pratica, inerenti vari aspetti del tema “*Funzioni, equazioni, disequazioni*”; costruzione di un certo numero di attività con GeoGebra sull'aspetto scelto; raccolta e organizzazione delle attività e dei materiali di supporto tramite una *wiki* realizzata con la piattaforma Moodle; sperimentazione in classe del materiale raccolto. Gli autori, in particolare, si sono focalizzati sulle funzioni goniometriche.

L'esperienza presentata è stata particolarmente significativa sotto due diversi aspetti. In primo luogo la collaborazione all'interno della comunità di pratica che è stata molto intensa e costruttiva, anche se i componenti provenivano tutti da scuole diverse. La creazione dei materiali si è infatti svolta quasi esclusivamente a distanza, con pochissimi incontri di persona. Ciò nonostante si è realizzato un vero lavoro collettivo, che non si riduce alla giustapposizione di parti curate da singoli autori. Questo è stato facilitato dall'utilizzo della piattaforma Moodle che ha permesso un fitto scambio di idee, la condivisione dei materiali realizzati e la loro discussione, la concentrazione dei riferimenti ai materiali di supporto sia sulle problematiche didattiche sia sul software GeoGebra.

In secondo luogo il percorso ha prodotto molti materiali (file geogebra, schede di costruzione per gli studenti, questionari e altri strumenti di verifica) che utilizzano le caratteristiche specifiche di GeoGebra per sciogliere i nodi concettuali dell'argomento scelto. Questo materiale è stato organizzato in una *wiki* insieme a commenti didattici e suggerimenti per ulteriori attività in modo da essere riutilizzabile e aggiornabile. Inoltre la provenienza degli autori da diverse realtà scolastiche ha permesso di affrontare i problemi da più punti di vista e come conseguenza il materiale realizzato, pur presentandosi in modo unitario, permette la costruzione di diversi percorsi didattici.

Dalla sperimentazione, effettuata su classi di diverse scuole e indirizzi, è emerso un risultato abbastanza positivo e i concetti affrontati sono risultati più accessibili sia agli studenti con BES che agli altri, realizzando in questo modo una didattica maggiormente inclusiva.

Per concludere, l'esperienza presentata è stata una bella e piacevole occasione di collaborazione didattica e crescita professionale per tutti i docenti coinvolti.

La relatività': da Galileo a Einstein. Approcci didattici a confronto per una nuova geometria dello spazio

Esposizione critica della sperimentazione di un percorso costruttivo, con l'uso di GeoGebra, per la Scuola Secondaria di Secondo Grado

Agnese Berra, Docente di Matematica e Fisica presso il L.S."Manzoni" di Suzzara(MN).
Master per Formatori in Didattica della Matematica presso l'Università degli Studi di Torino.
Tutor coordinatore TFA – A049 presso Università degli Studi di Modena.

Email: berraagnese@gmail.com

Angela Benassi: Docente di Matematica e Fisica presso il L.S."Manzoni" di Suzzara(MN)

Si propone l'esposizione dello studio e della sperimentazione di un percorso didattico introduttivo al tema della Relatività, fondato sul passaggio dal modello geometrico dello spazio della meccanica classica alla geometria dello spazio-tempo. Centrale lo studio degli invarianti per sistemi di riferimento inerziali. Lo studio della geometria dello spazio-tempo passerà attraverso i diagrammi di Minkowski. Le trasformate di Lorentz saranno confrontate con le trasformate di Galilei e ne saranno evidenziate le differenze e le analogie. Il ruolo giocato dal software GeoGebra nella costruzione dei contenuti sia propriamente geometrici che rappresentativi sarà centrale nella sollecitazione all'intuizione geometrica e fisica degli allievi, in un contesto di lavoro collaborativo, sia fra pari (lavoro di gruppo), sia con il docente (fase di confronto e sintesi). Si espongono le esperienze e i risultati in due classi quinte: una di Liceo Scientifico e una di Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate. Si espongono i risultati, strategie e strumenti: luci e ombre.

Le sperimentazioni proposte sono inserite in un quadro di riferimento istituzionale normativo in linea con le Indicazioni Nazionali per i Licei, in sintonia con le competenze e le abilità richieste, anche alla luce delle Simulazioni di Seconda Prova di Fisica proposte dal MIUR nella primavera 2015: discussione critica.

Bibliografia

- Taylor Wheeler – *Fisica dello spazio-tempo* – Zanichelli.
- R. Resnick- *Introduzione alla relatività ristretta*- Casa Editrice Ambrosiana.
- E. Fabri – *Insegnare relatività nel XXI secolo*- La Fisica nella Scuola.
- A.P.French – *Special relativity – The MIT introductory physics series*.
- M. Kac S. Ulam –*Mathematics and logic* – Dover Book.

La Cinematica con GeoGebra

Fabio Cesare Bellon
A049, Liceo Scientifico "E. Majorana", Moncalieri

prof_bellon@yahoo.it

Tratterò in questo workshop, prosecuzione di un'idea messa in pratica lo scorso anno con le prof.sse Tarabionio e Civera, GeoGebra per la Fisica, alcune proposte didattiche pensate per la classe seconda del Liceo Scientifico tradizionale o scienze applicate Nuovo Ordinamento, secondo le Indicazioni Nazionali della riforma, ma tranquillamente adattabile a qualsiasi percorso di studi sia liceale che non. Il lavoro è stato presentato come sperimentazione didattica per il conseguimento della certificazione Utente GeoGebra e intende tentare di indirizzare le potenzialità del programma verso concetti di Fisica. A partire da file precostruiti ne verranno illustrate le valenze didattiche, anche con l'aiuto di schede di lavoro, atte a stimolare la costruzione del sapere da parte degli studenti per mezzo dell'esplorazione dei file. In dettaglio: i file, e le schede di lavoro, intendono portare lo studente allo studio dinamico dei diagrammi posizione-tempo e del loro significato, visualizzando concretamente il moto del punto materiale corrispondente a una certa legge oraria relativa a vari tipi di moto: rettilineo uniforme, uniformemente accelerato, vario. Ciò è possibile variando i parametri del moto (posizione iniziale, velocità iniziale, accelerazione) e guardando ciò che accade allo scorrere del tempo. Vuole inoltre introdurre lo studente, a partire dal diagramma posizione-tempo di un moto vario, al concetto di pendenza variabile e quindi di velocità istantanea per poter poi costruire il grafico velocità tempo e analizzarne il legame con quello posizione-tempo. I file simulano inoltre anche il moto di due punti materiali, visualizzando concretamente il significato di un diagramma posizione-tempo in cui compaiono i grafici di due leggi orarie che eventualmente si intersecano. La versatilità dei file permette allo studente di visualizzare (e di ideare) un numero molto grande di diagrammi posizione-tempo ampliando la casistica classicamente studiata sui libri di testo e presentata dai docenti.

I materiali sono tutti autoprodotti (sia i file GeoGebra che le schede di lavoro). I testi di scuola superiore, a cui si è fatto riferimento, sono il Walker, edizione Linx, volume del biennio, il Nuovo Caforio-Ferilli del Biennio (*Fisica, le regole del gioco*) e il Parodi-Ostili (*perCorso di Fisica* edizione blu). Sono in ogni caso anche stati consultati i volumi del triennio in particolare il III.