

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA



FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

Corso di Laurea in Matematica

**Tra teoria e pratica: esperienze dal progetto 'Linguaggio
e argomentazione'**

**Avvio all'algebra come strumento di
pensiero nella scuola di primo grado**

07 Ottobre 2015

Valentina Montonati & Elisabetta Panucci

Il progetto di ricerca

- ▶ Percorso: “Somma di numeri consecutivi”
- ▶ Scopo del percorso: congetturare e dimostrare in ambito aritmetico
- ▶ Focus del percorso: emergenza dell'algebra come strumento di pensiero e strumento per scrivere argomentazioni

Le domande di ricerca

- ▶ L'algebra viene vista dagli alunni come strumento di pensiero?
- ▶ Quali sono le difficoltà incontrate dagli alunni nel momento in cui utilizzano l'algebra come strumento di pensiero?

Il pensiero algebrico

Kieran (2004) e Lew (1999) promuovono la visione dell'algebra come strumento di pensiero.

Arcavi (1994) promuove una didattica dell'algebra incentrata sullo sviluppo del *symbol sense*.

Il pensiero algebrico

Symbol sense

- ▶ Ricorso all'algebra in situazione di risoluzione di problemi
- ▶ Importanza della manipolazione ma anche dell'interpretazione
- ▶ Scelta accurata dei simboli
- ▶ Costruzione delle espressioni simboliche in modo adeguato all'obiettivo
- ▶ Analisi delle forme equivalenti di un'espressione

L'algebra come strumento di pensiero

La padronanza dell'algebra risiede nel governare le sue tre principali funzioni:

- ▶ Stenografica
- ▶ Sintesi e generalizzazione
- ▶ Trasformazione

Difficoltà concettuali

- ▶ *Name-process dilemma* (Davis, 1975)
- ▶ Il significato del segno uguale (Kieran, 1981)
- ▶ Accettare un'espressione aperta come soluzione (Sfard, Linchevski 1994)
- ▶ Concetto di equazione (Cortes, Vergnaud, Kavafian, 1990)
- ▶ Concetto di incognita/variabile (Cortes, Vergnaud, Kavafian, 1990)

La sperimentazione: le classi

- ▶ Scuola secondaria superiore
- ▶ Una classe terza e due classi seconde
- ▶ Tre mesi di lavoro con incontri settimanali
- ▶ Modalità di lavoro ben consolidata
- ▶ Esperienze precedenti nell'argomentazione

La sperimentazione: l'iter

Le modalità di lavoro

- Schede individuali
- Lavoro di gruppo
- Discussione collettiva
- Relazioni individuali

Il percorso

- Scheda 1: somma di tre numeri consecutivi
- Scheda 2: somma di più numeri consecutivi
- Scheda con esercizi di consolidamento
- Schede-compito: schede di rinforzo e "schede problema"

L'inizio del lavoro

- Partono con esempi numerici

$$4 + 5 + 6 = 15 = 5 \times 3$$

$$7 + 8 + 9 = 24 = 8 \times 3$$

$$10 + 11 + 12 = 33 = 11 \times 3$$

3 numeri dati danno una somma multipla
del numero 3.

L'inizio del lavoro

- Partono con esempi numerici

$$2 + 3 + 4 = 9$$

$$6 + 7 + 8 = 21$$

$$9 + 10 + 11 = 30$$

$$10 + 11 + 12 = 33$$

L'inizio del lavoro

- Partono con esempi numerici

$$2 + 3 + 4 = 9$$

$$6 + 7 + 8 = 21$$

$$9 + 10 + 11 = 30$$

L'esempio generico

Spiegazione delle ragioni di validità di un'affermazione realizzando operazioni e trasformazioni su un oggetto che rappresenta una classe particolare di individui. (Balacheff)

$$\begin{array}{l} \text{1 UNITÀ} \\ \overbrace{44 + 45 + 46} = 135 \\ 45 + 45 + 45 = 45 \times 3 \\ \underline{135} \end{array}$$

Il linguaggio algebrico

$$3+4+5=12 \quad 17+18+19=54 \quad 22+23+24=69$$

$$3 \times 4 = 12 \quad 18 \times 3 = 54 \quad 23 \times 3 = 69$$

\downarrow
 IL RISULTATO È
 UGUALE AL NUMERO
 IMMEDIATO MOLTIPLICATO $\times 3$

\downarrow
 $x+y+z=y \times 3$

Una scrittura puramente stenografica:

il risultato è divisibile $\times 3$ ($a+b+c=d=\text{fig}3$)

Difficoltà concettuali sul
significato del segno uguale
(Kieran, 1981)

Il linguaggio algebrico

$$3+4+5=12 \quad 17+18+19=54 \quad 22+23+24=69$$

$$3 \times 4 = 12 \quad 18 \times 3 = 54 \quad 23 \times 3 = 69$$

IL RISULTATO È
UGUALE AL NUMERO
IMMEZZO MOLTIPLICATO X 3

$$x+y+z=y \times 3$$

Una scrittura algebrica:

il visuo

Non è meglio
utilizzare
una sola lettera?

$$\cancel{x} \times 3 \quad (a+b+c=d=\cancel{a} \times 3)$$

Difficoltà concettuali sul
significato del segno uguale
(Kieran, 1981)

Il linguaggio algebrico

Non solo traduzione ma anche manipolazione

$$A + (A+1) + (A+2) = X$$

1 UNITÀ

$$(A+1) + (A+1) + (A+1) = (A+1) \times 3 = X$$

Difficoltà ad accettare
come risultato
un'espressione aperta
(Sfard, Linchevski
1994)

Linguaggio algebrico utilizzato come strumento per
scrivere argomentazioni

Luci..

FACESSE IL NUMERO INMEZZO
INSIEME AL MIO GRUPPO ABBIAMO LATO IL PERCHÉ
IL RISULTATO DIVISO PER 3 FACESSE IL NUMERO
INMEZZO ^{1 UNITÀ}

ES $11 + 12 + 13 = 36$
 $12 + 12 + 12 = 36 = 12 \times 3$

QUINDI SPOSTANDO UN UNITÀ DALL'ULTIMO NUMERO
AL PRIMO I 2 NUMERI DIVENTAVANO UGUALI A
QUELLO CENTRALE, PER DIMOSTRARE CHE LA
REGOLA FOSSE SEMPRE UGUALE ABBIAMO CERCATO
DI GENERALIZZARE

ES $A + (A+1) + (A+2) = X$
 $(A+1) + (A+1) + (A+1) = X = (A+1) \times 3$

..e ombre

Il collegamento all'aritmetica è ancora molto forte

Le conclusioni che ha dato il
Gruppo di Sams

$$es =$$
$$(N+1)$$
$$(N+3) - 1 = N+2$$
$$(N+1) + 1 = N+2$$

Per spiegare meglio:

$$N = 1$$
$$(1+1) = 2$$
$$(1+3) = 4 - 1 = 3$$
$$(1+1) = 2 + 1 = 3$$

Conclusioni

- ▶ Abbiamo visto un caso in cui si utilizza l'algebra come strumento di pensiero, mettendo in risalto le funzioni di sintesi, generalizzazione e trasformazione del linguaggio algebrico.
- ▶ Grazie alla disinvoltura nel gestire il linguaggio algebrico gli alunni possono utilizzare l'algebra come strumento dimostrativo e coglierne la potenzialità.
- ▶ Questo linguaggio è abbastanza difficoltoso per gli alunni: le maggiori difficoltà sono dovute alle regole sintattiche, all'espressione aperta come risultato e alla ricerca di espressioni algebriche equivalenti.

Grazie per l'attenzione