

LA COSTRUZIONE DI UN  
CURRICOLO VERTICALE A PARTIRE  
DA

DOMANDE INVALSI:  
ESEMPI E  
RIFLESSIONI

**Rossella Garuti e Nicoletta Nolli**

**DI.FI.MA. Matematica e fisica nelle istituzioni:  
curriculum, valutazione, sperimentazione  
Torino - 16 ottobre 2017**

## SCALETTA DELLA RELAZIONE

- Aspetti di verticalità nelle Indicazioni Nazionali 2012 e nel QDR INVALSI
- Quesiti INVALSI “in verticale” come occasione di riflessione:
  1. quesiti propedeutici: *la messa in formula*
  2. quesiti sulla stesso contenuto: *l'ordinamento dei numeri*
- Conclusioni

# LE INDICAZIONI NAZIONALI 2012

## Annali della Pubblica Istruzione



Indicazioni nazionali per il curriculum  
della scuola dell'infanzia  
e del primo ciclo d'istruzione



*Ministero dell'Istruzione,  
dell'Università e della Ricerca*

Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione

## matematica

Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il «pensare» e il «fare» e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani. In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita

quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.

**ASPETTI  
LINGUISTICI**



Ministero dell'Istruzione,  
dell'Università e della Ricerca

Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione

In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive. Nella scuola primaria si potrà utilizzare il gioco, che ha un ruolo cruciale nella comunicazione, nell'educazione al rispetto di regole condivise, nell'elaborazione di strategie adatte a contesti diversi.

## LABORATORIO DI MATEMATICA



*Ministero dell'Istruzione,  
dell'Università e della Ricerca*

Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione

La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese:

è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico.

**LINGUAGGIO  
MATEMATICO:  
rappresentazioni**





# LA SCUOLA DELL'INFANZIA

## **Numero e spazio**

La familiarità con i numeri può nascere a partire da quelli che si usano nella vita di ogni giorno; poi, ragionando sulle quantità e sulla numerosità di oggetti diversi, i bambini costruiscono le prime fondamentali competenze sul contare oggetti o eventi, accompagnandole con i gesti dell'indicare, del togliere e dell'aggiungere. Si avviano così alla conoscenza del numero e della struttura delle prime operazioni, suddividono in parti i materiali e realizzano elementari attività di misura. Gradualmente, avviando i primi processi di astrazione, imparano a rappresentare con simboli semplici i risultati delle loro esperienze.

Muovendosi nello spazio, i bambini scelgono ed eseguono i percorsi più idonei per raggiungere una meta prefissata scoprendo concetti geometrici come quelli di direzione e di angolo. Sanno descrivere le forme di oggetti tridimensionali, riconoscendo le forme geometriche e individuandone le proprietà (ad esempio, riconoscendo nel «quadrato» una proprietà dell'oggetto e non l'oggetto stesso).

Operano e giocano con materiali strutturati, costruzioni, giochi da tavolo di vario tipo.

### **Traguardi per lo sviluppo della competenza**

Il bambino raggruppa e ordina oggetti e materiali secondo criteri diversi, ne identifica alcune proprietà, confronta e valuta quantità; utilizza simboli per registrarle; esegue misurazioni usando strumenti alla sua portata.

Sa collocare le azioni quotidiane nel tempo della giornata e della settimana.

Riferisce correttamente eventi del passato recente; sa dire cosa potrà succedere in un futuro immediato e prossimo.

Osserva con attenzione il suo corpo, gli organismi viventi e i loro ambienti, i fenomeni naturali, accorgendosi dei loro cambiamenti.

Si interessa a macchine e strumenti tecnologici, sa scoprirne le funzioni e i possibili usi.

Ha familiarità sia con le strategie del contare e dell'operare con i numeri sia con quelle necessarie per eseguire le prime misurazioni di lunghezze, pesi, e altre quantità.

Individua le posizioni di oggetti e persone nello spazio, usando termini come avanti/dietro, sopra/sotto, destra/sinistra, ecc.; segue correttamente un percorso sulla base di indicazioni verbali.

ASPETTI LINGUISTICI

## Scuola infanzia sez. 5 anni

*delle volte...no...mai...sempre*

Pietro:- **Delle volte** 1 è più di 3...., delle volte.

Marco:- **No, mai.** 3 è di più di 1, **sempre.**

Pietro:- 1 e di più se è un elefante, perché un elefante è di più di 3 formiche.

Chiara:- E' di più di peso perché è grossissimo. Un elefante occupa tutto lo spazio qua ..., se viene dentro.

Marco:-... Ma è uno!!! 1 è meno di 3. Fai l'esempio con le cose uguali e poi vedi...che poi 3 è di più.

ESEMPLIFICAZIONE

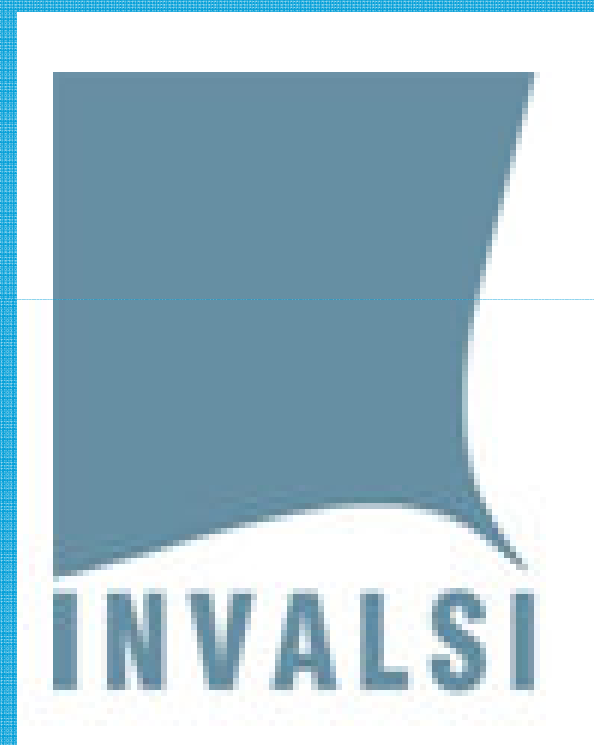
Pietro:- lo ho detto delle volte, mica sempre.

Marco:- 3 pizze sono di più di una pizza e un elefante è meno di 3 formiche perché è 1. Vedi 3 è più di 1. (gesto di confronto fra 3 dita di una mano e un dito dell'altra mano)

Pietro:- Di numero è meno, ma di grande no.



# IL QUADRO DI RIFERIMENTO DI MATEMATICA



# STRUTTURA del Quadro di Riferimento

## Matematica



INDICAZIONI NAZIONALI E LINEE  
GUIDA

### AMBITI

**Numeri**  
**Spazio e figure**  
**Relazioni e funzioni**  
**Dati e previsioni**

### DIMENSIONI

**Conoscere**  
**Risolvere problemi**  
**Argomentare**

## MATEMATICA: LE DIMENSIONI



Conoscere  
Risolvere  
problemi  
Argomentare

- ✧ esigenze connesse con l'analisi statistica dei risultati delle prove
- ✧ necessità di orientare la lettura dei risultati in accordo con le indicazioni nazionali per il Curricolo e in particolare con i Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria e secondaria di I grado

### Per la scuola secondaria di II grado

Un gruppo di lavoro ha individuato una serie di Traguardi per lo sviluppo delle competenze alla *fine dell'obbligo scolastico* in diretta *continuità* con i Traguardi della *fine del primo ciclo*

Risolvere  
problemi  
Argomentare

- ✧ stretta relazione tra *Problem solving* e *argomentazione*
- ✧ calcolatrici e computer incorporano tutte le attività matematiche di tipo esecutivo ma richiedono lo sviluppo di competenze di *decisione*, di *scelta* e di *controllo*

## I limiti e le potenzialità delle prove Invalsi

competenza di orientarsi in una situazione problematica fino ad individuare il problema da risolvere (*Problem Posing*)

capacità di affrontare un problema “grezzo” procurandosi i dati necessari per risolverlo

capacità di *scegliere* l'affermazione corretta e *produrre* una giustificazione di essa

capacità di *produrre* e poi *giustificare* un'affermazione

capacità di *scegliere* l'affermazione corretta e di *individuare* una giustificazione di essa tra quelle proposte

## MATEMATICA: LE DIMENSIONI



### Conoscere

*Oggetti matematici* (concetti, segni, algoritmi ....)

*Capacità di farne uso* stabilendo connessioni tra essi

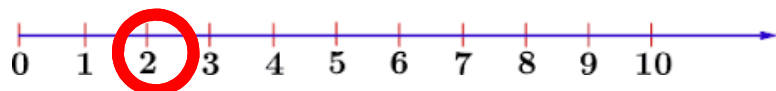
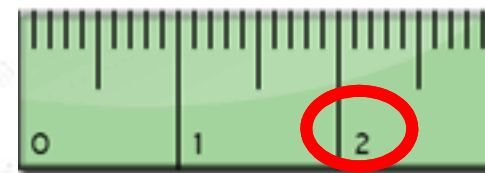
competenze strumentali

al *Problem solving* e all'*argomentazione*

Considerazioni su cosa significa e come si realizza la padronanza degli **oggetti matematici** si sono sviluppate in parallelo, e spesso in interazione, con le ricerche nelle scienze dell'educazione che hanno progressivamente sottolineato le **competenze** come **"unità" di conoscenze, e capacità e intenzione di farne uso per affrontare compiti** (a partire dall'analisi delle competenze necessarie per affrontare **compiti professionali specifici**, negli anni '70, fino ad investire in seguito anche i sistemi di formazione, inclusa la scuola, del compito di sviluppare e accertare **competenze** e non solo **conoscenze**).



La **dimensione semiotica** della rappresentazione è trasversale alle altre dimensioni e assume in ciascuna di esse aspetti diversi.



Le prove Invalsi  
quali  
informazioni  
possono dare?  
Come le possiamo

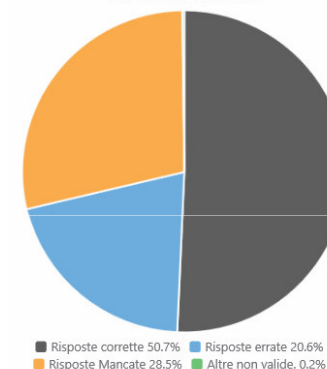


Le prove Invalsi  
come terreno  
comune di  
discussione tra  
insegnanti

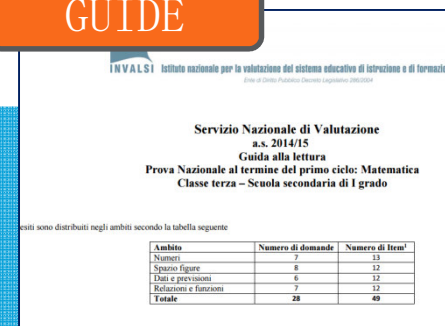
PROVE



Percentuali nazionali



GUIDE



Gestinv 2.0 Archivio interattivo delle prove Invalsi  
realizzato da Cervelli In Azione srl e ForMath srl, sviluppando un progetto realizzato per Invalsi da Sergio Zaccante

Informazioni | Matematica | Italiano | Utilità

Introduzione a Gestinv.  
Novità e aggiornamenti della versione

Prove di Matematica  
Banca dati dei risultati delle Prove Invalsi di Matematica: 28 prove tenutesi dal 2008 al 2015 (1124 domande e relative risposte).

Prove di Italiano  
Presto on line la banca dati delle prove Invalsi di Italiano.

Registrazione  
Ottieni la password per accedere.

raccolta di documenti  
Documenti scaricabili su Invalsi e Istruzione.

<http://www.gestinv.it/>

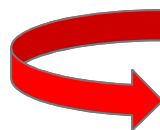


Analizzare i testi  
dei quesiti

Individuare i collegamenti con le  
Indicazioni Nazionali e le Linee  
Guida

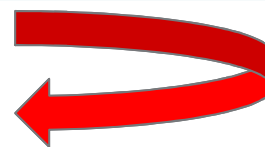
Analizzare dati statistici

**E poi...**



Riflettere su difficoltà (e  
possibili motivazioni/cause)  
tipiche di un livello o che si  
possono protrarre nel tempo o  
che possono comparire  
successivamente

Intrecciare analisi qualitative  
e quantitative (abbiamo dati  
sul campione nazionale e poi  
possiamo analizzare i  
protocolli dei ragazzi) in  
esempi specifici di quesiti



Progettare e sviluppare nuove  
attività nelle classi che  
tengano conto delle analisi a  
priori svolte e dei risultati  
statistici di alcuni quesiti

# ANALISI «IN VERTICALE» DI CATENE DI QUESITI

## COME SELEZIONARE I QUESITI?

### Indicazioni Nazionali e Quadro Di Riferimento INVALSI

L'analisi a priori qualitativa delle prove può

- ❖ argomenti verticali e, in questi, le possibili difficoltà degli studenti

#### **1. quesiti «propedeutici» allo sviluppo di concetti e contenuti**

- ❖ concetti che si sviluppano nel tempo che possono, se non ben fondati, precludere l'apprendimento successivo

#### **2. quesiti «simili» nei contenuti e nelle strategie risolutive**

Studi didattici della matematica

# ANALISI DIDATTICA «IN VERTICALE»

1. quesiti «propedeutici» allo sviluppo di concetti e contenuti:  
Un esempio: *La messa in formula*



## 1. QUESITI «PROPEDEUTICI» ALLO SVILUPPO DI CONCETTI E CONTENUTI

- Quali quesiti possono essere considerati collegati fra di loro nell'ottica della costruzione di un curriculum verticale e di un apprendimento "a spirale"?
- Quali ostacoli emergono dall'analisi dei quesiti?
- Quali punti di forza per gli apprendimenti successivi?





# LA MESSA IN FORMULA

Ambito

NUMERI

L02 - 2011

**D11. La mamma di Luca per fare 2 panini ha usato:**

- 4 fette di pane;
- 2 fette di prosciutto cotto;
- 1 mozzarella.

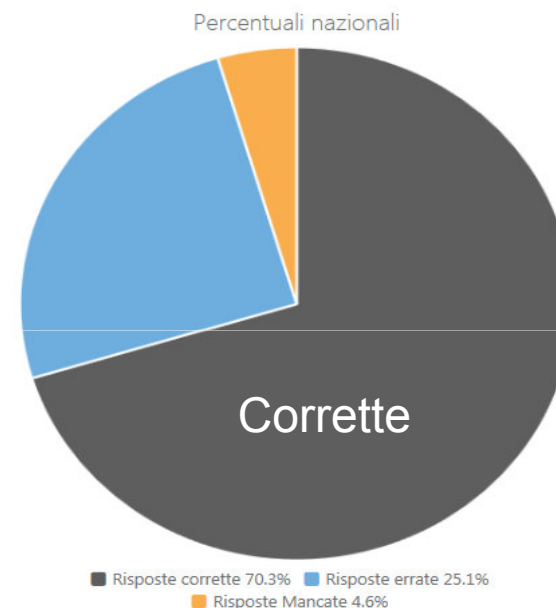
Risposta esatta

8 fette di pane; 4 fette di prosciutto; 2 mozzarelle

**Per fare 4 panini ha bisogno di:**

- ..... fette di pane;
- ..... fette di prosciutto cotto;
- ..... mozzarelle.

Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico e geometrico)



D11. La mamma di Luca per fare 2 panini ha usato:

- 4 fette di pane;
- 2 fette di prosciutto cotto;
- 1 mozzarella.

L02 - 2011

Per fare 4 panini ha bisogno di:

- ..... fette di pane;
- ..... fette di prosciutto cotto;
- ..... mozzarelle.

### Errori più frequenti: Modello additivo vs modello moltiplicativo

- Situazione additiva : 4 fette + 4 fette  
la prima va bene ma dopo fanno  $2 + 4 = 6$  fette di prosciutto  
 $1 + 4 = 5$  mozzarelle
- Considerano la differenza fra le due situazioni (2):  
 $4+2 = 6$  fette di pane  
 $2+2 = 4$  fette di prosciutto  
 $1+2 = 3$  mozzarelle



# L05 - 2013

**Ambito**  
RELAZIONI E FUNZIONI

Risposta esatta

30 gomitoli

D11. Per preparare 4 tovaglie all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

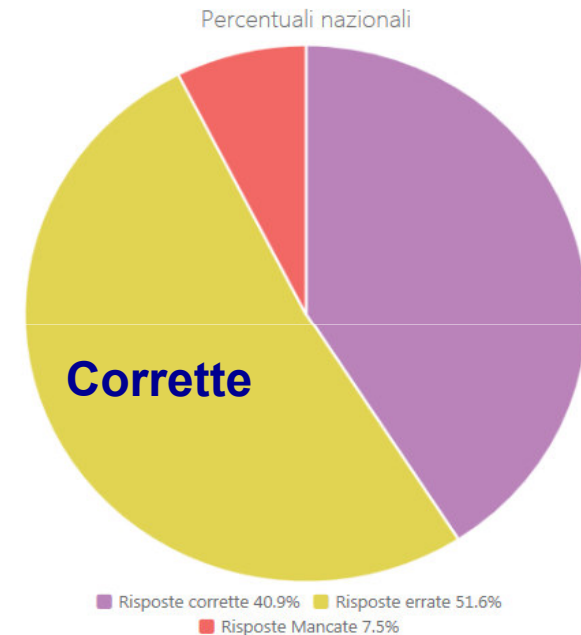
a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovaglie?

Risposta: .....

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

.....  
.....  
.....

Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico – geometrico -algebrico





# L05 - 2013

## Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

D11. Per preparare 4 tovaglie all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovaglie?

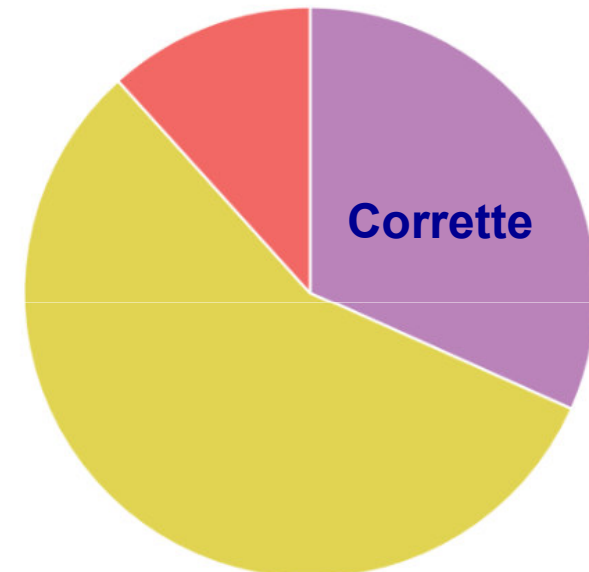
Risposta: .....

b. **Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.**

.....  
.....  
.....

Acquisire progressivamente  
forme tipiche del pensiero  
matematico (congetturare,  
argomentare, verificare, definire,  
generalizzare,...)

Percentuali nazionali



■ Risposte corrette 31.7% ■ Risposte errate 56.6%  
■ Risposte Mancate 11.7%

Modello  
ADDITIVO

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

- a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta: *Dovrà usare 22 gomitoli*

- b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

*Prima ho fatto  $6 - 4 = 2$ , dopo al 20 ho aggiunto 2 e mi è venuto 22.*

Modello  
MOLTIPLICATIVO

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

- a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta: *30*

- b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

*La nonna utilizza 1,5 gomitoli e mezzo per preparare una tovaglietta quindi io ho fatto così:  $20 \times 1,5 = 30$*





# ANALISI DI ALCUNI PROTOCOLLI

D11. Per preparare 4 tovaglie all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovaglie?

Risposta: .....30.....

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

Ho fatto  $20:4=5$  e  $6 \times 5=30$  la nonna  
userà 30 gomitoli

*Soluzioni trovate nella classe e trascritte da tutti sul quaderno*

$20:4=5$       $6 \times 5=30$   
*non*

T	G
4	6
8	12
12	18
16	24
20	30

*non*  
 $6:4=1,5$

$1,5 \times 20 = 30$

*non*  
 $6:2=3$

$3 \times 10 = 30$

10 su 22 bambini hanno scritto

9 bambini la prima soluzione  
1 bambina la tabella  
1 bambino ha ridotto all'unità  
(terza soluzione)  
1 bambina ha fatto l'ultima  
per "semplificare"





# L08 - PN 2011

## Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

Risposta esatta

A

**D17.** La formula  $L = L_0 + K \times P$  esprime la lunghezza  $L$  di una molla al variare del peso  $P$  applicato.  $L_0$  rappresenta la lunghezza in centimetri “a riposo” della molla;  $K$  indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando le si applica una unità di peso.

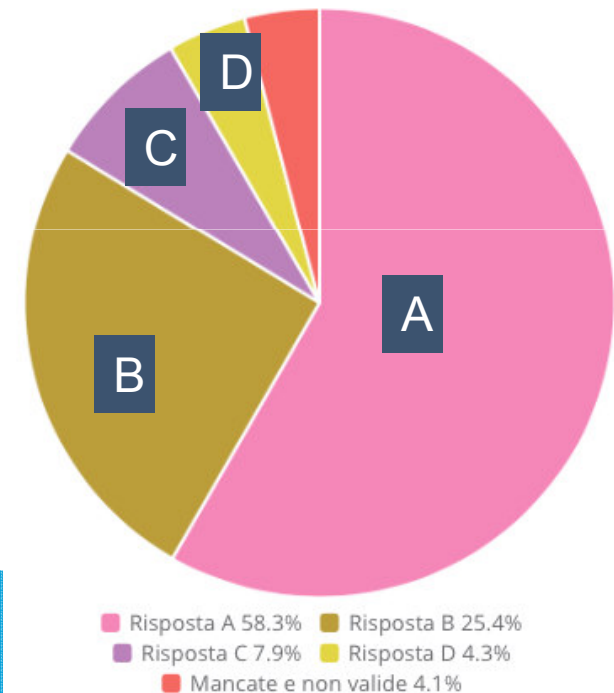
Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:

“È una molla molto corta e molto dura (cioè molto resistente alla trazione)”?

- A.  $L = 10 + 0,5 \times P$
- B.  $L = 10 + 7 \times P$
- C.  $L = 80 + 0,5 \times P$
- D.  $L = 80 + 7 \times P$

Costruire, interpretare, trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà

Domande a risposta multipla





# L10 - 2011

Ambito

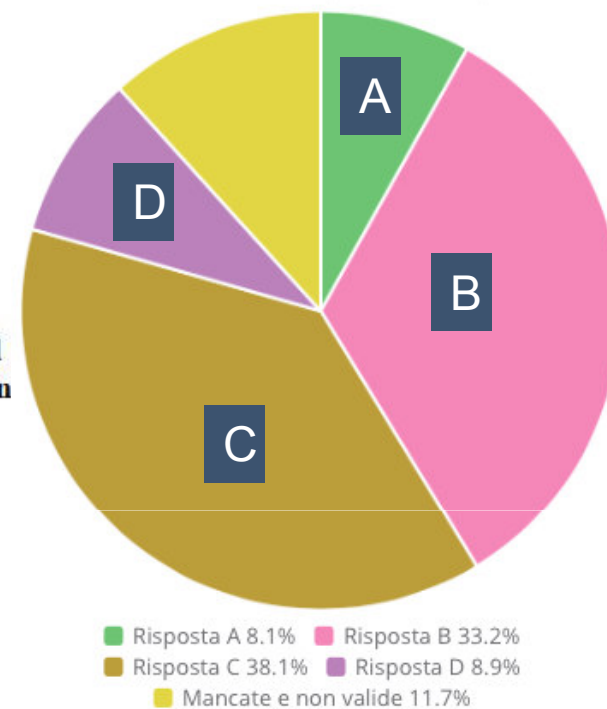
RELAZIONI E FUNZIONI

**D24.** La formula  $l = l_0 + k \cdot P$  esprime la lunghezza  $l$  di una molla al variare del applicato.  $l_0$  rappresenta la lunghezza in centimetri "a riposo" della molla;  $k$  in quanto si allunga in centimetri la molla quando si applica una unità di peso. Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione: "È una molla molto lunga e molto resistente alla trazione"?

- A.  $l = 15 + 0,5 \cdot P$
- B.  $l = 75 + 7 \cdot P$
- C.  $l = 70 + 0,01 \cdot P$
- D.  $l = 60 + 6 \cdot P$

Risposta esatta  
c

Domande a risposta multipla



Conoscere e utilizzare diverse forme di rappresentazione e saper passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica)



# L08 - PN 2012

## Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

**E17.** Paolo acquista una tessera che consente l'ingresso a prezzo ridotto per un anno a un cinema della sua città. Il costo della tessera è di 12 euro e permette di pagare il biglietto di ingresso solo 5 euro per ogni spettacolo.

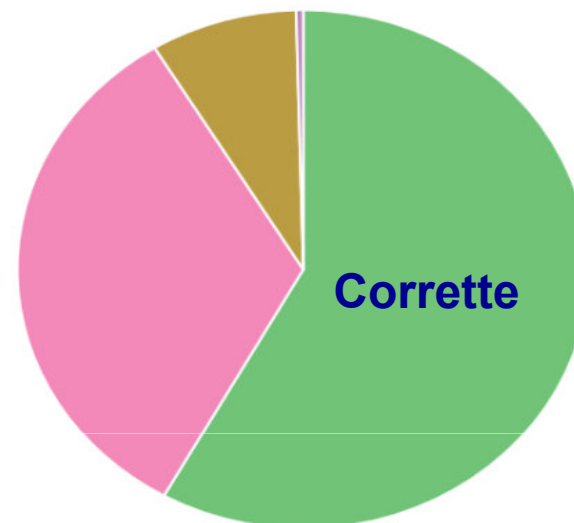
a. Completa la seguente tabella, dove  $n$  è il numero degli spettacoli e  $S$  il costo complessivo della tessera e dei biglietti di ingresso.

$n$ (numero di spettacoli)	$S$ (costo complessivo in euro)
0	12
1	.....
2	.....
3	.....
4	.....
5	.....

b. Quale fra le seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo  $S$  al variare del numero  $n$  di spettacoli?

- A.   $S = 12 + 5n$
- B.   $S = 12 + 5$
- C.   $S = 12 + n$
- D.   $S = 12n + 5n$

Percentuali nazionali



■ Risposte corrette 58.1% ■ Risposte errate 33.2%  
■ Risposte Mancate 8.3% ■ Altre non valide. 0.4%

Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure



## Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

# L08 - PN 2012

**E17.** Paolo acquista una tessera che consente l'ingresso a prezzo ridotto per un anno a un cinema della sua città. Il costo della tessera è di 12 euro e permette di pagare il biglietto di ingresso solo 5 euro per ogni spettacolo.

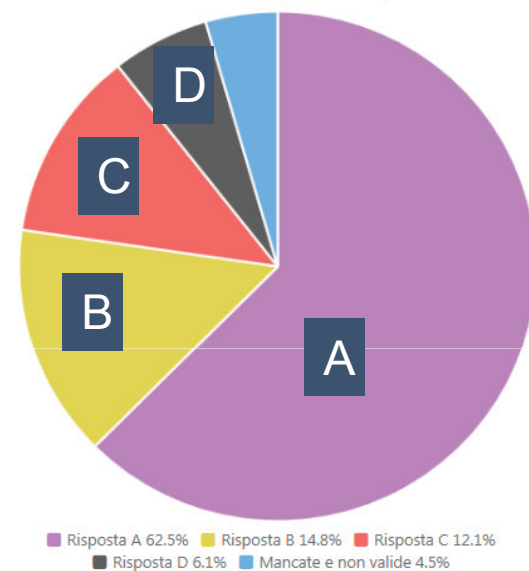
a. Completa la seguente tabella, dove  $n$  è il numero degli spettacoli e  $S$  il costo complessivo della tessera e dei biglietti di ingresso.

$n$ (numero di spettacoli)	$S$ (costo complessivo in euro)
0	12
1	.....
2	.....
3	.....
4	.....
5	.....

b. Quale fra le seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo  $S$  al variare del numero  $n$  di spettacoli?

- A.   $S = 12 + 5n$
- B.   $S = 12 + 5$
- C.   $S = 12 + n$
- D.   $S = 12n + 5n$

Domande a risposta multipla



Costruire, interpretare, trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà



# L08 - PN 2012

## Ambito RELAZIONI E FUNZIONI

c. Osserva ora i grafici seguenti.

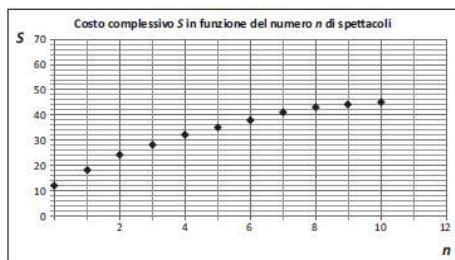


Grafico 1



Grafico 2

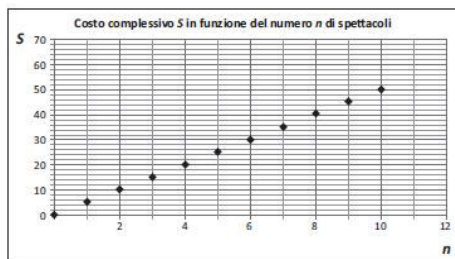


Grafico 3

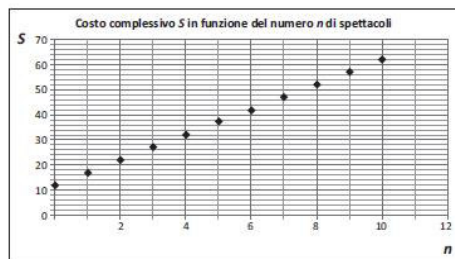
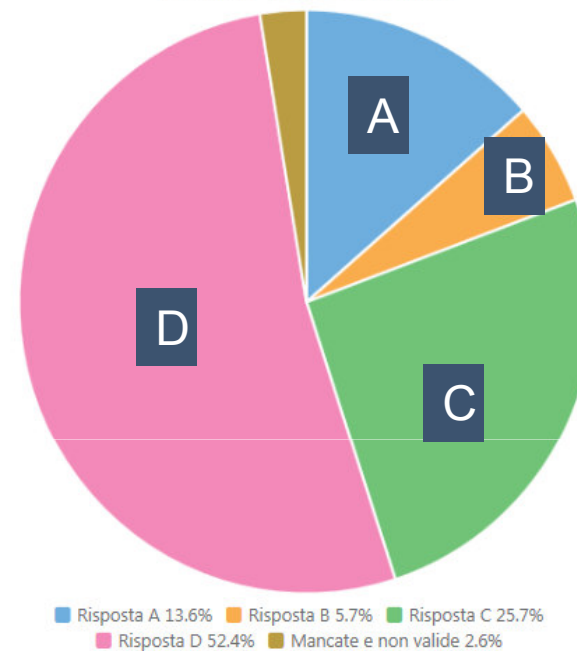


Grafico 4

Quale grafico rappresenta come varia il costo complessivo  $S$  al variare del numero  $n$  di spettacoli?

- A.  Grafico 1
- B.  Grafico 2
- C.  Grafico 3
- D.  Grafico 4

Domande a risposta multipla



Conoscere diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra



# L13 - pretest 2017

Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

LS - LNS - ITT

RF7. Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio.

La legge  $N(t) = 2^{2t}$  fornisce il numero di batteri in milioni, in funzione del tempo, espresso in ore.

a. Completa la tabella:

t(h)	Numero N di batteri (in milioni)
0	1
0,5	2.
1	4
1,5	8
2	16.
2,5	32.

	frequenza	%
errata	103	21,3
corretta	299	61,9
mancante	81	16,8
Totale	483	100,0

b. Dopo quanto tempo la popolazione di batteri sarà composta da 256 milioni di individui?

Risposta: ...4.ore

	frequenza	%
errata	175	36,2
corretta	173	35,8
mancante	135	28,0
Totale	483	100,0





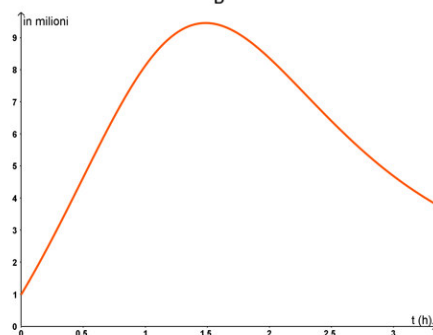
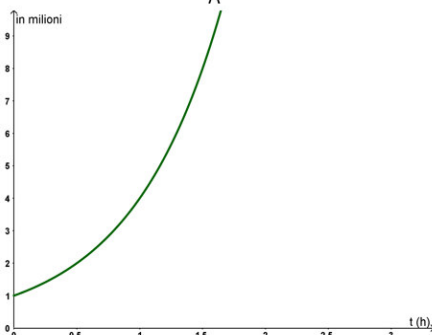
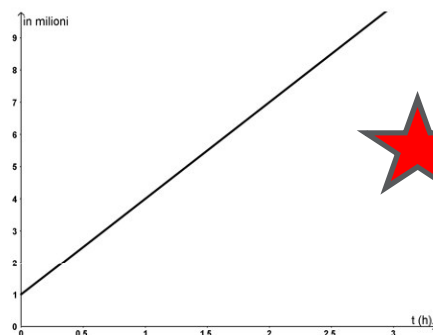
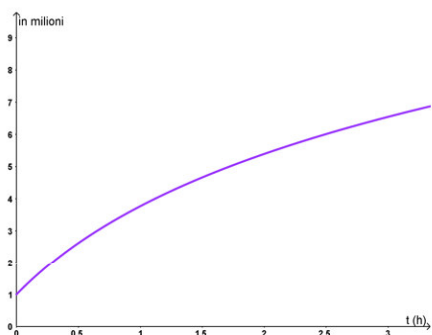
# L13 - pretest 2017

Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

LS – LNS - ITT

c. Quale dei seguenti grafici può rappresentare la popolazione  $N$  in funzione del tempo  $t$ ?



	frequenza	%
A	27	5,6
B	99	20,5
C	304	62,9
D	12	2,5
mancante	41	8,5
Totale	483	100

- A.  Grafico A
- B.  Grafico B
- C.  Grafico C
- D.  Grafico D

Conoscere diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra



# L13 - pretest 2017

Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	20 euro
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km

Alessandro noleggia un'auto e percorre 100 km. Quanto spende?

Risposta:  €

## LNS - ITT

	frequenza	%
errata	149	33,7
corretta	274	62,0
mancante	19	4,3
Totale	442	100,0

Errore più frequente 65 €

## DUE ASPETTI:

- Ostacoli di tipo linguistico
- Ostacoli legati al modello matematico

Reddito		Aliquota
Da euro	Fino a euro	
	15.000,00	23%
15.000,00	28.000,00	27%
28.000,00	55.000,00	38%
55.000,00	75.000,00	41%
75.000,00		43%





Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

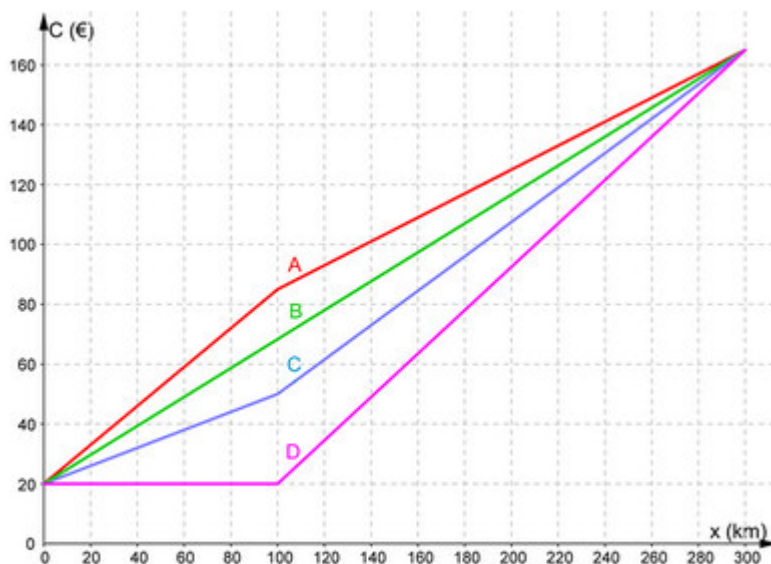
# L13 - pretest 2017

## LNS - ITT

Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	20 euro
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km

Nella figura seguente sono rappresentati i grafici di quattro contratti di autonoleggio.



Scegli quello che corrisponde alla proposta del comune.

	frequenza	%
A	226	51,4
B	82	18,6
C	55	12,5
D	56	12,7
mancante	21	4,8
Totale	440	100,0

Conoscere diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra

- A  Grafico A
- B  Grafico B
- C  Grafico C
- D  Grafico D



## 1. quesiti «propedeutici» allo sviluppo di concetti e contenuti



# ANALISI DIDATTICA «IN VERTICALE»

## **2. quesiti «simili» nei contenuti e nelle strategie risolutive:**

Un esempio: *ordinamento dei numeri*



## 1. QUESITI «SIMILI» NEI CONTENUTI E NELLE STRATEGIE RISOLUTIVE

- Quali quesiti hanno aspetti matematici simili declinati su livelli scolari diversi?
- Quali ostacoli emergono dall'analisi dei quesiti?
- Quali punti di forza per gli apprendimenti successivi?



## *la linea dei numeri: uno strumento fin dall'infanzia*



**Il calendario**



**Il gioco dell'oca**

## Il primaria 2012

D4. Osserva questa retta dei numeri:



a. Quale tra i seguenti numeri scriveresti nel posto indicato dal triangolino?

A.  2

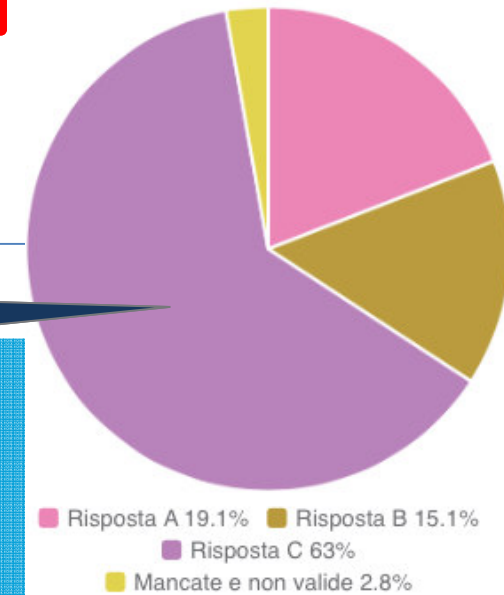
B.  10

C.  20

b. Sulla retta dei numeri disegnata sopra metti al posto giusto il numero 60.

63%  
corrett  
e

Domande a risposta multipla



## Il primaria 2012

D4. Osserva questa retta dei numeri:



a. Quale tra i seguenti numeri scriveresti nel posto indicato dal triangolino?

A.  2

B.  10

C.  20

b. Sulla retta dei numeri disegnata sopra metti al posto giusto il numero 60.

25,1%  
mancate

Percentuali nazionali

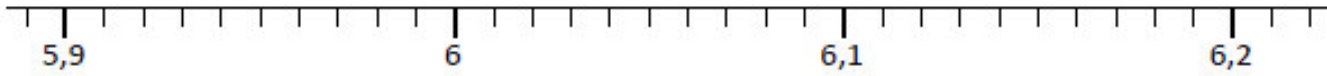


■ Risposte corrette 58.4%  
■ Risposte errate 15.8%  
■ Risposte Mancate 25.1%  
■ Altre non valide. 0.7%

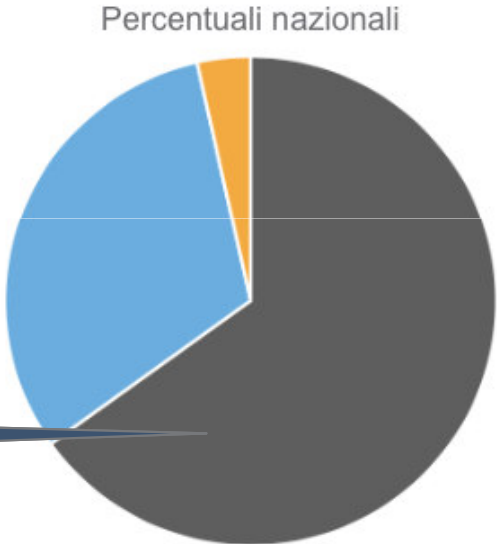
58,4%  
corrette

D6. Collega con una freccia il numero nel riquadro alla tacca corrispondente sulla linea dei numeri.

6,02

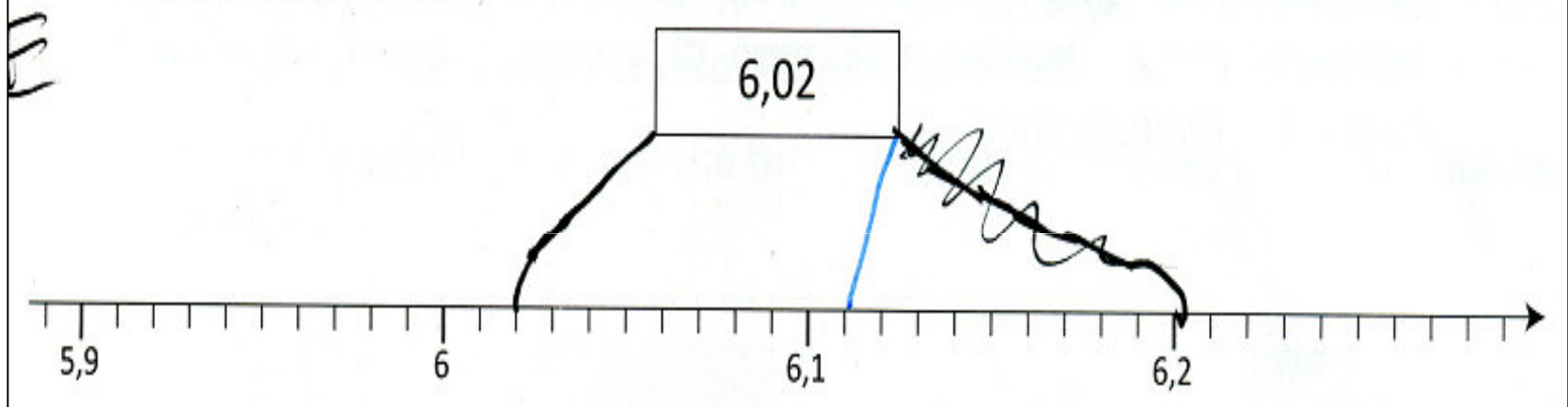


Corrette:  
65,1%



■ Risposte corrette 65.1%  
■ Risposte errate 31.4%  
■ Risposte Mancate 3.5%

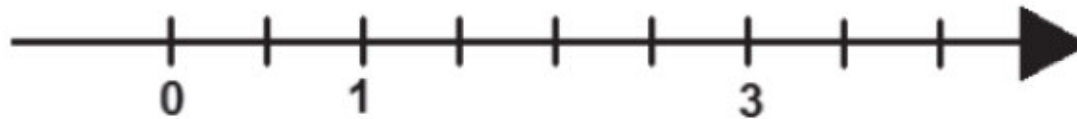
D6. Collega con una freccia il numero nel riquadro alla tacca corrispondente sulla linea dei numeri.



## I secondaria di I grado 2011

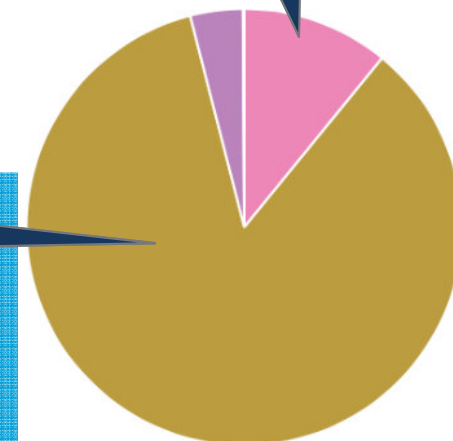
D8. Posiziona sulla retta i seguenti numeri:

2    2,5     $\frac{3}{2}$      $\frac{5}{10}$



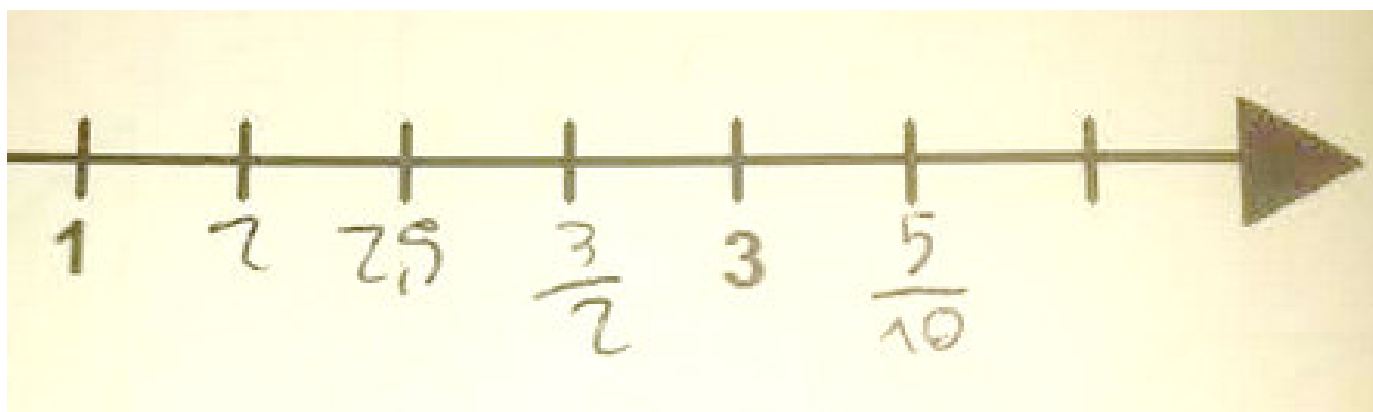
10,1%  
corrette

Percentuali regionali



85,1% errate

Risposte corrette 10.9%    Risposte errate 85.1%  
Risposte Mancate 3.9%    Altre non valide. 0.1%

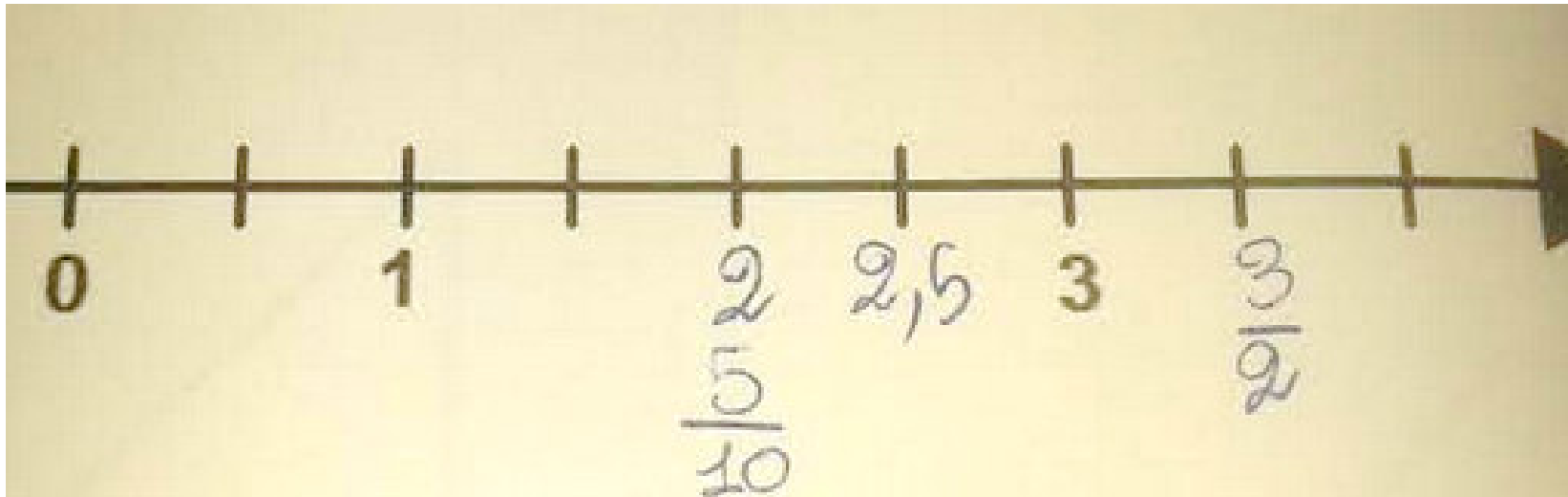


$3/2$  tra 2,5 e 3

$5/10$  una tacca dopo il 3

**Numeri messi uno di seguito all' altro senza tener conto di cosa rappresenta la distanza tra due tacche. Sono solo copiati nell' ordine dato dal testo o solo tenendo conto della parte intera e dei numeratori delle frazioni?**

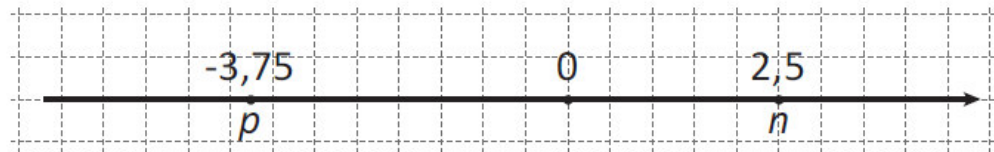




Il numero maggiore diviso il numero minore, in questo caso sono uno il doppio/metà dell'altro

## III secondaria di I grado 2016

D16. Osserva la seguente retta dei numeri.



Se moltiplichi  $n$  per un numero indicato con  $k$  ottieni come risultato  $p$ .

$$n \cdot k = p$$

Qual è il valore di  $k$ ?

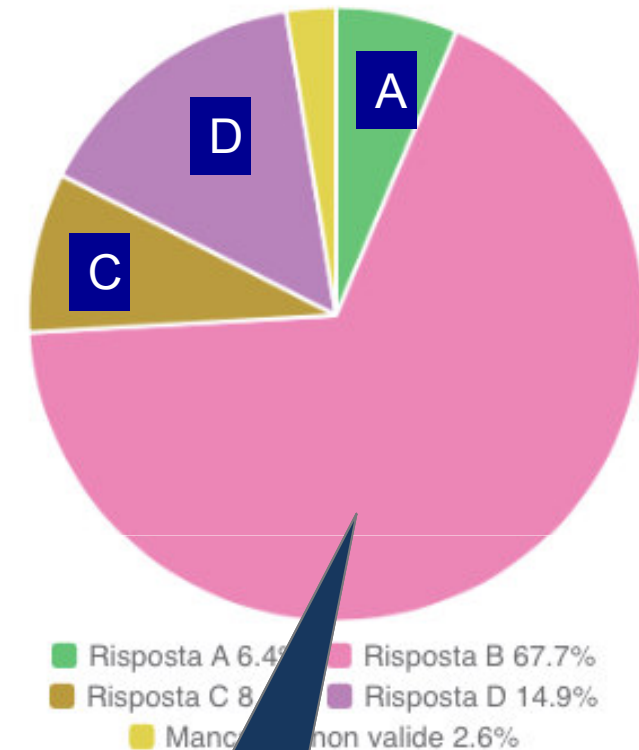
- A.  + 1,5
- B. - 1,5
- C.  - 3,75
- D.  + 1,25

**Opzione D** corrisponde a  $3,75 - 2,5 =$  fanno la differenza invece del rapporto

**Opzione A:** stima del risultato ma sbagliano il segno

**Opzione C:** comprensione errata del testo (interpretano "qual è il risultato  $p$ ?)

Domande a risposta multipla



67,7%  
corrette

# Il secondaria di II grado 2016

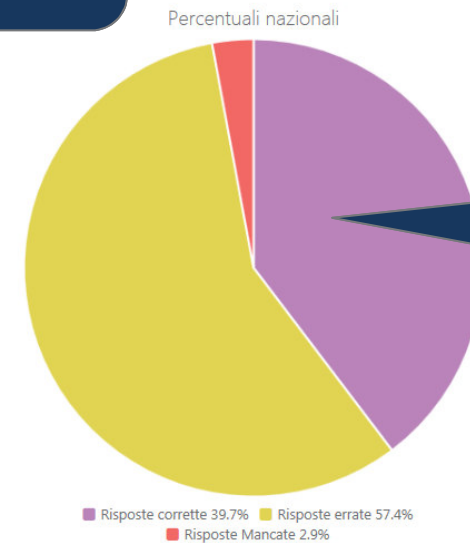
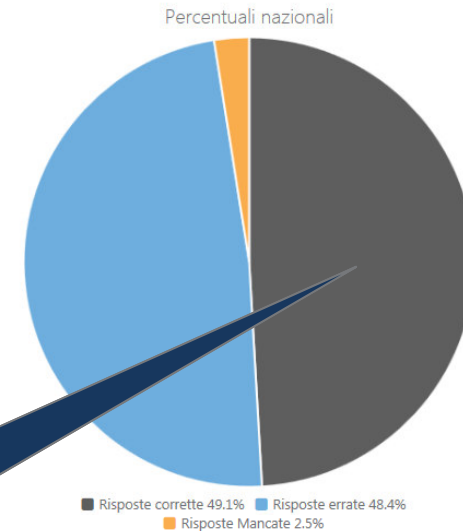
D7. Di tre numeri reali  $a$ ,  $b$  e  $c$  non si conosce il valore; si sa, però, che la loro posizione sulla retta numerica è la seguente:



Basandoti sulla figura, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	$-a > c$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	$\frac{1}{c} < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	$\sqrt{-a} > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	$a + c < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

49,1%  
corrette



39,7%  
corrette

# Il secondaria di II grado 2016

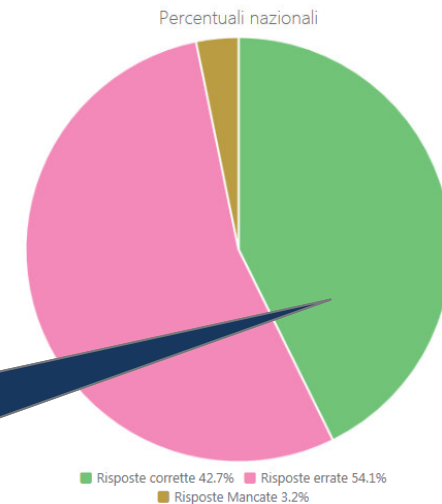
D7. Di tre numeri reali  $a$ ,  $b$  e  $c$  non si conosce il valore; si sa, però, che la loro posizione sulla retta numerica è la seguente:



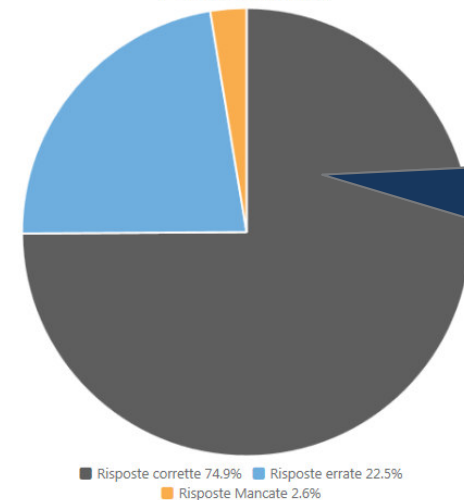
Basandoti sulla figura, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	$-a > c$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	$\frac{1}{c} < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	$\sqrt{-a} > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	$a + c < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

42,7%  
corrette



Percentuali nazionali



74,9%  
corrette

# L13 - pretest 2017

## LS - LNS – ITE - ITT

Sia  $a$  un numero reale maggiore di 0 e minore di 1.

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
1.	$a < \frac{1}{a}$		
2.	$a^3 < a$		
3.	$\sqrt{a} < a$		

	Mancanti	V	F
1.	2,2%	65,8 %	31,9%
2.	2,8%	60,8%	36,6%
3.	2,6%	36,4%	61,0%

## 2. quesiti «simili» nei contenuti e nelle strategie risolutive



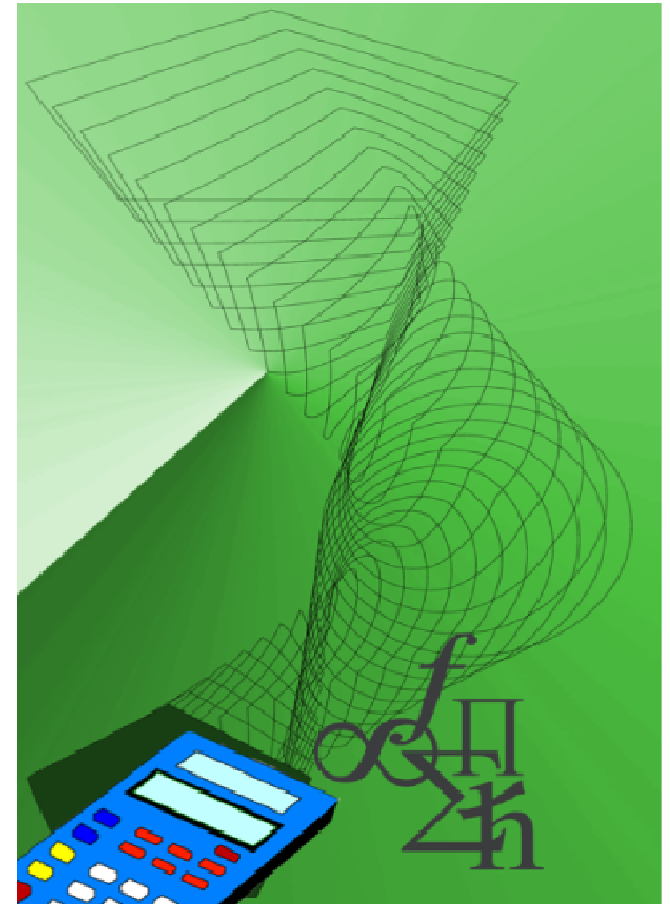
## CONCLUSIONI:

- Istituti Comprensivi hanno favorito la costruzione di un curriculum verticale nel primo ciclo (primaria e secondaria di I grado)
- Rimane ancora un gap con la scuola dell'infanzia e la secondaria di II grado
  
- **Alcune note di speranza:**
  - molte scuole analizzano congiuntamente i risultati delle prove INVALSI, predispongono prove comuni in continuità verticale, non più solo prove di ingresso;
  - il Piano Nazionale di formazione 2016-2019: molte reti di scuole hanno organizzato corsi di formazione per la costruzione di curricula verticali rivolti a docenti dalla scuola dell'infanzia alla scuola secondaria di II grado.





*Grazie!*



**DI.FI.MA 2017**