VIII CONVEGNO DIFIMA 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione

# Il Liceo Potenziato in Matematica di Torino: numeri, impressioni e riflessioni a distanza di un anno


**Giulia Ferrari** – Università di Torino, Dipartimento di Matematica "G. Peano"

**Elisa Gentile** – I.I.S. "Majorana" di Moncalieri (TO), Università di Torino

# Liceo *Potenziato* in Matematica

# Collaborazione Scuole-Università

- Dipartimento di Matematica “G. Peano” (Università degli Studi di Torino) - Gruppo di Ricerca in Didattica della Matematica: proff. Ferdinando Arzarello, Francesca Ferrara, Ornella Robutti
- Collaboratori: Giulia Ferrari (dottoranda), Elisa Gentile (docente della scuola)

- Il Dipartimento di Matematica dell’Università di Torino e le singole Scuole che aderiscono al progetto sono firmatari di un protocollo d’intesa che sancisce la presa di responsabilità di ambo le parti nella collaborazione al progetto.

# Collaborazione Scuole-Università

- Dipartimento di Matematica “G. Peano” (Università degli Studi di Torino) - Gruppo di Ricerca in Didattica della Matematica: proff. Ferdinando Arzarello, Francesca Ferrara, Ornella Robutti
- Collaboratori: Giulia Ferrari (dottoranda), Elisa Gentile (docente della scuola)

> - Autonomia
> - Presa di responsabilità

- Il Dipartimento di Matematica dell’Università di Torino e le singole Scuole che aderiscono al progetto sono firmatari di un protocollo d’intesa che sancisce la presa di responsabilità di ambo le parti nella collaborazione al progetto.

# Numeri della sperimentazione a.s. 2016/2017

- 15 protocolli d'intesa firmati
  - 11 nel Torinese
  - 2 a Novara
  - 1 in provincia di Verbania
  - 1 in Lombardia


- 94 docenti che hanno sperimentano in classe
  - 66 docenti hanno partecipato assiduamente alle attività di formazione in dipartimento
- 716 studenti circa coinvolti nei percorsi

# La proposta didattica

Liceo **Potenziato** in Matematica (LPM)

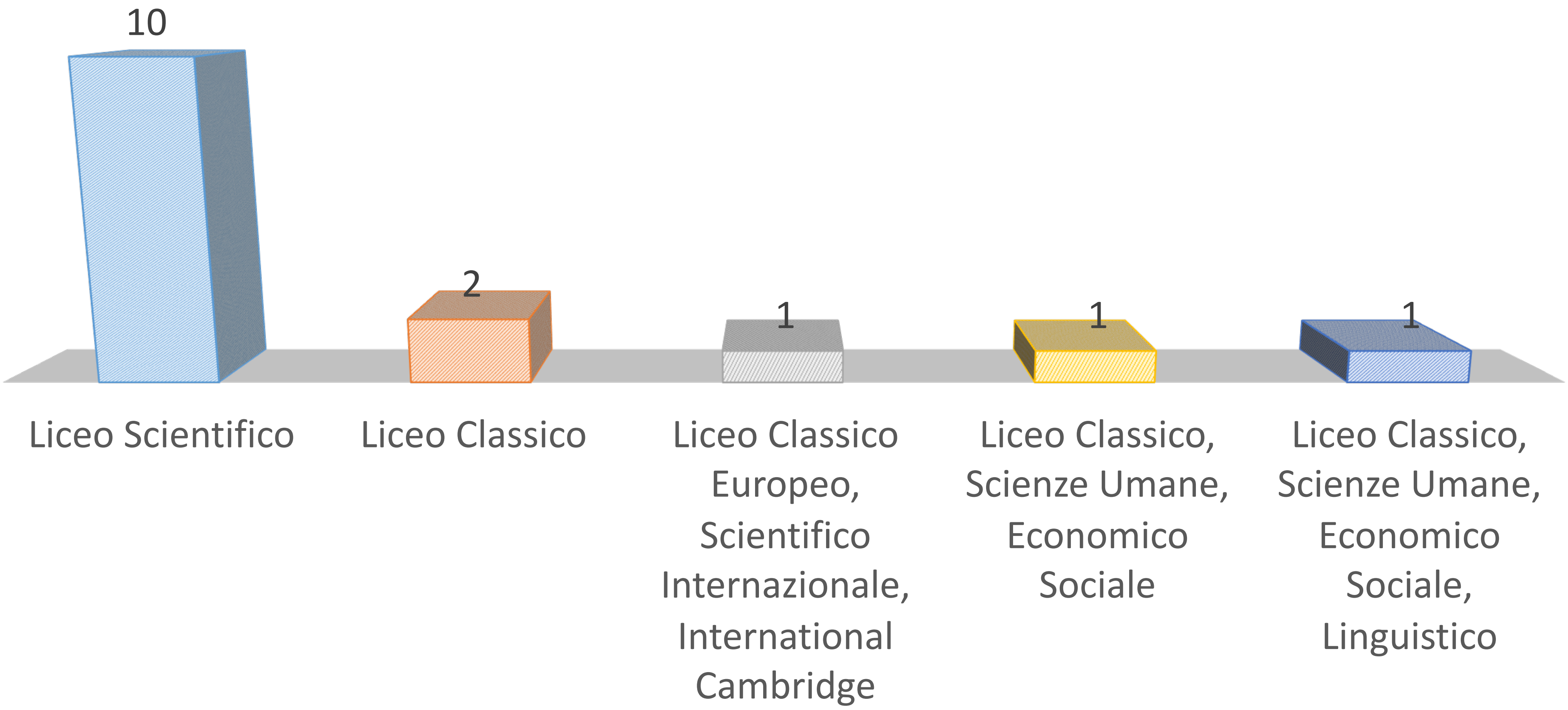
- Rivolto a tutti gli indirizzi liceali
- 33 ore curricolari supplementari ricavate nell’ambito dell’autonomia o inserite come ampliamento dell’Offerta Formativa (articolate in base alle esigenze delle scuole)
  - Un’ora in più alla settimana
  - Un incontro da due ore pomeridiane ogni due settimane
  - Incontri con calendario definito a inizio anno

# La proposta didattica

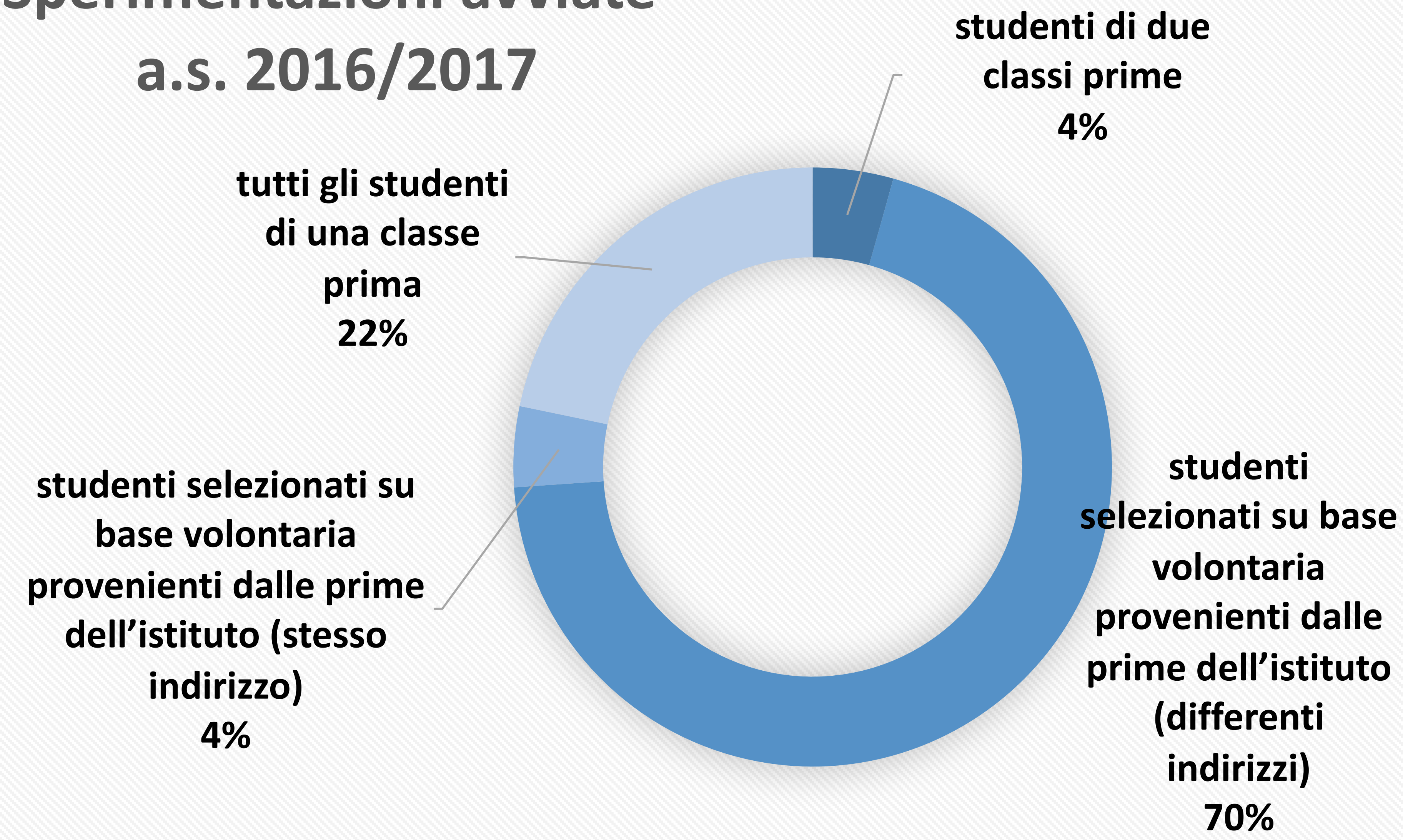
- Una o più classi di Liceo potenziato in Matematica
- Creazione di moduli ai quali partecipino studenti di diverse classi, anche di indirizzi differenti (*classe trasversale*)

- Approfondimento di argomenti matematici in ottica laboratoriale e interdisciplinare
- Ampliamento verso le altre discipline attraverso attività gestite dai docenti delle singole scuole e sviluppate secondo la curvatura di ciascun indirizzo

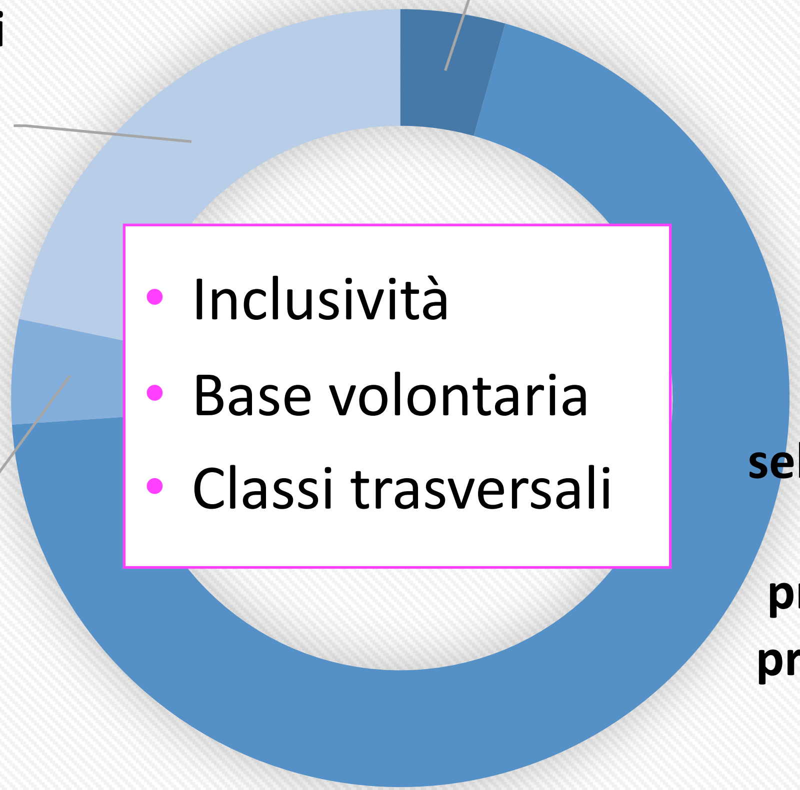
# INDIRIZZI LICEO POTENZIATO IN MATEMATICA
# A.S. 2016-2017



# Sperimentazioni avviate a.s. 2016/2017



# Sperimentazioni avviate a.s. 2016/2017

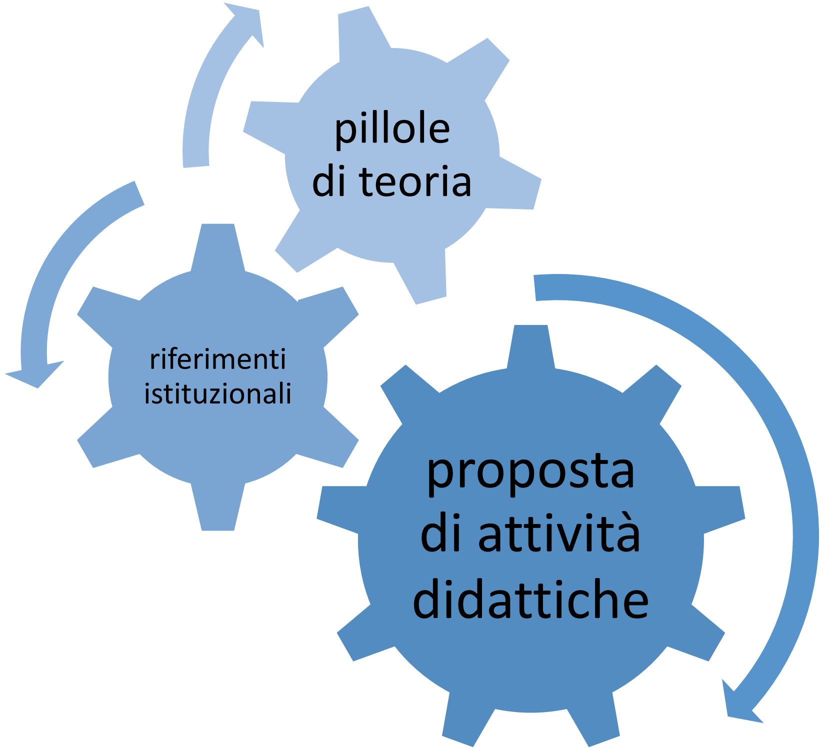



- Inclusività
- Base volontaria
- Classi trasversali

# La proposta di formazione docenti

Presso il Dipartimento di Matematica "G. Peano" di Torino, si sono svolti incontri mensili di formazione in itinere attraverso

- la proposta di attività didattiche
- momenti di discussione
- contestualizzazione istituzionale
- aspetti di ricerca in didattica della matematica.

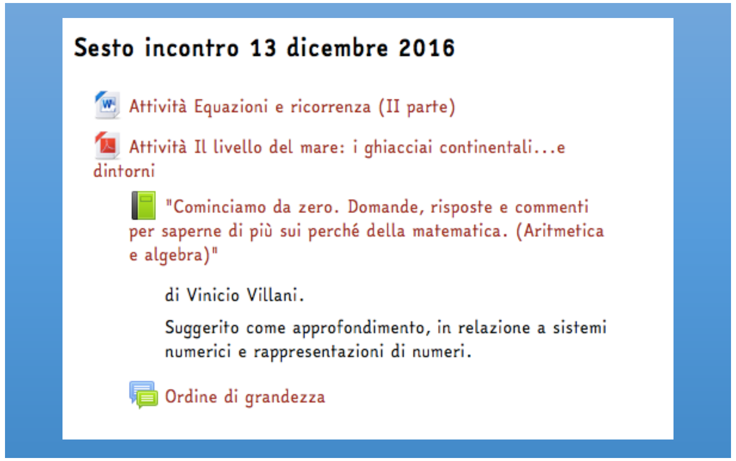


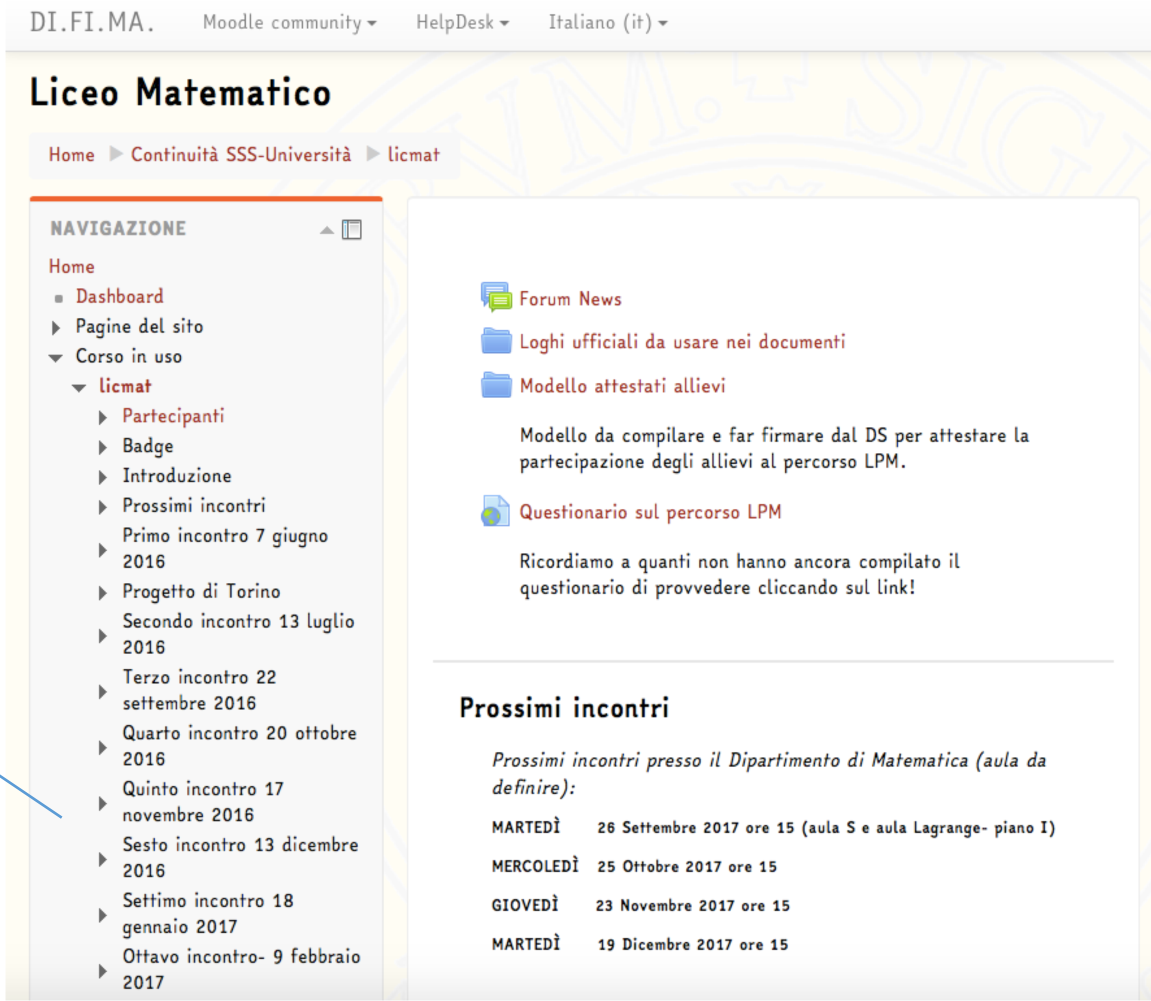
# La proposta di formazione docenti

Sulla piattaforma DI. FI. MA. in Rete

http://difima.i-learn.unito.it

Condivisione di materiali, forum di discussione, …



# Obiettivi del LPM

Il LPM mira a sviluppare tre macro-aree di competenze:

- CONOSCERE meglio alcuni nodi concettuali della matematica
- RISOLVERE/PORSI PROBLEMI in modo simile a quello attraverso cui gli scienziati indagano la realtà;
- ARGOMENTARE e motivare le risposte.

# Obiettivi del LPM

Visione della **Matematica come formativa** (Matematica 2001) per lo studente: valenza duplice della matematica, strettamente culturale e applicativa dall'altra

Percorso di approfondimento delle attività per il primo anno di Liceo

- Favorire il graduale passaggio dall'aritmetica all'algebra, ovvero ***dal senso del numero al senso del simbolo***

# Obiettivi del LPM

In accordo con le Indicazioni Nazionali, le attività presentate e discusse durante gli incontri formativi e lasciate alla libera rielaborazione dei docenti coinvolti nelle classi di LPM si sono caratterizzate per

***Approccio per problemi***

***Passaggio dal calcolo aritmetico a quello algebrico***

***Modellizzazione di fenomeni***

# Le attività proposte

- Successioni di numeri naturali
- Scoperta di regolarità
- Gioco della divisibilità
- Torte e Induzione
- Equazioni e ricorrenza
- Attività Il livello del mare: i ghiacciai continentali... e dintorni
- Cloze e early algebra
- Quadrati magici
- Criteri di divisibilità

# Le attività proposte

- Successioni di numeri naturali
- Scoperta di regolarità
- Gioco della divisibilità
- Torte e Induzione
- Equazioni e ricorrenza
- Attività Il livello del mare: i ghiacciai continentali... e dintorni
- **Cloze e early algebra**
- Quadrati magici
- Criteri di divisibilità

# Quadro Normativo: Indicazioni Nazionali

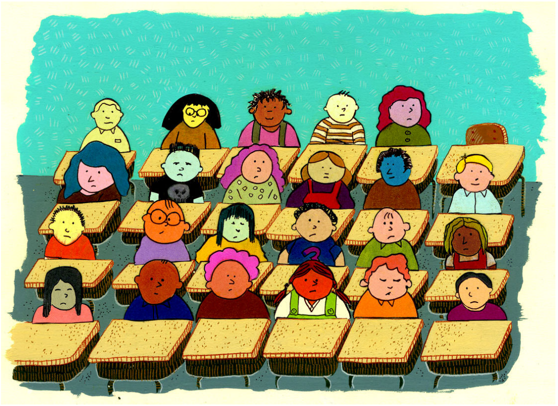
Nuovi Licei

Decreto Interministeriale 7 ottobre 2010, n. 211

MATEMATICA

- **Modelli** matematici
- Risoluzione di **problemi**
- **NO tecnicismi ripetitivi**
- **Pochi** concetti e metodi acquisiti in **profondità**
- **Collegamenti e raccordi con altre discipline**: fisica, scienze, storia e filosofia

# Descrizione sintetica dell'attività

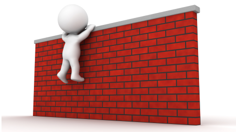


- L'attività utilizza i cloze per far riflettere gli studenti sul senso profondo di una formula, sfruttando il parallelismo con la lingua.
- Questa attività mira alla struttura profonda degli enunciati (aspetto semantico) per ottenere comprensione del **senso del simbolo** in algebra.
- Due parti:
  - Espressioni algebriche e polinomi
  - Equazioni
- **Scuola: Liceo – 1 biennio**

# Nodi concettuali e ostacoli

**Nodi concettuali:**

- Linguaggio algebrico e linguaggio naturale
- Senso del simbolo
- Polinomi e proprietà delle operazioni
- Equazioni e principi di equivalenza



**Ostacoli:**

- Manipolazione simbolica sterile e priva di significato

→ Dal ***calcolo*** algebrico al ***pensiero*** algebrico

# Obiettivi

## Obiettivi specifici:

- Individuare l'espressione algebrica per completare correttamente le scritture fornite
- Comprendere il significato delle scritture algebriche proposte e le operazioni coinvolte
- Prendere in considerazione un'espressione algebrica e stimare l'aspetto che può avere la sua rappresentazione numerica o algebrica
- Scegliere, tra diverse espressioni equivalenti, quella più appropriata per risolvere un determinato problema

# Cloze per la matematica

Viene proposta agli allievi la situazione da analizzare dapprima singolarmente

$$5x-\square\left(2x^2-5\right)-\left(3x+\square\right)$$
$$=5x-2x^{\square}+\square-\square-4$$
$$=\square x^3+\square x-\square$$

Poi attraverso la discussione collettiva

spiegando il ragionamento seguito per la risoluzione

# Cloze per la matematica

Lavoro a gruppi: Viene proposta la stessa scrittura algebrica ma con cloze differenti:

$$3(5x - 3) + 4(6x + 7)$$

$$\begin{aligned} &= 15x - 9 + 24x + 28 \\ &= 15x + \square x - 9 + \square \\ &= \square x + \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\square(\square x - \square) + 4(6x + 7) \\ &= \square x - \square + 24x + 28 \\ &= \square x + 24x - \square + 28 \\ &= \square x + \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &3(\square x - 3) + 4(\square x + \square) \\ &= \square x - \square + 24x + 28 \\ &= \square x + 24x - 9 + 28 \\ &= 39x + \square \end{aligned}$$

# Cloze per la matematica

Discussione sulla risolvibilità dei cloze proposti e sulla loro equivalenza

$$\boxed{3(5x - 3) + 4(6x + 7)}$$

$$\begin{aligned}
&\square(\square x - \square) + 4(6x+7)\\
&= \square x - \square + 24x + 28\\
&= \square x + 24x - \square + 28\\
&= \square x + \square
\end{aligned}$$

Con i cloze così posizionati la scrittura algebrica non è univocamente determinata

# Cloze per la matematica

Viene chiesto agli studenti di scegliere un esercizio dal libro di testo o di inventare una scrittura algebrica, da *trasformare in un cloze*, facendo attenzione che sia possibile risolverlo.

Risoluzione a gruppi

Spiega perché….

# Dai libri di testo…

294 $(5a+2b)(5a\,\square)=25a^2-4b^2$

295 $(3a+y)(\square)=y^2-9a^2$

296 $(6x-b)(\square)=b^2-36x^2$

297 $(2a^{\square}+x^{\square})(2a^{\square}-x^{\square})=4a^6-x^8$

298 $(\square+\square)(\square-\square)=a^4-y^6$

299 $(\square-t^3)(\square+\square)=\frac{16}{9}-t^{\square}$

300 $(x+\square)\left(\frac{1}{4}y\,\square\right)=\frac{1}{16}y^2-x^2$

350 $(\square)^3=a^6+3a^4b^2+b^6+\square$

351 $(\square)^3=1-3x^4+3x^8-\square$

352 $(\square)^3=8a^3x^3-12a^2x^2+\square-\square$

353 $(\square)^3=\square+3b^3+3b^6+\square$

354 $\left(\frac{2}{3}x-\square\right)^3=\square-4x^2+\square-\square$

355 $(2b^2+\square)^3=\square+\square+\square+\frac{1}{27}$

141 $2a^3x\cdot(ax+\square)=\square+a^4x^5$

142 $\square\left(\frac{1}{2}ab+\square\right)=-\frac{3}{10}a^3b^4+a^4b^5$

143 $\square\left(\square+\frac{1}{2}b+1\right)=6a^3+2a^2b+\square$

144 $\frac{1}{3}x^2y\left(\square+y+\frac{3}{2}\right)=x^3y+\square+\square$

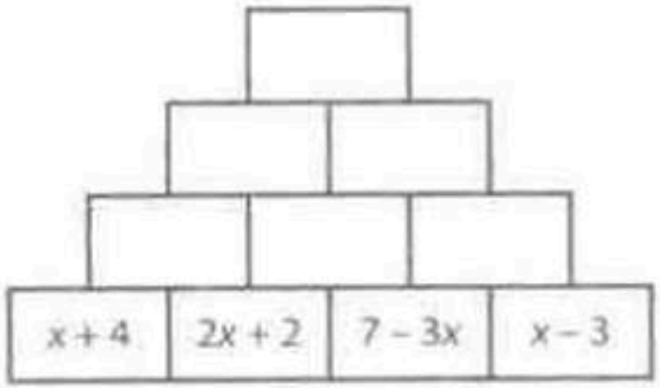
YOU & MATHS **Making an identity** Make the following equalities into identities.

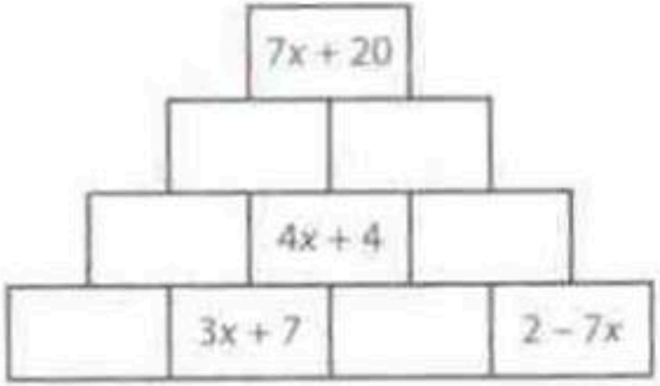
a. $6x+2=\square+\frac{5}{3}-\frac{1}{2}x$

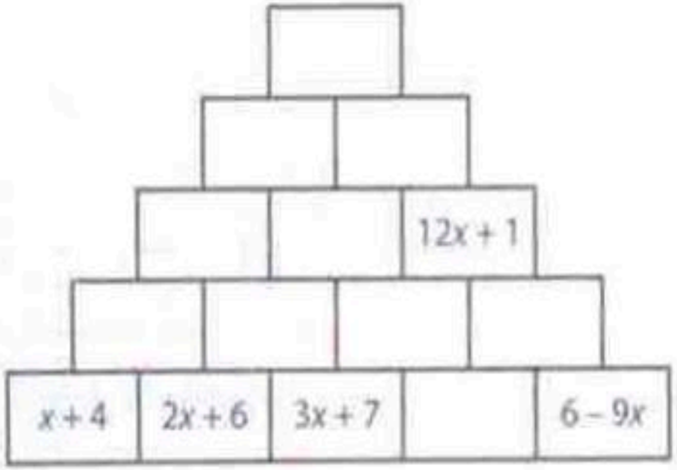
b. $\frac{1}{3}+2x=x+\square+x^2$

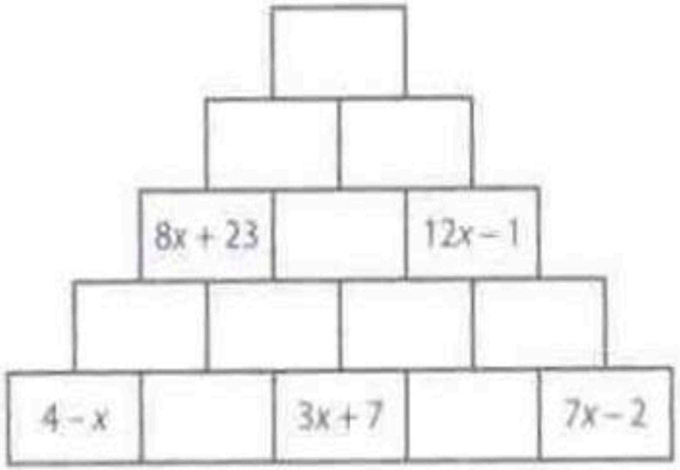
# Spunti per approfondimenti disciplinari

- Piramidi della somma



# Possibili spunti:

- Cloze per l'argomentazione (completare dimostrazioni, testi discorsivi di contenuto matematico, …)

→ Ambrosetti, Moretti

**LE TERNE PITAGORICHE E IL TEOREMA DI FERMAT (1601-1665)**

Una terna pitagorica è una terna ordinata di *numeri naturali* (cioè numeri interi positivi), scritti di solito in ordine crescente, che possono essere, rispettivamente, le misure dei lati di un triangolo rettangolo.
Consideriamo una terna pitagorica $(a;\ b;\ c)$. Dal teorema di Pitagora si deduce che i numeri naturali $a$, $b$ e $c$ devono soddisfare la relazione

$$a^2 + b^2 = c^2. \qquad (1)$$

____________, dati tre numeri naturali ____________, $b$ e $c$ tali ____________

$a^2 + b$ ____________ $= c^2$,

dall' ____________ del teorema di Pitagora ____________ deduce che il triangolo ____________ cui lati misurano $a$, ____________ e $c$ è rettangolo: ____________ $(a;\ b;\ c)$ è ____________ terna pitagorica.

Per esempio (____________; 4; 5) è una ____________ pitagorica perché $3^2$ ____________ $4^2 = 5$ ____________: allora un triangolo i ____________ lati misurino 3, 4 ____________ 5, qualunque sia l' ____________ di misura fissata, è ____________ di cateti 3 e ____________ e di ipotenusa 5.

____________ se ora consideriamo la ____________ (3; 4; 6), questa ____________ è pitagorica in quanto ____________ $^2 + 4^2$ ____________ $6^2$: il triangolo ____________ si potrebbe ottenere dalla ____________ (3; 4; 6) pertanto ____________ sarà rettangolo.

# Feedback sul percorso a.s. 16-17 dal questionario somministrato ai docenti

Ho trovato l'esperienza molto interessante e formativa. Gli incontri in Università, così come erano strutturati, hanno consentito di calare la teoria in situazioni problematiche interessanti e accattivanti per gli studenti.

Penso si debba sempre essere aperti a cercare delle modalità che possano avvicinare gli studenti ad una disciplina troppo spesso considerata solo spinosa, inoltre credo che la modalità "gioco" e "curiosità" sia la giusta molla per invogliare gli studenti alla scoperta della matematica.

È stata un'esperienza formativa importante, un'attività laboratoriale in cui occorreva mettersi in discussione immediatamente con la proposta che ci veniva fatta e contemporaneamente pensare alla trasformazione della stessa per poter essere proposta ai ragazzi (contenuti, tempi, lavoro di gruppo, lavoro individuale, uso della tecnologia)

Interessante per il confronto sia con i docenti universitari sia coi colleghi di altre scuole

# Questioni aperte

- Valorizzare il percorso nell'ambito dell'Alternanza Scuola-Lavoro

→ Le attività di orientamento rientrano nell'ASL

- Quale riconoscimento agli studenti che concludono il percorso

→ Attestato di partecipazione alla fine di ogni anno scolastico

- Risorse della scuola impiegate (es. organico dell'autonomia)

# …nel nuovo anno…

Estendere il percorso al <u>secondo anno</u> di Liceo

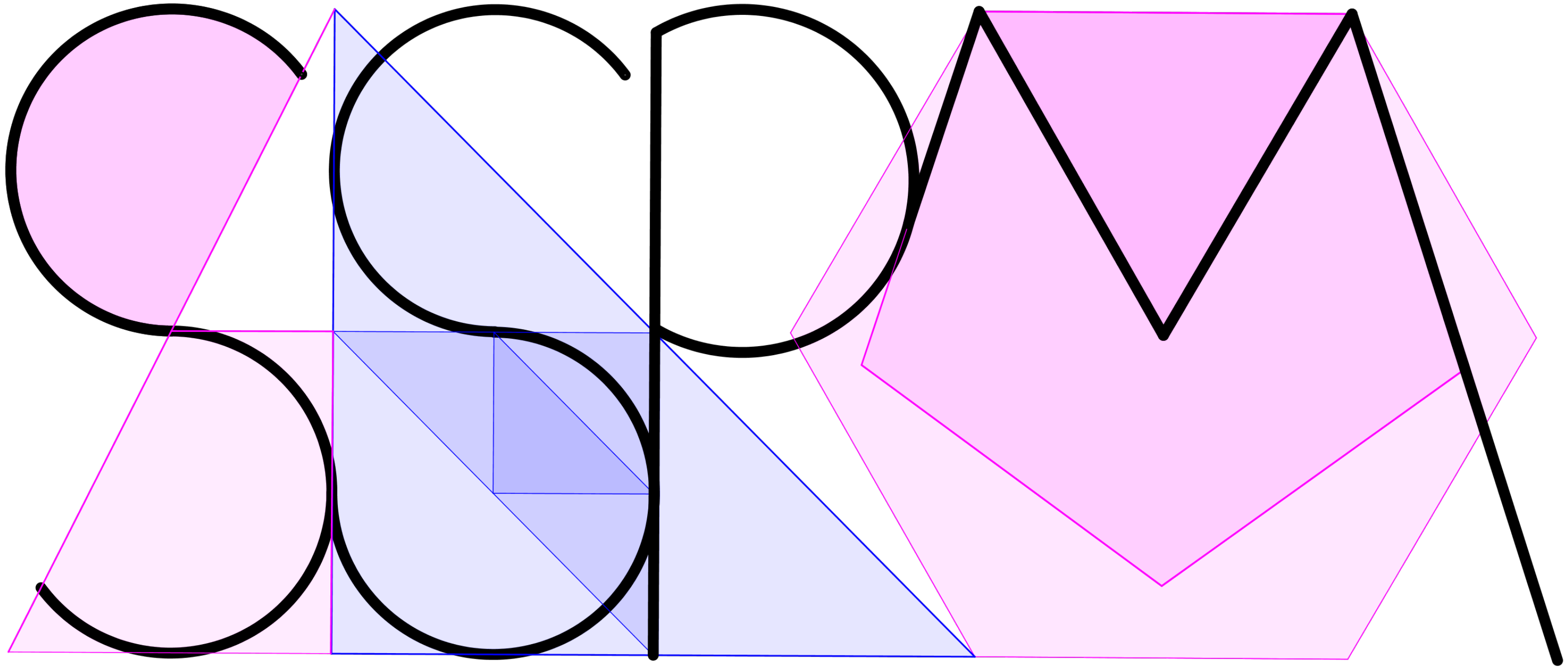
Approfondire collegamenti, interazioni e confronti concettuali e di metodo con **altre discipline** come la fisica, le scienze naturali e sociali, l'economia, la filosofia, la storia...

Approfondire i temi:

- Relazioni e funzioni
- Geometria

… Apertura alla Scuola Secondaria di Primo Grado

# …nel nuovo anno…



# Istruzioni per l'uso

- Iscrizione sulla piattaforma DIFIMA in Rete (Corso "Liceo Matematico")
- Iscrizione gratuita sulla piattaforma SOFIA (MIUR – formazione docenti) ID 6326

→ 25 ore di formazione riconosciute

- Prossimo incontro: 25 ottobre 2017
- Approvazione del percorso in CD
- Protocollo d'intesa tra Istituto e Dipartimento

*Prossimi incontri presso il Dipartimento di Matematica:*

| | |
|---|---|
| MARTEDÌ | 26 Settembre 2017 ore 15 |
| | (aula Spallanzani -ex aula B- in cortile) |
| MERCOLEDÌ | 25 Ottobre 2017 ore 15 |
| | (aula S+ aula Lagrange) |
| GIOVEDÌ | 23 Novembre 2017 ore 15 |
| | (aula 1+ aula 4) |
| MARTEDÌ | 19 Dicembre 2017 ore 15 |
| | (aula S+ aula Lagrange) |
| MARTEDÌ | 23 Gennaio 2017 ore 15 |
| MERCOLEDÌ | 21 Febbraio 2017 ore 15 |
| GIOVEDÌ | 22 Marzo 2017 ore 15 |
| MARTEDÌ | 17 Aprile 2017 ore 15 |
| GIOVEDÌ | 17 Maggio 2017 ore 15 |
| MARTEDÌ | 19 Giugno 2017 ore 15 |

# Grazie

giulia.ferrari@unito.it
elisa.gentile@unito.it

# Bibliografia


- Arcavi, A. (1994), “Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics”, For the Learning of Mathematics, 14(3), pp. 24-35.
- Sowder, J.T. (1992), “Making sense of in school mathematics”, Analysis of Arithmetic for mathematics teaching, Ed. Leinhardt, G., Putnam, R., Hattrup, R.A., Hillsdale, pp. 1-51.
- L. Ambrosetti e N. Moretti, Leggere e scrivere in matematica, Convegno Mathesis di Livorno 2010

  http://www.mathesisnazionale.it/congresso-mathesis/