

VIII CONVEGNO NAZIONALE DI DIDATTICA DELLA FISICA E DELLA MATEMATICA – DI.FI.MA. 2017
Matematica e fisica nelle istituzioni, curriculum, valutazione, sperimentazione 16-17-18 ottobre 2017, Torino

Progettazione ed analisi di uno strumento dinamico per una didattica inclusiva e come supporto per una stima delle competenze

Formatori:

Ornella Robutti - Università degli studi di Torino - Dipartimento di Matematica “Giuseppe Peano”

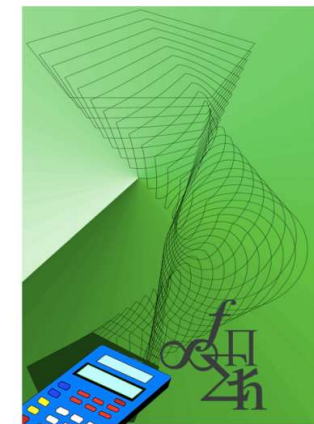
Germana Trincherò - Istituto di Istruzione Superiore “Santorre di Santarosa” - Torino

Docenti:

Erica Gambelli - Istituto Comprensivo di Condove

Monica Mattei - Vittoria International High School - Torino

Elena Viviroli - Scuola Secondaria di primo grado “Nievo-Matteotti” - Torino



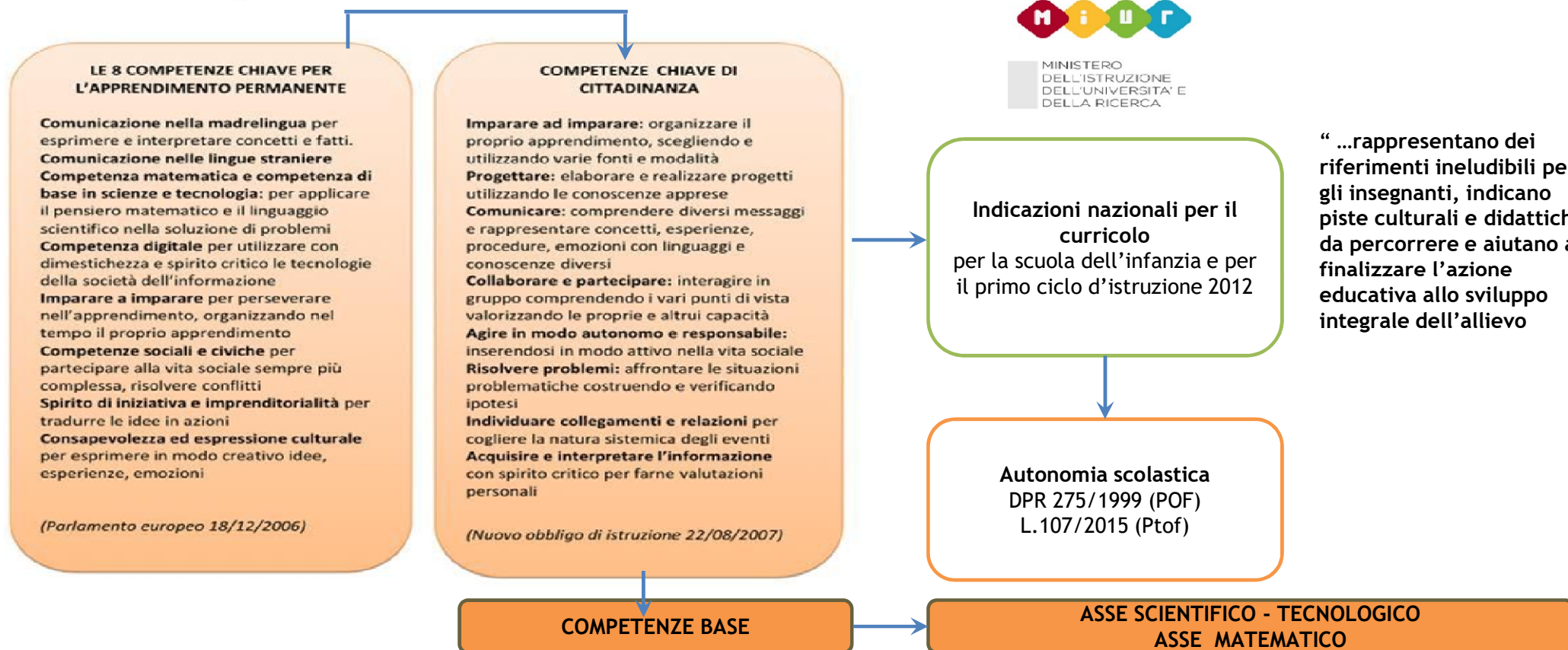
Principi guida: lo scenario europeo e nazionale



Piano Lauree Scientifiche



MINISTERO
DELL'ISTRUZIONE
DELL'UNIVERSITA' E
DELLA RICERCA



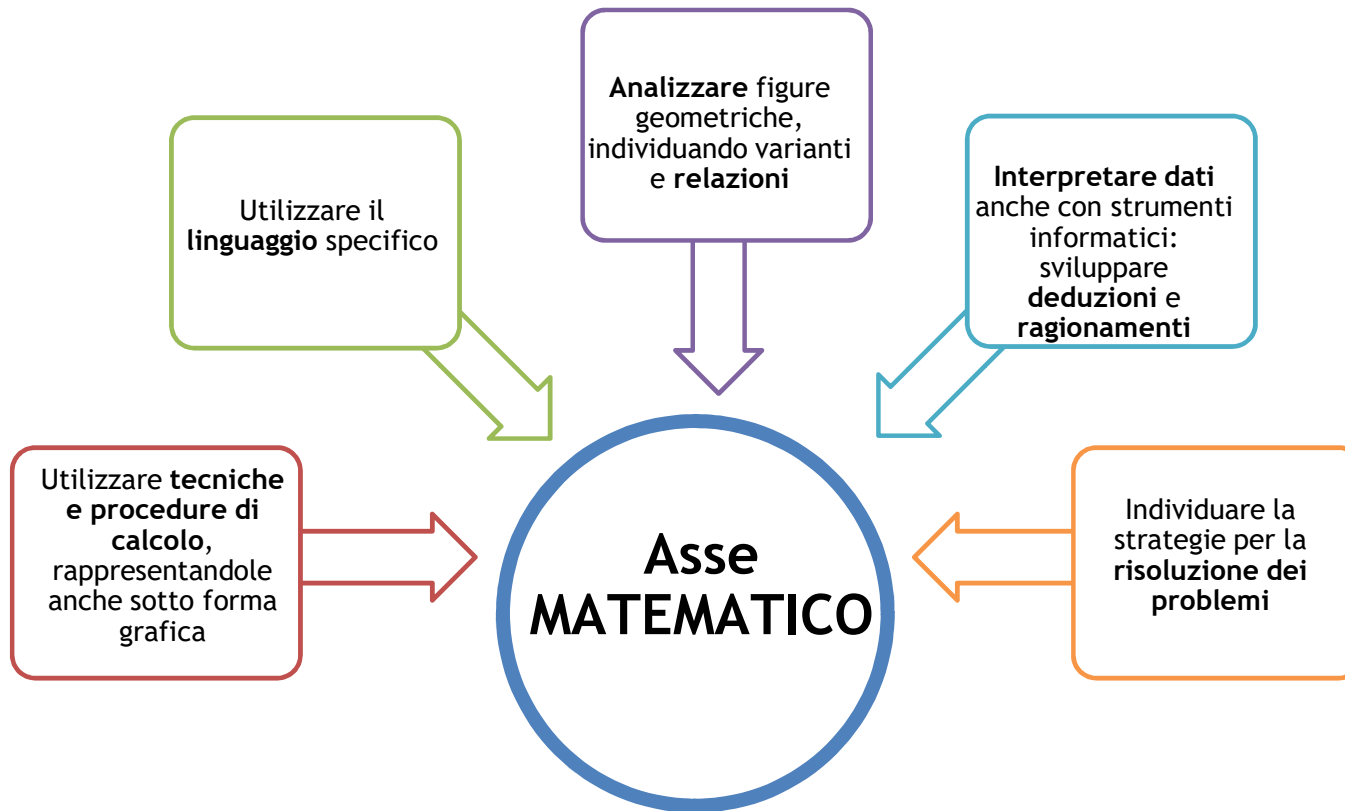
“...rappresentano dei riferimenti ineludibili per gli insegnanti, indicano piste culturali e didattiche da percorrere e aiutano a finalizzare l'azione educativa allo sviluppo integrale dell'allievo

la dimensione educativa

- In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio (...) inteso come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, **discute e argomenta le proprie scelte**
- Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare (...) situazioni problematiche, **rappresentandole in diversi modi**
- L'alunno analizza le situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, **stabilisce analogie con schemi noti**
- **Riconosce ed utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici**



Competenze di base per l'Asse Matematico



M.E.R.L.O.: Meaning Equivalence Reusable Learning Objects

- **Strumento didattico e metodologico innovativo**
- **Frutto di un lavoro di ricerca che coinvolge diversi paesi:**

Canada (Shafrir&Etkind)

Australia

Israele (Kenett)



Italia
(Arzarello&Robutti)
Russia

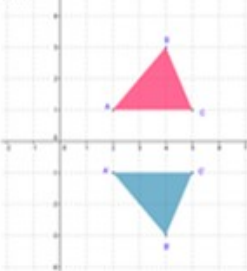
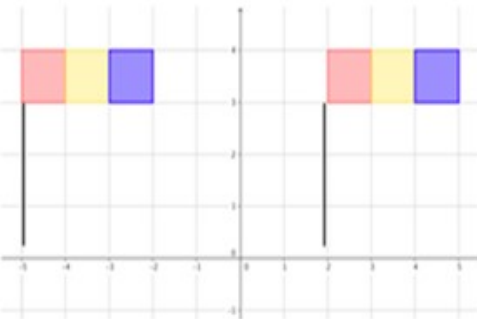
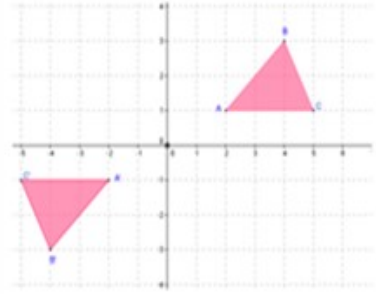
Insegnanti-ricercatori
Insegnanti-formatori

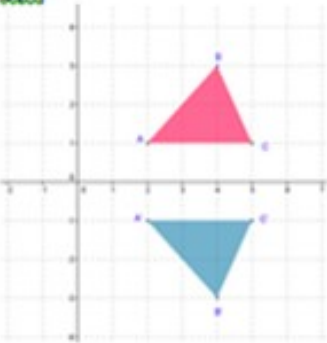
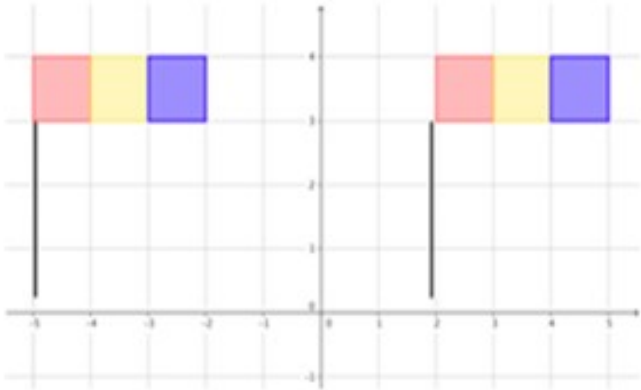
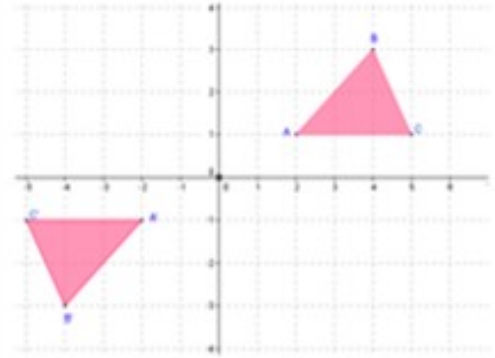
- **Si fondano sulla comunanza di significato in diverse forme di rappresentazione:**
- **«Il livello di apprendimento è tanto maggiore quanto più chi apprende fa esperienza delle diverse rappresentazioni semiotiche del concetto.»
(Duval)**

La scheda M.E.R.L.O.

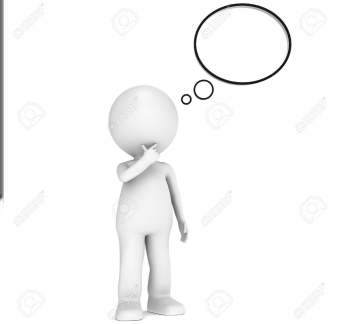
COMPOSIZIONE: UNA CONSEGNA E CINQUE RIQUADRI

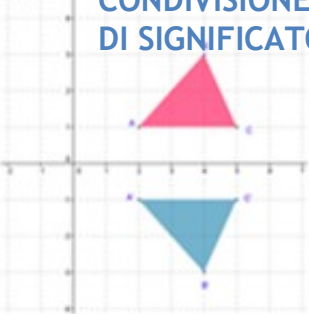
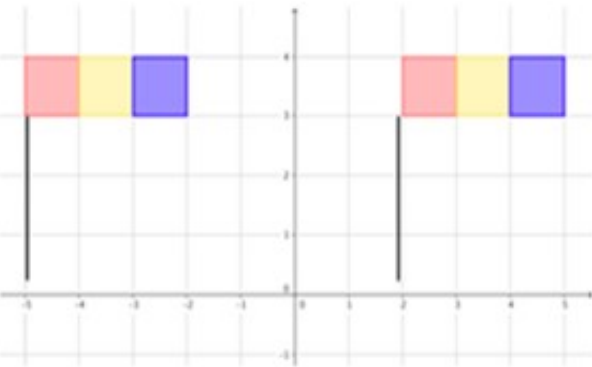
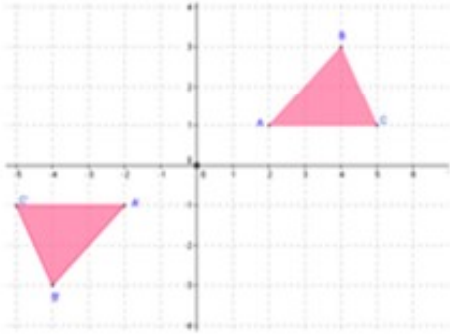
- Nei riquadri vengono utilizzati registri diversi: linguaggio naturale, grafico, numerico, ...
- Ogni riquadro contiene un'affermazione/rappresentazione corretta dal punto di vista matematico
- Alcuni riquadri condividono lo stesso significato (meaning equivalence) altri solo una somiglianza nella rappresentazione (surface similarity)
- La richiesta è: «Segnare le rappresentazioni che condividono lo stesso significato (due o più); indicare le ragioni che guidano nella scelta»

<p>1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato matematico (due o più); 2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.</p>	<p>A[.]</p> <p>La simmetria assiale è una trasformazione geometrica che conserva le distanze tra punti corrispondenti rispetto ad una retta</p>	<p>B[.]</p> 
<p>C[.]</p> 	<p>D[.]</p> <p>La similitudine è una trasformazione geometrica in cui resta invariato il rapporto tra le distanze di punti corrispondenti.</p>	<p>E[.]</p> 

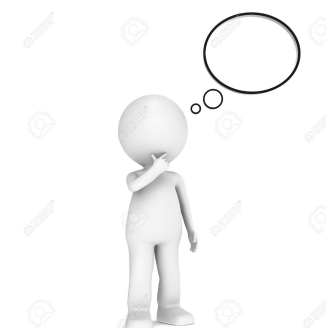
<p>1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato matematico (due o più);</p> <p>2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.</p>	<p>A[...]</p> <p>La simmetria assiale è una trasformazione geometrica che conserva le distanze tra punti corrispondenti rispetto ad una retta</p>	<p>B[...]</p> 
<p>C[...]</p> 	<p>D[...]</p> <p>La similitudine è una trasformazione geometrica in cui resta invariato il rapporto tra le distanze di punti corrispondenti.</p>	<p>E[...]</p> 

CONDIVISIONE
DI SIGNIFICATO

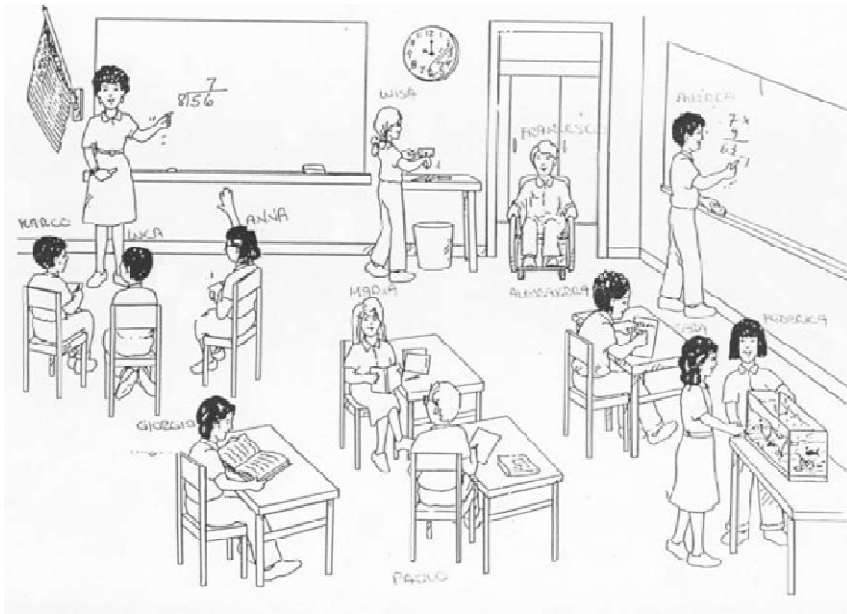


<p>1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato matematico (due o più); 2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.</p>	<p>A[.]</p> <p>La simmetria assiale è una trasformazione geometrica che conserva le distanze tra punti corrispondenti rispetto ad una retta</p> <p><u>NODO CONCETTUALE</u></p>	<p>B[.]</p> <p>CONDIVISIONE DI SIGNIFICATO</p> 
<p>C[.]</p>  <p>DISTRATTORE</p>	<p>D[.]</p> <p>La similitudine è una trasformazione geometrica in cui resta invariato il rapporto tra le distanze di punti corrispondenti.</p> <p>DISTRATTORE</p>	<p>E[.]</p>  <p>DISTRATTORE</p>

CONDIVISIONE DI SIGNIFICATO

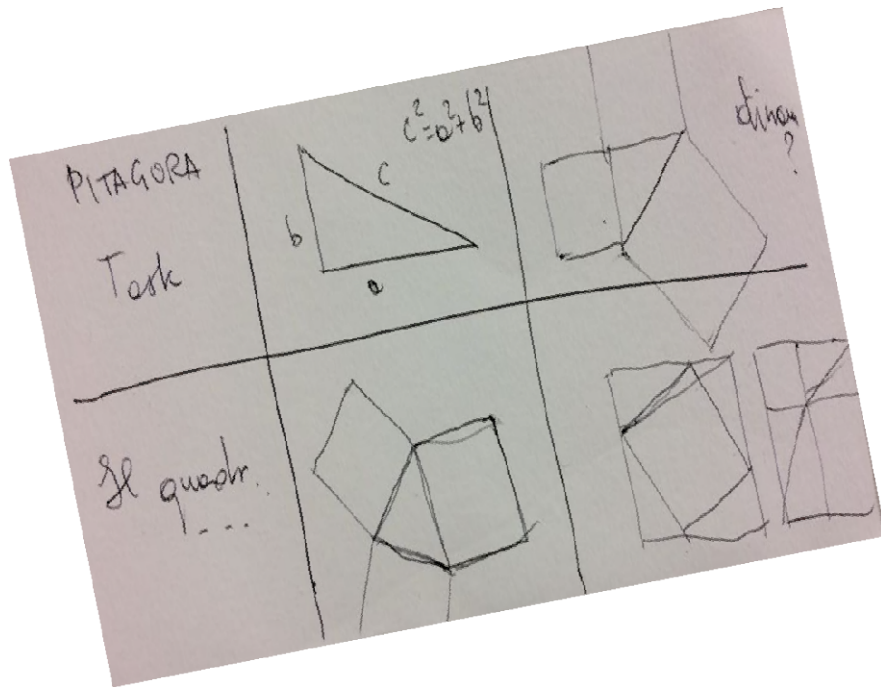


Metodologia utilizzata in classe

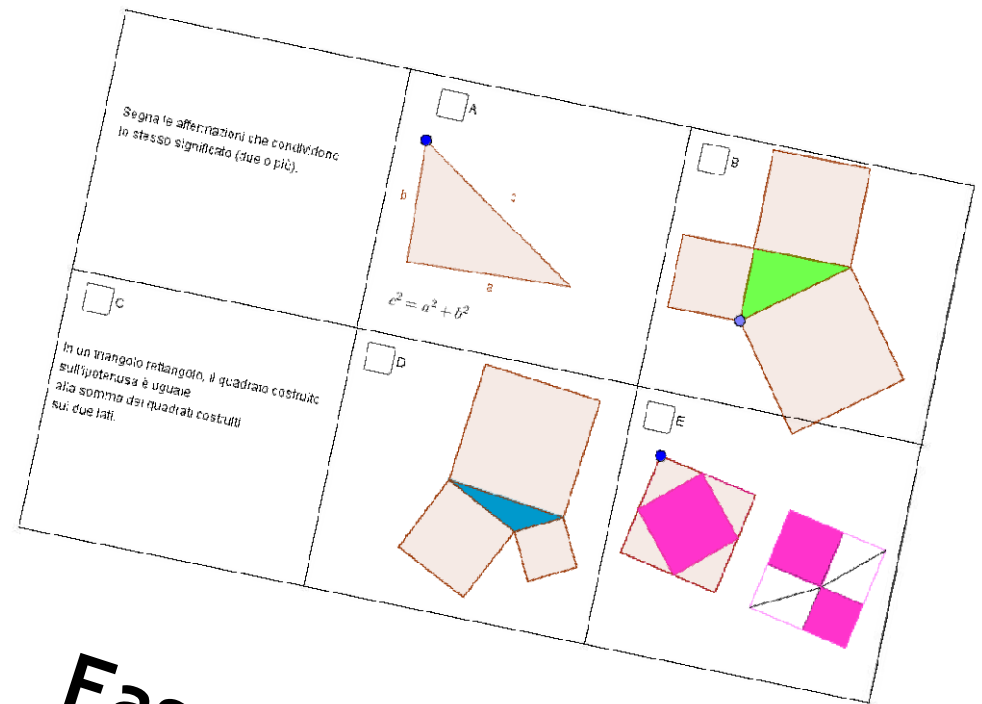


1. Risoluzione individuale
2. Lavoro a gruppi di 3 o 4 studenti
3. Discussione collettiva, moderata dall'insegnante

Esempio di progettazione ed evoluzione di una scheda sul teorema di Pitagora

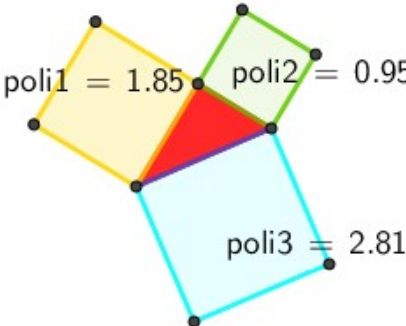
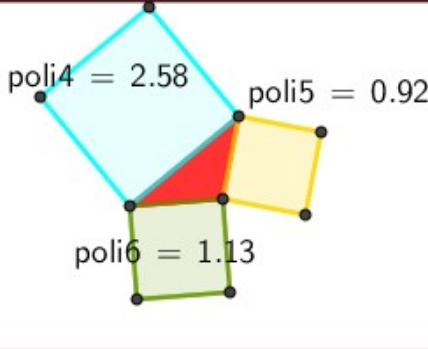
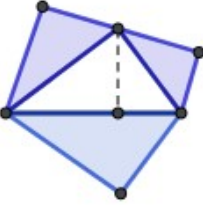


Fase 1



Fase 2

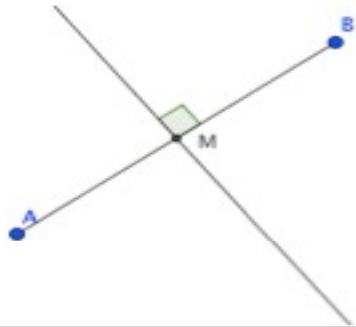
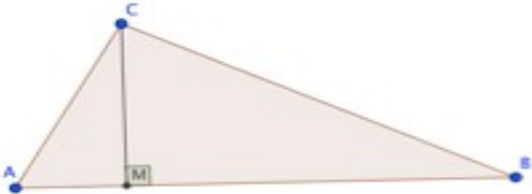
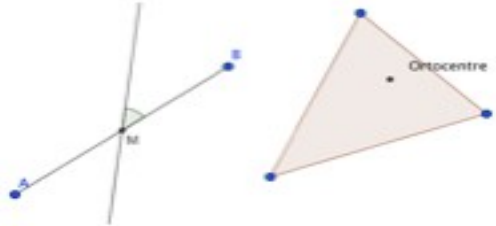
Fase 3: dinamicità della scheda con GeoGebra

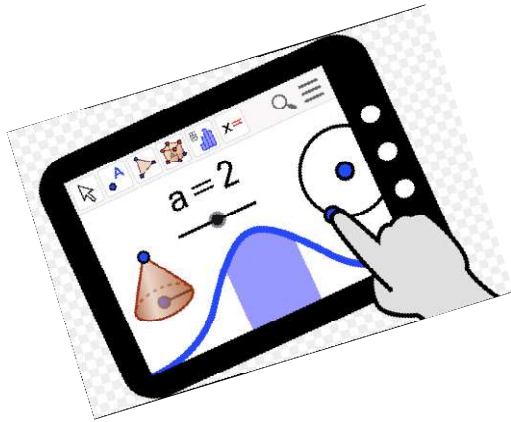
	 <p>poli1 = 1.85 poli2 = 0.95 poli3 = 2.81</p>	<p><i>In un triangolo rettangolo Il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti</i></p>
 <p>poli4 = 2.58 poli5 = 0.92 poli6 = 1.13</p>	 <p><input type="checkbox"/> On <input type="checkbox"/> Off</p>	$i^2 = c_1^2 + c_2^2$

ITALIA – CANADA: PROGETTAZIONE CONGIUNTA DI UNA SCHEDA

#

ASSE DI UN SEGMENTO

<p>1. Mark the statement (two or more) that share the same mathematical meaning</p> <p>2. Write the reasons that guided you in the choice</p>	<p>TS</p> <p>A[]</p> 	<p>Q2</p> <p>B[]</p> <p>Perpendicular bisector of a segment is the straight line passing through the middle point of the segment and perpendicular to it</p>
<p>Q3</p> <p>C[]</p> 	<p>Q2</p> <p>D[]</p> <p>All the points that are equidistant from the end points of a segment AB</p>	<p>Q3</p> <p>E[]</p> 



Dinamicità di GeoGebra nella scheda M.E.R.L.O.

Punti di forza

- aiuta lo studente a mettere in evidenza
affinità o estraneità degli item
- stimola il desiderio di esplorare e di mettersi in gioco
- rende più accattivante l'approccio alla prova

Criticità

richiede:

- maggiore impegno e tempo necessari per la preparazione della scheda
- Necessità di computer per gli studenti

Azioni che sviluppano competenze nelle attività M.E.R.L.O.

- Rappresentare e riconoscere uno stesso concetto espresso in registri diversi
- Analizzare ed esplorare diverse rappresentazioni allo scopo di estrarre un significato comune
- Confrontarsi e dialogare tra pari e con l'insegnante
- Argomentare per sostenere la propria opinione

Competenze valutabili con l'ausilio del metodo M.E.R.L.O

- Comprende ed interpreta linguaggi orali e scritti di genere diversi
- Affronta e risolve problemi
- Seleziona e interpreta informazioni, trasferisce in situazioni nuove quanto appreso

DUE POSSIBILI PERCORSI:

a) Osservazione dei protocolli degli studenti:

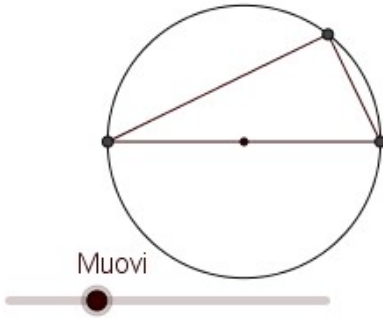
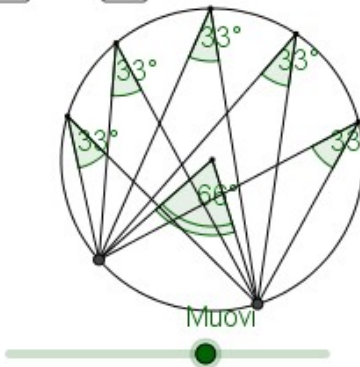

- Scegliere un protocollo ed analizzarlo:
 - come ha risposto lo studente?
 - cosa potrebbe essere modificato nella scheda?

b) Progettazione di una scheda di geometria sul nodo concettuale “ANGOLO (congruenza)”

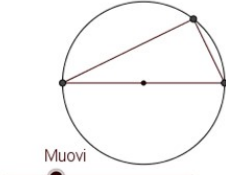
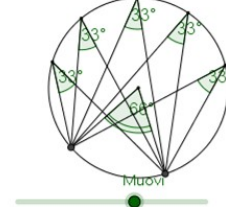

- Costruire una scheda pensando a quali parti si potrebbero rendere dinamiche e perché



Protocolli studenti

<p>1. Segna le affermazioni che condividono lo stesso significato (due o più) 2. Indica le ragioni che guidano nella scelta 3. Salva con il tuo nome l'elaborato completato</p>	<p>A <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO</p> 	<p>B <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p> <p>La somma degli angoli interni di un quadrilatero misura 360°</p>
<p>C <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p> <p>Un angolo al centro ha un'ampiezza che equivale al doppio dell'ampiezza dell'angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco</p>	<p>D <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO</p> 	<p>E <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p>  <p>Memorabile Monumento "geometrico" (si riferisce al Teorema di Pitagora) dedicato al filosofo sull'isola natale di Samo (Grecia)</p>

Protocolli studenti

<p>1. Segna le affermazioni che condividono lo stesso significato (due o più) 2. Indica le ragioni che guidano nella scelta 3. Salva con il tuo nome l'elaborato completato</p>	<p>A <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO</p>  <p>Muovi</p>	<p>B <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p> <p>La somma degli angoli interni di un quadrilatero misura 360°</p>
<p>C <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p> <p>Un angolo al centro ha un'ampiezza che equivale al doppio dell'ampiezza dell'angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco</p>	<p>D <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO</p>  <p>Muovi</p>	<p>E <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p>  <p>Memorabile Monumento "geometrico" (si riferisce al Teorema di Pitagora) dedicato al filosofo sull'isola natale di Samo (Grecia)</p>

NICCOLÒ :

Angoli al centro e alla circonferenza.
Ho abbinato le caselle **A,C,D** perché:

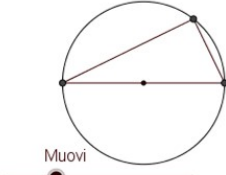
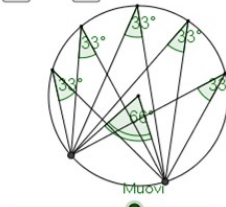

La casella **A** rappresenta un triangolo con l'angolo B che è la metà dell'angolo al centro, cioè angolo al centro di 180° e angolo B di 90° .

La casella **C** ha affinità con la casella A perché è la descrizione di angoli al centro e alla circonferenza, cioè che gli angoli che appartengono alla circonferenza sono la metà degli angoli al centro che insistono sullo stesso arco.

La casella **D** ha affinità con la casella A e C, perché rappresenta degli angoli alla circonferenza e un angolo al centro che insiste sullo stesso arco.

Ho escluso le caselle **B, E** perché la casella B presenta la descrizione di angoli interni di un quadrilatero e che non c'entra niente con angoli alla circonferenza, mentre ho escluso la casella E, perché rappresenta la raffigurazione (in monumento) del Teorema di Pitagora

Protocolli studenti

<p>1. Segna le affermazioni che condividono lo stesso significato (due o più) 2. Indica le ragioni che guidano nella scelta 3. Salva con il tuo nome l'elaborato completato</p>	<p>A <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO</p>  <p>Muovi</p>	<p>B <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p> <p>La somma degli angoli interni di un quadrilatero misura 360°</p>
<p>C <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p> <p>Un angolo al centro ha un'ampiezza che equivale al doppio dell'ampiezza dell'angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco</p>	<p>D <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO</p>  <p>Muovi</p>	<p>E <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p>  <p>Memorabile Monumento "geometrico" (si riferisce al Teorema di Pitagora) dedicato al filosofo sull'isola natale di Samo (Grecia)</p>

LUISA :

Angoli al centro e angoli alla circonferenza.

B

Ho escluso la casella B perché in nessuna delle altre casella si riferisce a un quadrilatero

A

Ho escluso la casella A perché raffigura un triangolo inscritto in una semicirconferenza: non ha attinenza con gli angoli al centro e alla circonferenza

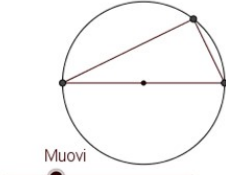
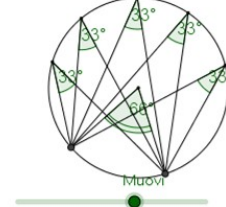

E

Ho escluso la casella E perché raffigura un monumento al filosofo Pitagora

D / C

Ho scelto la casella D e la casella C perché una rappresenta il testo dell'altra, quindi hanno affinità

Protocolli studenti

<p>1. Segna le affermazioni che condividono lo stesso significato (due o più) 2. Indica le ragioni che guidano nella scelta 3. Salva con il tuo nome l'elaborato completato</p>	<p>A <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO</p>  <p>Muovi</p>	<p>B <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p> <p>La somma degli angoli interni di un quadrilatero misura 360°</p>
<p>C <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p> <p>Un angolo al centro ha un'ampiezza che equivale al doppio dell'ampiezza dell'angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco</p>	<p>D <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO</p>  <p>Muovi</p>	<p>E <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO <input checked="" type="checkbox"/> Clicca</p>  <p>Memorabile Monumento "geometrico" (si riferisce al Teorema di Pitagora) dedicato al filosofo sull'isola natale di Samo (Grecia)</p>

ALESSANDRA :

Angoli al centro e angoli alla circonferenza.

A

Ho risposto no, perché nella casella parla di un triangolo inscritto in una circonferenza

B

Ho risposto no perché in nessuna delle altre caselle parla di quadrilateri

C

Ho affermato questa affermazione, perché gli angoli della D e C sono...

D

Ho affermato questa affermazione, perché...

E

Ho risposto no perché è un monumento e non c'entra niente con le altre caselle

ITALIA: GLI INSEGNANTI PROGETTANO

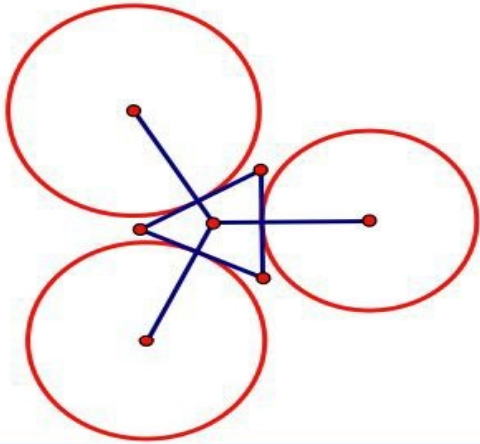
Dynamism ...

Definitions

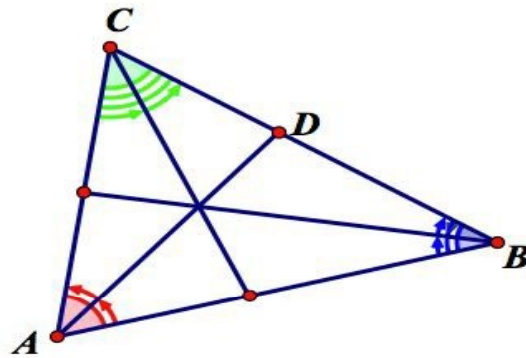
Sharing **meaning** in different ways

CANADA: GLI INSEGNANTI PROGETTANO

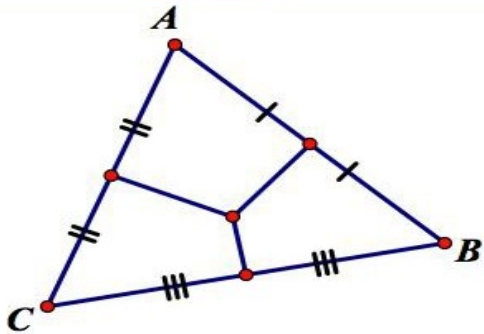
1.



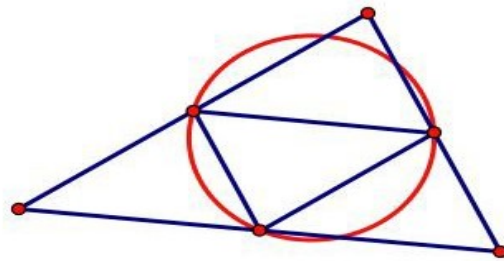
2.



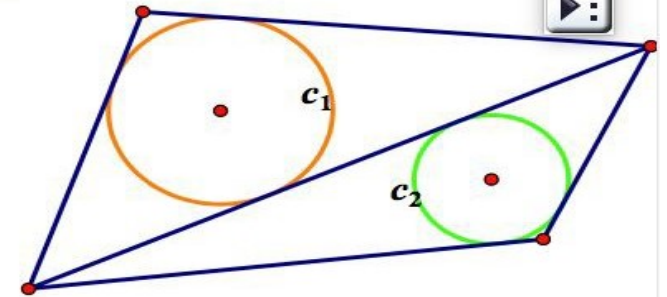
3.



4.



5.



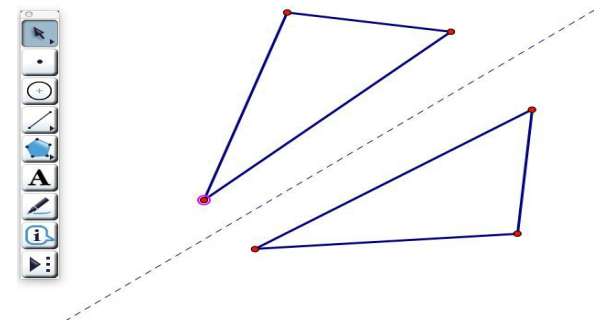
Which two are similar? Explain your reasoning regarding the nature of relationship you have indicated



CANADA: GLI INSEGNANTI PROGETTANO

Dynamism was mostly used to provide a **counter-example**, which makes sense because on its own, dragging a figure can never be exhaustive.

Some students used the ideas of the **geometric transformations** to illustrate the concept of **congruence**, such as symmetry in this example :



CANADA & ITALIA: I RICERCATORI RIFLETTONO

- Different **definitions**
- **Notation**
- **Dynamism**
- **Precision** What can be taken for granted? What has to be proved? What symbols?
- Design in a **database**

Riferimenti bibliografici

- Arzarello, F., Kenett, R. S., Robutti, O., & Shafrir, U. (to be submitted). The application of concept science to the training of teachers of quantitative literacy and statistical concepts.
- Duval R. (1998). Signe et object (I). Trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et objet. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 6. p. 139-163
- Etkind, M., Kenett, R., & Shafrir, U. (2010) The evidence based management of learning. Diagnosis and development of conceptual thinking with meaning equivalence reusable learning objects. Invited paper. Proceeding of the 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8). Ljubljana – Slovenia
- Etkind, M., & Shafrir, U. (2013). Teaching and Learning in the Digital Age with Pedagogy for Conceptual Thinking and Peer Cooperation. In: Proc. 7th International Technology, Education and Development Conference (INTED) (pp. 5342-5352). Valencia, Spain.
- Shafrir, U., & Etkind, M. (2010). Concept Science: Content and Structure of Labeled Patterns in Human Experience. Version 31.0
- Shafrir, U., & Kenett, R. (2010) Conceptual thinking and metrology concepts. Accrediation and Quality Assurance - Springer

Grassie

