

«LA PENDENZA»

Dalle cornicette alle derivate: riflessione sul concetto di pendenza come "fil rouge" tra i vari ordini di scuola con unità di apprendimento per la scuola secondaria di I°

LA PENDENZA

FRASI STORICHE: (Giacomo V Liceo Scientifico)

IO: «Cos'è la derivata di una funzione in un punto?»

Jack: «Il limite del rapporto incrementale»

IO: «Sì ma in pratica»

Jack: «»

IO: «Ma se la dovessi disegnare, come la rappresenteresti la derivata in un punto?»

Jack: «Perché la posso disegnare?»

IO: «MA VAAAAA? WOWWWWW?»

LA PENDENZA

FRASI STORICHE: (Teodoro IV Istituto Tecnico Agrario)

IO: «Cos'è la derivata di una funzione in un punto?»

Teo: «Ma la derivata di quale funzione?»

IO: «Non di quale funzione in particolare, in generale come te la raffiguri?»

Teo: «Eh Boh Ma se devo derivare x^2 trovo $2x$ »

IO: «Non ti ho chiesto le regole di derivazione ma il significato pratico del valore della derivata di una funzione in un punto. (disegno parabola su di un foglio) Se hai $f(x)=x^2$, derivi e trovi $f'(x)=2x$. Per $x=4$ la derivata vale 8 e che cosa rappresenta quell'8?»

Teo: «Ah»

IO: «Eh che cosa vuol dire che in quel punto la derivata vale 8?»

Teo: «Boh»

LA PENDENZA

FRASI STORICHE: Cristina III International School

IO: «Ma cos'è la tangente di un angolo?»

Cri: «Seno su Coseno»

IO: «OK questo per calcolarla, ma tu se disegni un angolo, dove la vedi la tangente?»

Cri: « Eh Ma è un numero»

IO: «Certo è un numero, ma a cosa ti serve calcolare la tangente di un angolo? Cosa rappresenta per quell'angolo?»

Cri: «.....»

IO: «Ma sulla circonferenza goniometrica come la rappresenti?»

Cri: «Isa Non lo so mi serve solo calcolarla»

LA PENDENZA

○ OBIETTIVO 1: I MIEI ALLIEVI NON DEVONO ARRIVARE COSI'!

Quindi si deve recuperare una conoscenza semplice ed intuitiva che ci portiamo inconsciamente dentro di noi fino dall'**infanzia** ma che perdiamo e non riusciamo più a collegare con un fatto matematico

OBIETTIVO 2: CURRICULUM VERTICALE (RAV ... purtroppo!)

Se è una conoscenza che **parte dalla nostra infanzia** è qualcosa che devo sviluppare **all'interno della scuola dell'obbligo** e che deve **attraversare ed essere ripreso ed approfondito** nei vari livelli della Scuola dell'Obbligo

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola dell'Infanzia

CAMPO DI ESPERIENZA: LA CONOSCENZA DEL MONDO

- I bambini esplorano continuamente la realtà e imparano a riflettere sulle proprie esperienze descrivendole, rappresentandole, riorganizzandole con diversi criteri. Pongono così le basi per la successiva elaborazione di concetti scientifici e matematici che verranno proposti nella scuola primaria

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola dell'Infanzia

NUMERI E SPAZIO:

- Muovendosi nello spazio, i bambini scelgono ed eseguono i percorsi più idonei per raggiungere una meta prefissata scoprendo concetti geometrici come quello di **direzione** e di **angolo** (qui ci aggiungerei di pendenza)
- (Es: le scale, lo scivolo)

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola dell'Infanzia

TRAGUARDI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE

- Il bambino raggruppa e ordina oggetti e materiali secondo criteri diversi, **ne identifica alcune proprietà**, confronta e valuta quantità, utilizza simboli per registrare, **esegue misurazioni** usando strumenti alla sua portata
- Individua le posizioni di oggetti e persone nello spazio, usando termini come **avanti, indietro sopra/sotto, destra/sinistra**, ecc, segue correttamente un **percorso sulla base di indicazioni verbali**

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Primaria

TRAGUARDI

- Riconosce e **rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo**
- descrive e denomina e classifica figure in base a **caratteristiche geometriche**, ne determina la misure progetta e **costruisce modelli concreti** di vario tipo

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Primaria

OBIETTIVI (Seconda Primaria)

- Utilizzare **referimenti spaziali** (sopra/sotto, avanti/indietro, destra/sinistra, su/giù) per **comunicare la posizione** di oggetti nello spazio fisico sia rispetto al soggetto sia rispetto ad altre persone od oggetti
- **rappresentare graficamente spostamenti e percorsi**, usando riferimenti spaziali, **reticolo** e coordinate
- Eseguire un **semplice percorso**, **descrivendolo verbalmente** e **attraverso rappresentazioni grafiche**
- **Classificare figure** in base ad una o più **proprietà** utilizzando le opportune rappresentazioni grafiche
- Riconoscere la proprietà sottostante a una classificazione data

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Primaria

OBIETTIVI (Terza Primaria)

- Utilizzare riferimenti spaziali per comunicare la posizione propria e di oggetti nello spazio fisico sia rispetto al soggetto sia rispetto ad altre persone od oggetti
- Localizzare e rappresentare graficamente oggetti sul piano attraverso sistemi di coordinate
- Eseguire un semplice percorso, partendo dalla descrizione verbale o viceversa
- descrivere un percorso che si sta facendo e dare istruzioni a qualcuno perché compia un percorso desiderato
- Classificare figure e oggetti in base ad una o più proprietà utilizzando opportune rappresentazioni grafiche e argomentare i criteri di classificazione usati

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Primaria

OBIETTIVI (Quarta Primaria)

- Utilizzare concetti di **incidenza, perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità, per descrivere rette nel piano**
- Utilizzare il piano cartesiano per localizzare punti
- **Riprodurre in scala una figura assegnata utilizzando la carta a quadretti.**
- Riconoscere descrivere e classificare in base ad una o più proprietà figure geometriche identificando elementi significativi e simmetrie
- **Rappresentare graficamente una figura in base a una descrizione utilizzando gli strumenti opportuni (carta a quadretti, riga, compasso, squadre, software di geometria)**

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Primaria

OBIETTIVI (Quinta Primaria)

- Utilizzare concetti di **incidenza, perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità, per descrivere rette nel piano**
- Utilizzare il **piano cartesiano per localizzare punti e riprodurre figure**
- Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse applicando il **concetto di isometris**
- **Riprodurre in scala una figura assegnata utilizzando la carta a quadretti.**
- Riconoscere descrivere e classificare, riprodurre figure geometriche utilizzando gli strumenti opportuni e **identificare elementi significativi (lati, angoli, assi di simmetria, diagonali)**
- Utilizzare **proprietà e strumenti per misurare e confrontare angoli**

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Secondaria I°

TRAGUARDI – NUMERI e FUNZIONI E RELAZIONI

- Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima il risultato di operazioni

OBIETTIVI - Seconda

- Descrivere il concetto di **rapporto e di proporzione** (proporzionalità diretta e inversa) e le loro proprietà.
- Calcolare elementi incogniti in proporzioni date
- Utilizzare i concetti di **rapporto e proporzione**, sia nella forma decimale che sotto forma di frazione, per **risolvere problemi tratti dal mondo reale**.
- Comprendere il significato di percentuale e saperla calcolare utilizzando strategie diverse

OBIETTIVI – Terza

- Descrivere il concetto di **funzione** e collegarlo al concetto di **tabulazione di dati**
- Utilizzare il piano cartesiano per rappresentare graficamente funzioni

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Secondaria I°

TRAGUARDI - SPAZIO E FIGURE E RELAZIONI E FUNZIONI

- Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi

OBIETTIVI - Seconda

- **Descrivere figure complesse e costruzioni geometriche al fine di comunicarle ad altri**
- **Riprodurre figure e disegni geometrici in base ad una descrizione e codificazione fatta da altri**
- Riconoscere **figure piane simili** in vari contesti e **riprodurre in scala** una figura assegnata

OBIETTIVI - Terza

- Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure
- Utilizzare il piano cartesiano per **rappresentare relazioni e funzioni empiriche** o ricavate da tabelle e per conoscere in particolare le funzioni del tipo $y=ax$ $y=a/x$ e i loro grafici e collegarle al concetto di **proporzionalità**

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Secondaria II° - Primo Biennio Liceo Scientifico Ordinamento – Linee generali e competenze - MATEMATICA

- il concetto di **modello matematico** e un'idea chiara della differenza tra la visione della matematizzazione caratteristica della fisica classica (corrispondenza univoca tra matematica e natura) e quello della modellistica (possibilità di rappresentare la stessa classe di fenomeni mediante differenti approcci)
- costruzione e analisi di **semplici modelli matematici di classi di fenomeni**, anche utilizzando strumenti informatici per la descrizione e il calcolo;

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Secondaria II° - Primo Biennio Liceo Scientifico Ordinamento – Obiettivi specifici e di apprendimento - NUMERI

Al termine del percorso didattico lo studente:

- avrà approfondito i procedimenti caratteristici del pensiero matematico (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, formalizzazioni), conoscerà le metodologie di base per la costruzione di un **modello matematico** di un insieme di fenomeni
- saprà applicare quanto appreso per la **soluzione di problemi**, anche utilizzando **strumenti informatici di rappresentazione geometrica** e di calcolo

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Secondaria II° - Primo Biennio Liceo Scientifico – Obiettivi specifici e di apprendimento – GEOMETRIA

Lo studente apprenderà a far uso del metodo delle **coordinate cartesiane**, in una prima fase limitandosi alla rappresentazione di punti, rette e fasci di rette nel piano e di proprietà come il **parallelismo e la perpendicolarità**

- Lo studio delle funzioni del tipo $f(x) = ax + b$, e la **rappresentazione delle rette nel piano** cartesiano consentiranno di acquisire i concetti di soluzione delle equazioni di primo grado in una incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni lineari in due incognite, nonché le tecniche per la loro risoluzione grafica e algebrica.
- Lo studente studierà le funzioni $f(x) = |x|$, $f(x) = a/x$, le funzioni lineari a tratti, sia in un contesto strettamente matematico sia in funzione della **rappresentazione e soluzione di problemi applicativi**. Apprenderà gli elementi della teoria della **proporzionalità diretta e inversa**. Il contemporaneo studio della fisica offrirà esempi di funzioni che saranno oggetto di una **specifica trattazione matematica**, e i risultati di questa trattazione serviranno ad approfondire la comprensione dei fenomeni fisici e delle relative teorie.

INDICAZIONI NAZIONALI 2012: Scuola Secondaria II° - Quinto Anno Liceo Scientifico – Obiettivi specifici e di apprendimento – RELAZIONI E FUNZIONI

- Lo studente acquisirà i principali concetti del calcolo infinitesimale – in particolare la continuità, la **derivabilità** e l'integrabilità – anche in relazione con le problematiche in cui sono nati (**velocità istantanea** in meccanica, **tangente di una curva**, calcolo di aree e volumi). Non sarà richiesto un particolare addestramento alle tecniche del calcolo ---
- Altro importante tema di studio sarà il concetto di equazione differenziale, cosa si intenda con le sue soluzioni e le loro principali proprietà, nonché alcuni esempi importanti e significativi di equazioni differenziali.....

**Percorso proposto per una
classe II di Secondaria di I°**

Scoperta della «regola» di calcolo

- Esaminare oggetti (grattugia, cuneo, portamatite, tetto del tempio)
- Proporre soluzioni alla domanda: «trova un numero che rappresenti la pendenza»
- Scoprire che ci vogliono due misure
- Formalizzare che il numero cercato è il rapporto tra le due misure

Misurando la
pendenza del
Tempio greco
della recita di
fine anno



Applicazione della «regola» di calcolo

- Calcolare la pendenza degli oggetti proposti
- Calcolare la pendenza delle scale della scuola
- Calcolare la pendenza della rampa per disabili
- Rappresentare le pendenze trovate in scala sui quadretti
- Differenza tra salita e discesa

Legame con la proporzionalità diretta

- Proposta di problema di proporzionalità nel continuo: Esprimi il perimetro di un quadrato in funzione del suo lato:
- Soluzione trovata immediatamente dai ragazzi $y=4x$
- Costruzione della tabella e del grafico
- DOMANDA AI RAGAZZI: Ma quel «4» cos'è del grafico?

Dopo qualche discussione

E' LA PENDENZA DELLA RETTA PROF!

Rappresentare semirette con diverse pendenze positive

- Scoperta della pendenza della bisettrice (riproduzione della retta $y=x$)
- Scoperta della «formula» e della pendenza dell'asse delle ascisse ($y=0$)
- Scoperta della «formula» e della pendenza dell'asse delle ordinate Ma non si può calcolare!
- Formalizzazione delle «regole»

E se l'equazione è di una retta ($x \geq 0$)

- Compilazione della tabella per $y=4x+2$
- Riproduzione su di un grafico
- Scoperta del parallelismo come «stessa pendenza»
- Domanda: siamo ancora in proporzionalità diretta?
- Scoperta della «regola» per il calcolo della pendenza in questo caso
- Scoperta della «regola» di calcolo della pendenza di un segmento
- Formalizzazione
- GEOGEBRA

Adesso

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

NON FA PIU' PAURA!

Bibliografia e Sitografia

- Annali della Pubblica Istruzione - Indicazioni Nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione - Anno 2012 - Ed. Le Monnier
- http://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/licei2010/indicazioni_nuovo_impaginato/_decreto_indicazioni_nazionali.pdf
- R. Trinchero - Costruire e certificare competenze con il curriculum verticale nel primo ciclo - Ed. Rizzoli Education