

DI. FI. MA.



DIPARTIMENTO  
DI MATEMATICA  
GIUSEPPE PEANO  
UNIVERSITÀ DI TORINO

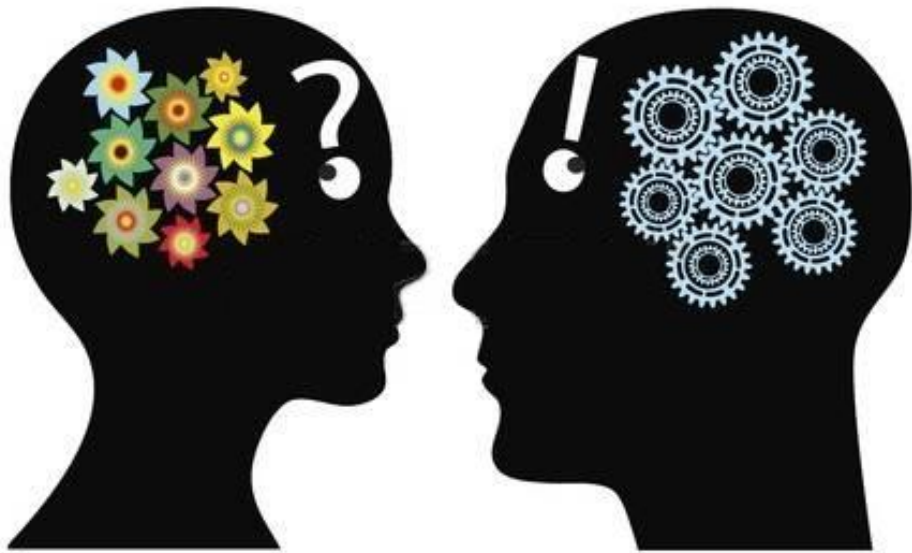


L'APPROCCIO DELLA LOGICA  
DELL'INDAGINE  
attraverso attività esplorative in GeoGebra  
Carlotta Soldano

Università degli studi di Torino – Dipartimento di Matematica

Torino – 18 ottobre 2017

# OBIETTIVO DIDATTICO



## EDUCARE ALLA RAZIONALITÀ

Attraverso attività di gioco e di indagine  
all'interno di ambienti di geometria dinamica

## Scuola secondaria di primo grado

*“Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite[...].  
Sostiene le proprie convinzioni portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni: accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.”*

Indicazioni nazionali 2012, p.51

## Scuola secondaria di secondo grado

*“Acquisire l’abitudine a ragionare con rigore logico, ad identificare i problemi e a individuare possibili soluzioni.”*

Linee Guida 2010 per i licei p.11

# LOGICA DELL'INDAGINE



Questa logica è sia una **logica della scoperta**, che caratterizza il momento esplorativo iniziale verso la formulazione della congettura, sia una **logica della giustificazione**, che caratterizza il momento di esplorazione successivo verso la confutazione o validazione della congettura formulata.

*“[...] all logical forms (with their characteristic properties) arise within the operation of inquiry and are concerned with control of inquiry so that it may yield warranted assertions.”*

Dewey 1938, p.3-4





LA LOGICA  
DELL'INDAGINE



A photograph of several chess pieces on a chessboard. In the foreground, a light-colored king and queen are lying on their sides. In the background, a dark-colored king and a knight are standing upright. The text 'ATTIVITÀ DI GIOCO-INDAGINE' is overlaid in white, bold, sans-serif capital letters across the center of the image.

# ATTIVITÀ DI GIOCO-INDAGINE

# LA SEMANTICA DELLA TEORIA DEI GIOCHI

La verità di un enunciato viene stabilita attraverso **giochi semantici**, ossia giochi che coinvolgono un **verificatore** e un **falsificatore**.

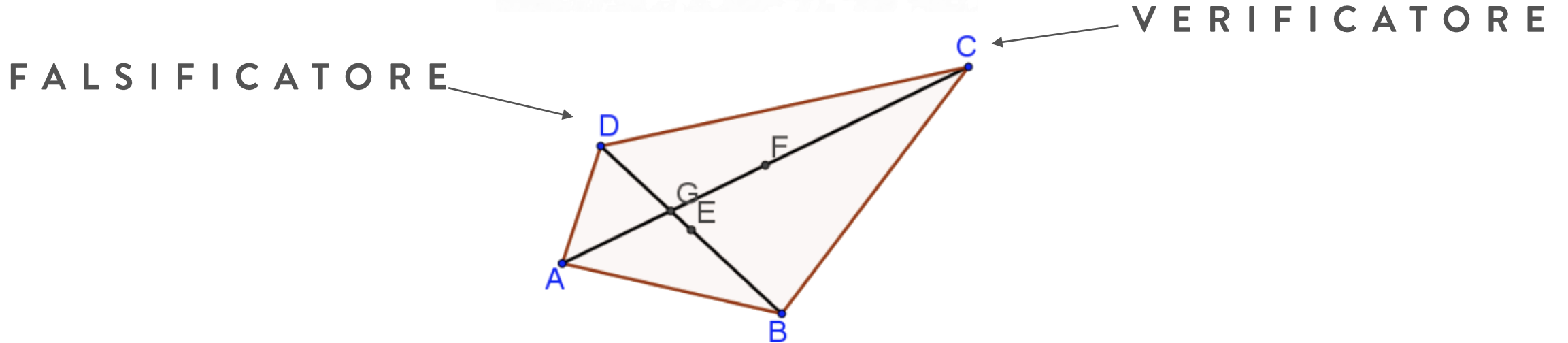
$$\forall x \exists y S [x, y]$$

Un enunciato risulta vero/falso se esiste una **strategia vincente** per il verificatore/falsificatore del gioco associato all'enunciato.





# GIOCO 1



**OBIETTIVO DEL VERIFICATORE**

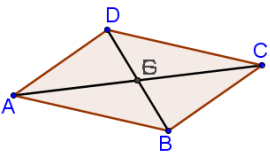
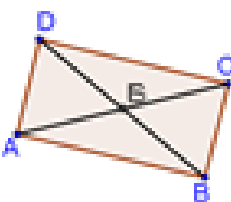
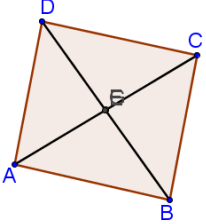
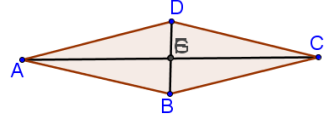

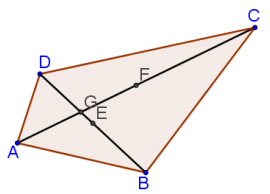
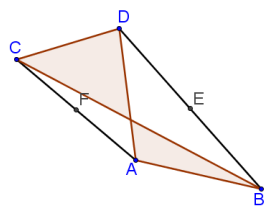
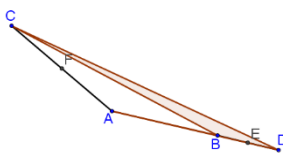
Far coincidere i punti E, F e G

**OBIETTIVO DEL FALSIFICATORE**

Impedire al verificatore di far coincidere E, F e G

Esistono posizioni del punto D che impediscono al verificatore di raggiungere l'obiettivo?

# SPAZIO DEGLI ESEMPI

	STANDARD	NON STANDARD			
VERIFICATORE					
FALSIFICATORE					

# SCHEDA ATTIVITÀ

1. Qual è la natura geometrica dei punti **E, F, G**?
2. Come deve essere modificato il quadrilatero **ABCD** affinché il verificatore raggiunga il suo obiettivo?
3. Quali proposizioni vere è possibile scoprire attraverso il gioco?

Le proposizioni devono essere del seguente tipo:

- Se **A** allora **B**,  $A \rightarrow B$
- **A** se e solo se **B**,  $A \leftrightarrow B$
- Se **B** allora **A**,  $B \rightarrow A$

**A:** Le diagonali del quadrilatero si dividono scambievolmente a metà

**B:** Il quadrilatero è un rombo/rettangolo/quadrato/parallelogramma/trapezio

# RIFLESSIONE SULL' ATTIVITÀ



## LENTE TEORICA USATA NEL DESIGN

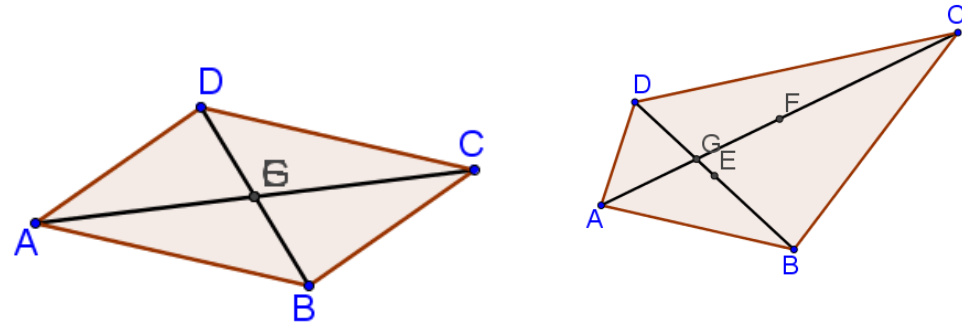
Teoria della variazione

*“to see the general through the particular and the particular in the general’ and ‘to be aware of what is invariant in the midst of change”*

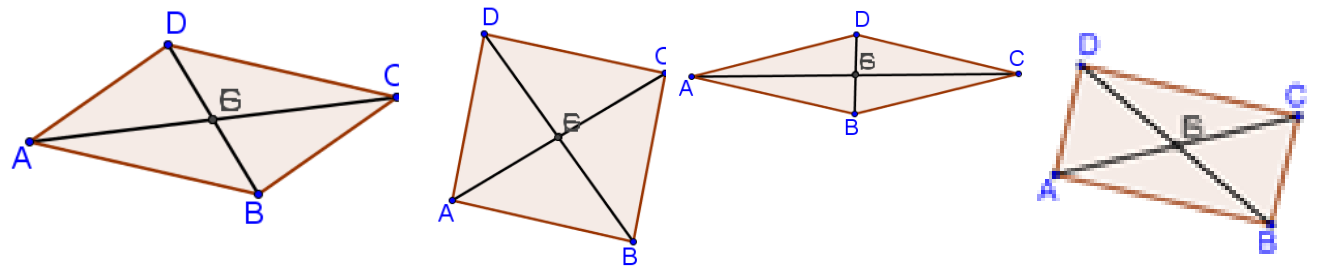
**Mason (2005)**



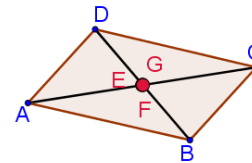
**CONTRASTO**



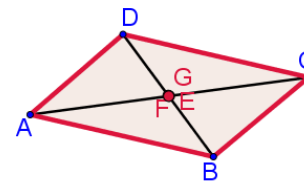
**GENERALIZZAZIONE**



**SEPARAZIONE**



**FUSIONE**



# LE MOSSE DEL VERIFICATORE

C  $\xrightarrow{E = F = G}$  PARALLELOGRAMMA

Se le **diagonali** di ABCD si dividono  
scambievolmente a metà  
Allora ABCD è un **parallelogramma**

C  $\xrightarrow{\text{PARALLELOGRAMMA}}$   $E = F = G$

Se ABCD è un **parallelogramma**  
Allora le **diagonali** si dividono scambievolmente  
a metà

# LE MOSSE DEL FALSIFICATORE

C  $\xrightarrow{E \neq F \neq G}$  NON-PARALLELOGRAMMA

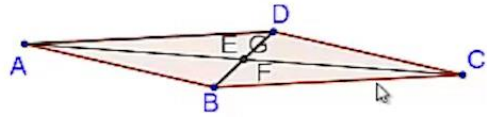
Se le **diagonali** di ABCD non si dividono scambievolmente a metà  
Allora ABCD non è un **parallelogramma**

C  $\xrightarrow{\text{NON-PARALLELOGRAMMA}}$   $E \neq F \neq G$

Se ABCD non è un **parallelogramma**  
Allora le sue **diagonali** non si dividono scambievolmente a metà

# RUOLO DELLA COSTRUZIONE

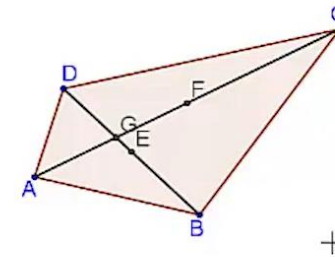
## CONSTRUZIONE ROBUSTA



Tutte le proprietà del parallelogramma restano invariate durante il dragging

## COSTRUZIONE SOFT

---



Le proprietà del parallelogramma sono costruite ad occhio attraverso le mosse del verificatore

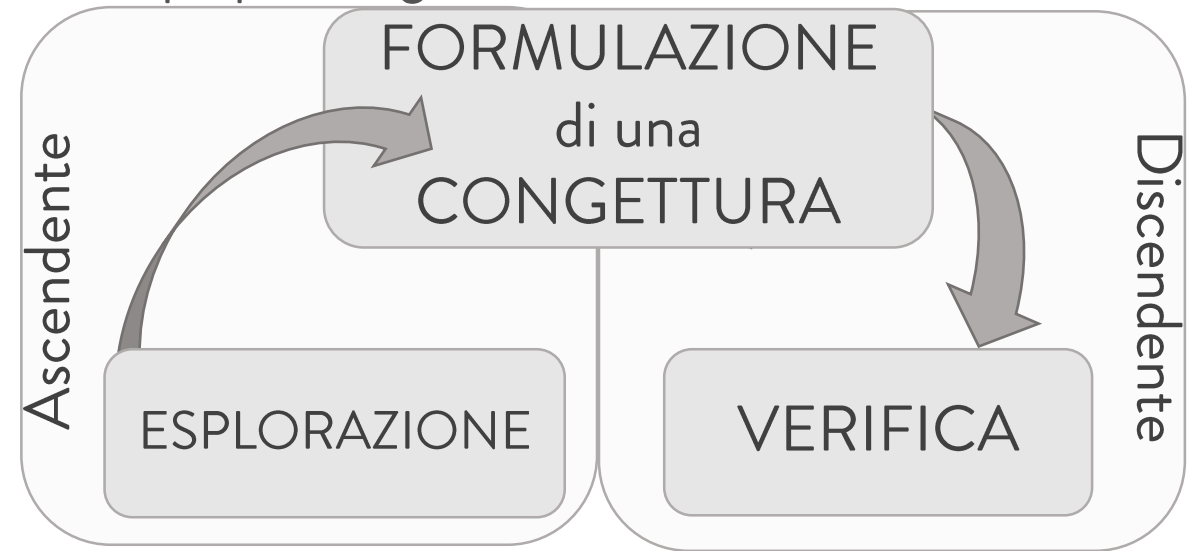


# METODOLOGIA DI ANALISI DEI DATI

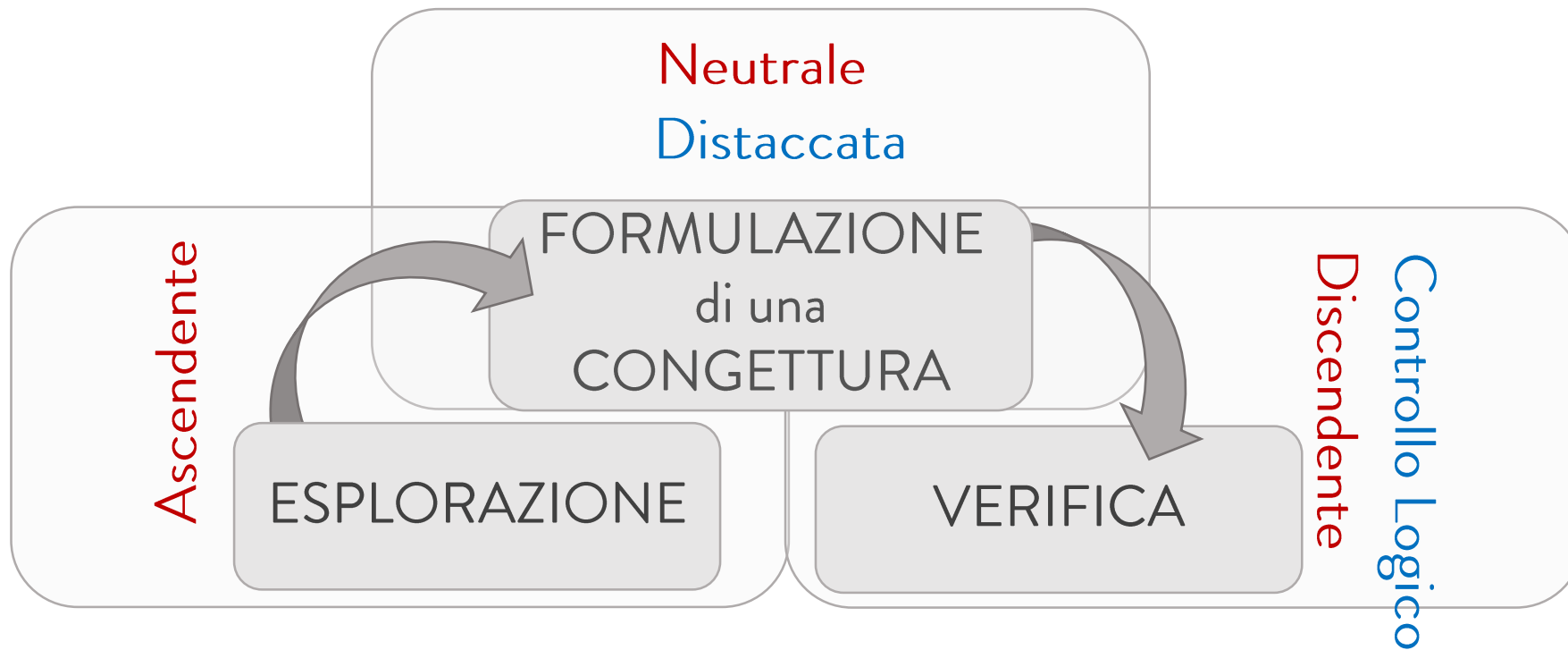


## STRUMENTI TEORICI UTILIZZATI

Adattamento del modello cognitivo sviluppato da Saada-Robert (1989) in campo psicologico



# STRUMENTO DI ANALISI



■ Attivati utilizzando lo **strumento**

■ Attivati attraverso una rielaborazione mentale di fatti osservati con lo **strumento**

Come deve essere modificato il quadrilatero ABCD affinché il verificatore raggiunga il suo obiettivo?

Pensiero retrogrado  
Formulazione di ipotesi e verifica attraverso lo strumento

1. Valeria: Nella tua mossa hai sempre ristretto l'estensione, no??

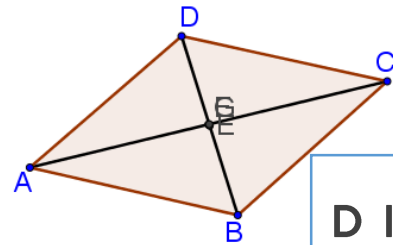
DISTACCATA

2. Mauro: Potevo anche allargarla! L'importante è che è un parallelogramma

CONTROLLO LOGICO

DISTACCATA

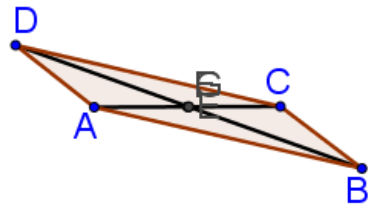
3. Valeria: Se allarghi vinci, guarda! [Figura]



DISTACCATA

4. Mauro: Anche se rimpicciolisci ci riesco uguale! [Figura] Per quanto tu rimpicciolisca [Figura]

DISCENDENTE

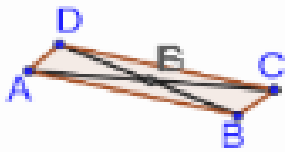


CONTROLLO LOGICO

DISCENDENTE

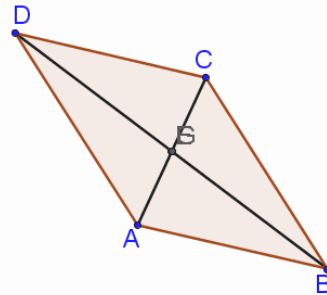
## MOSSE DEL VERIFICATORE:

Tempo speso per fare la mossa



22 sec.

Applicazione  
regole



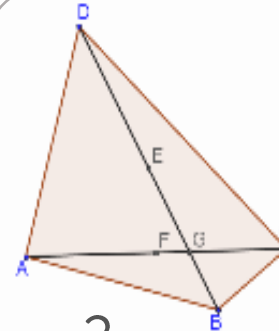
3 sec.

Applicazione  
strategia

## MOSSE DEL FALSIFICATORE:

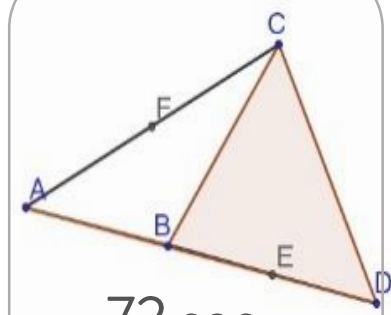
Tempo speso per fare la mossa

Tipo di configurazione



3 sec.

Applicazione  
regole



72 sec.

Applicazione  
strategia



# RUOLO DEL GIOCO

## FASE DI GIOCO

STUDENTI OPPONENTI

VERIFICATORE

FALSIFICATORE

Produzione di esempi

Ricerca di controesempi

Eplorazione

Esperienza

## FASE DI RIFLESSIONE

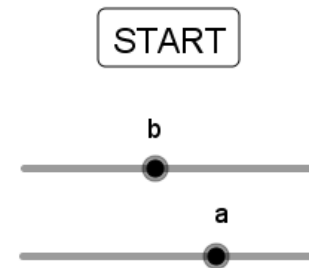
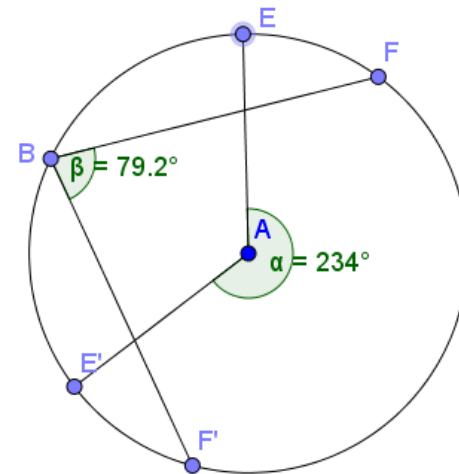
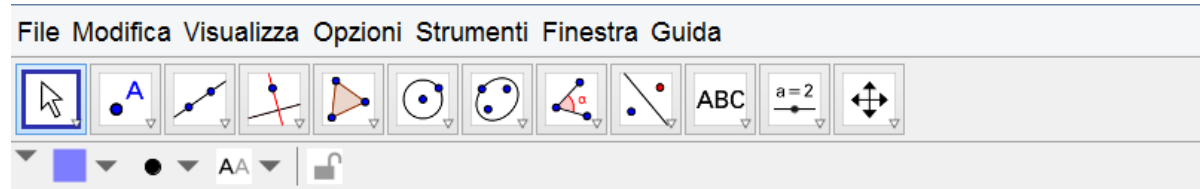
STUDENTI  
COOPERATORI

Eplorazione

Formulazione di congetture

Produzione di controesempi

# GIOCO 2



**FALSIFICATORE**  
Ampiezza  $\beta$

**VERIFICATORE**

**OBIETTIVO DEL VERIFICATORE:** costringere il falsificatore a formare un angolo  $\beta$  dell'ampiezza scelta

**OBIETTIVO DEL FALSIFICATORE:** far coincidere  $E = F$  e  $E' = F'$

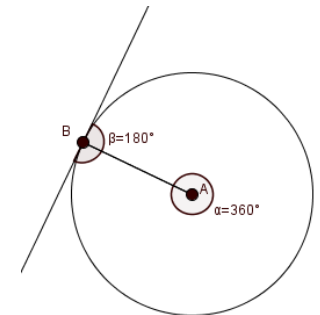
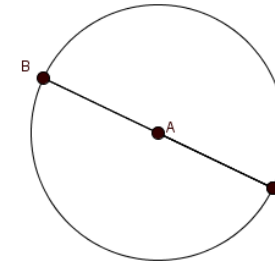
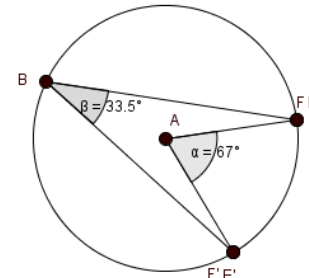
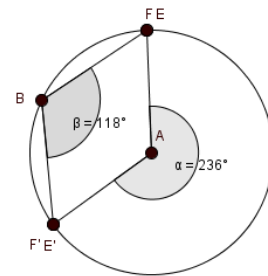
Esistono valori di  $\beta$  che impediscono al verificatore di raggiungere l'obiettivo?

# SPAZIO DEGLI ESEMPI

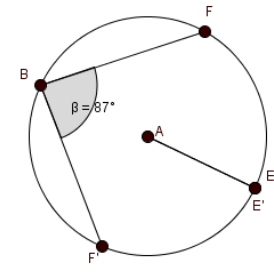
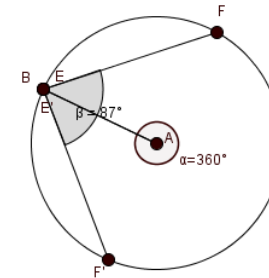
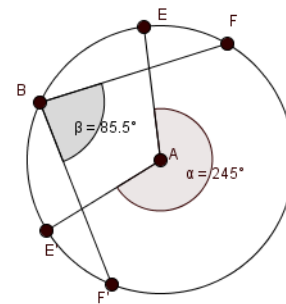
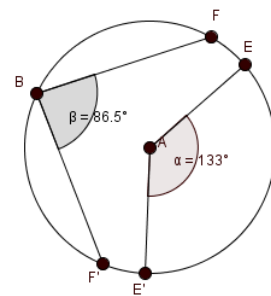
STANDARD

NON STANDARD

VERIFICATORE



FALSIFICATORE



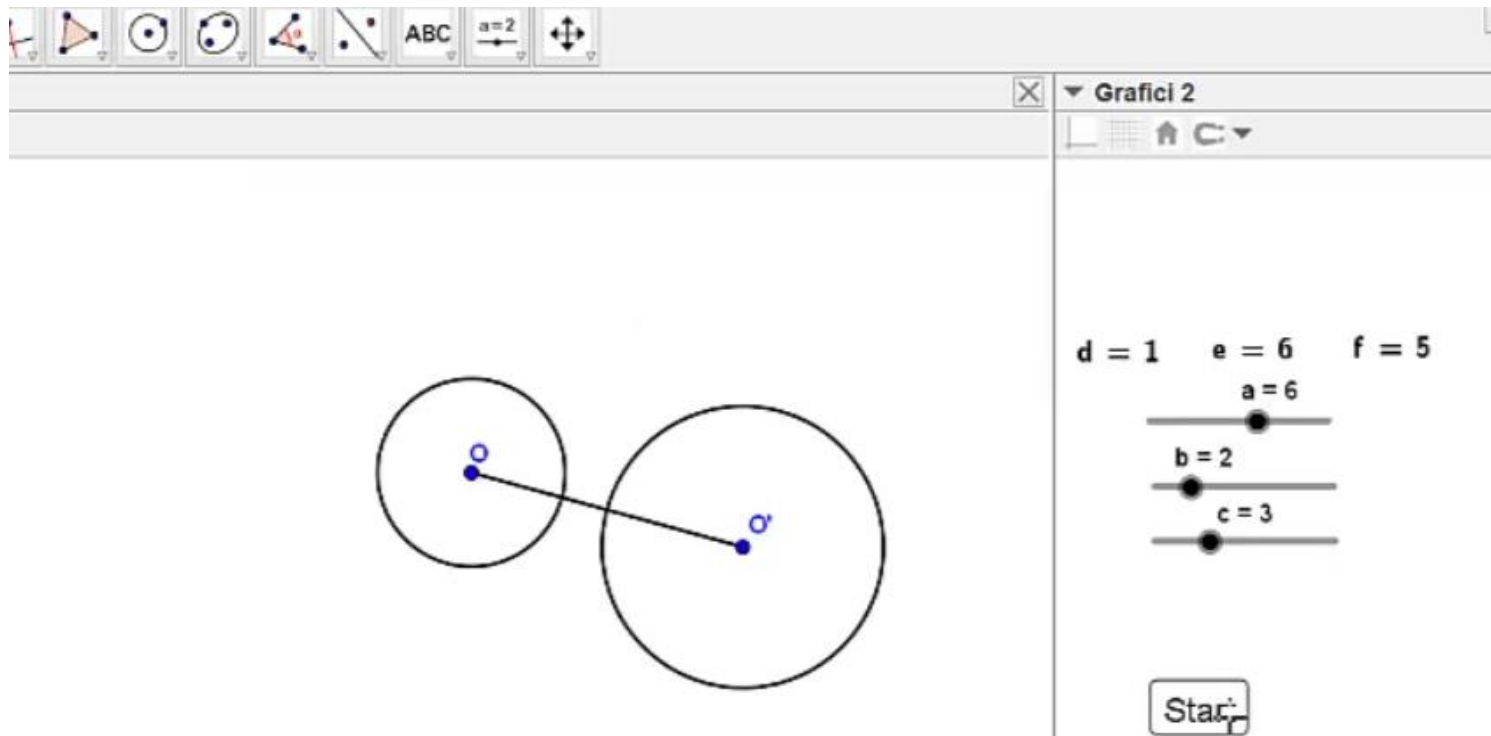
# SCHEDA ATTIVITÀ

1. Quale oggetto geometrico controlla lo slider a?
2. Quale oggetto geometrico controlla lo slider b?
3. Quale strategia permette al verificatore di vincere sempre?
4. Inserisci sulla stessa riga della tabella sottostante termini e formule matematiche che secondo te sono in relazione.

$\alpha$  è l'ampiezza dell'angolo al centro,  $\beta$  è l'ampiezza dell'angolo alla circonferenza.

A	B
1. $\alpha$ e $\beta$ sono angoli corrispondenti	1. $\alpha = \frac{1}{2}\beta$
2. $\alpha = 60^\circ$ , $\beta$ insiste sullo stesso arco di $\alpha$	2. $\beta = 120^\circ$
	3. $\alpha = 2\beta$
	4. $\beta = 30^\circ$

# GIOCO 3



VERIFICATORE

FALSIFICATORE

**OBIETTIVO DEL VERIFICATORE:**  $e = d \vee e = f$

**OBIETTIVO DEL FALSIFICATORE:** impedire al verificatore di rendere  $e = d \vee e = f$

Esistono valori di  $c$  che impediscono al verificatore di raggiungere l'obiettivo?

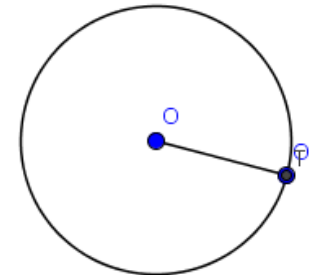
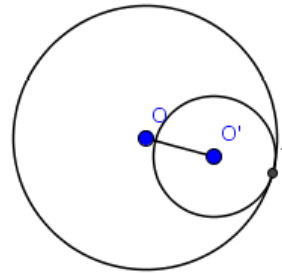
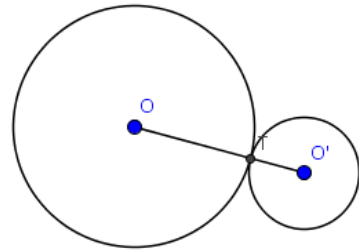


# SPAZIO DEGLI ESEMPI

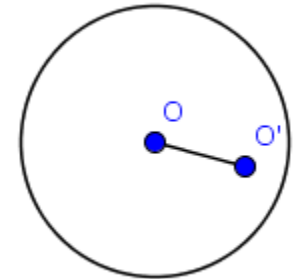
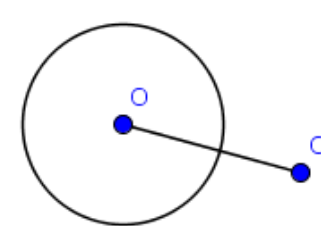
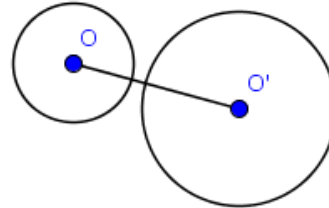
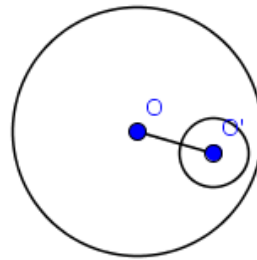
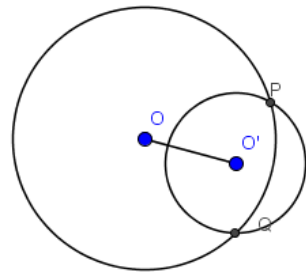
STANDARD

NON STANDARD

VERIFICATORE



FALSIFICATORE



# SCHEDA ATTIVITÀ

1. Quali sono le posizioni reciproche tra le due circonferenze ogni volta che il verificatore raggiunge l'obiettivo?
2. Che cosa rappresentano i valori degli slider  $a$ ,  $b$  e  $c$  nelle due circonferenze?
3. Che cosa rappresentano i valori  $d$ ,  $e$  ed  $f$ ?
4. Inserisci sulla stessa riga formule e termini che sono in relazione

A	B
Circ. secanti	$d(O, O') = R + r$
Circ. tangenti internamente	$d(O, O') > R + r$
Circ. tangenti esternamente	$R - r < d(O, O') < R + r$
Circ. interne	$d(O, O') = R - r$
Circ. esterne	$d(O, O') < R - r$