



DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA
GIUSEPPE PEANO
UNIVERSITÀ DI TORINO



DI. FI. MA. in Rete



Piano Lauree Scientifiche
In collaborazione con MIUR, con Scienze, Confindustria

VIII GEOGEBRA ITALIAN DAY - 2018

GeoGebra nella formazione in presenza e a distanza

12 ottobre 2018, Liceo D'Azeglio, via Parini 8, Torino

ABSTRACT WORKSHOP

GeoGebra "in strada"

Virginia ALBERTI¹, Arianna COVIELLO¹, Sara LABASIN¹, Eugenia TARANTO¹

¹Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano", Università di Torino, Torino (TO)

virginia.alberti@unito.it

La nostra proposta di workshop intende guidare a un originale approccio alla modellizzazione matematica nella secondaria di secondo grado con pratiche didattiche che sfruttino il linguaggio, i tool e le abitudini di apprendimento collaborativo e sociale utilizzate nell'informale dai Millennials e dare agli insegnanti indicazioni di organizzazione didattica attraverso la creazione di un GeoGebrabook.

L'idea è nata dalla progettazione e sviluppo del modulo MathCityMap del MOOC Relazioni e Funzioni erogato da gennaio a maggio nell'anno scolastico 2017-2018 mediante il progetto MATHMOOCUNITO sulla piattaforma Di.Fi.Ma. Con la nostra esperienza di docenti ricercatori pensiamo che la proposta possa essere efficace per favorire l'apprendimento della disciplina con approcci di tipo laboratoriale partendo dall'uso di device mobili, quali lo smartphone, dell'app MathCityMap sviluppata dal team del **Prof. Dr. Matthias Ludwig** dell'Università Goethe di Francoforte e dalle app di GeoGebra. La metodologia in oggetto ha sperimentato, attraverso la matematica del reale contestualizzata sul territorio, attività in piccolo gruppo, su percorsi predefiniti creati ad hoc dal docente nella propria città. Mediante l'opportunità di gamificare (game base learning) abbiamo pensato si potesse attuare un approccio più consono allo sviluppo delle competenze del XXI secolo, si potessero soddisfare le richieste per gli STEM lab e si favorisse l'attivazione di competenze di problem solving e la creatività.

Saranno presentati esempi con sviluppi di attività e modellizzazioni create con GeoGebra (esempi di fontane e altri monumenti) che permettono in una prima fase, durante il "gioco" in strada con MathCityMap, di avviare alla discussione e suggerire la strategia per l'individuazione della risposta corretta al quesito, e in una seconda fase, di esplorare e verificare quanto supposto.

Il workshop partirà dall'illustrazione di esempi di attività e della loro modellizzazione con GeoGebra per arrivare a una proposta di sperimentazione con relativa organizzazione del lavoro didattico attraverso un GeoGebrabook dedicato. Verranno illustrate le potenzialità dell'ambiente di apprendimento e come utilizzarlo nella didattica. Tale strumento, fruibile da device mobili e sempre a portata di mano sullo smartphone dello studente con le app, offre inoltre la possibilità per educare ad un uso consapevole della tecnologia, che favorisce l'uso di diversi codici comunicativi, che permette di attuare strategie di risoluzione non tradizionali e di condividere documentazione multimediale per argomentare.

Questa tipologia di approccio metodologico scardina le dinamiche tradizionali, invita lo studente ad essere attore-fautore del proprio percorso di apprendimento e favorisce la coproduzione ed il team working.

Nel workshop si daranno indicazioni di costruzione di un percorso con tale approccio e si sperimenterà direttamente l'organizzazione didattica.

Geometria Analitica nello Spazio Tridimensionale:

L'uso di GeoGebra per lo sviluppo delle competenze necessarie ad affrontare i quesiti proposti all'Esame di Stato.

Prof. Antonio COLECCHIA

IISS Alfano da Termoli (Liceo Scientifico) – Termoli (CB)

antonio.colecchia@iissalfano.gov.it

L'idea di presentare alcune riflessioni sull'uso di GeoGebra per una introduzione alla Geometria analitica nello spazio a tre dimensioni, nasce dalla necessità di far sviluppare ai nostri studenti le competenze necessarie ad affrontare i quesiti proposti all'Esame di Stato su questo argomento, circa una ventina dal 2015 al 2018.

In realtà le nozioni richieste per lo svolgimento degli esercizi proposti sono limitate a rette, piani e sfere; inoltre, analizzando i singoli quesiti, ci si rende conto che quasi sempre è possibile affrontarli usando essenzialmente la nozione di vettore.

Il concetto di vettore è assolutamente fondamentale, sia in matematica, sia in fisica, e permette di sviluppare in modo semplice ed efficace lo studio della Geometria Analitica, con una metodologia assolutamente analoga nel piano e nello spazio tridimensionale, che può essere basata sull'uso di GeoGebra per rendere l'apprendimento più facile ed intuitivo.

Se lo studente comprende, facendolo con GeoGebra, come una retta può essere "disegnata" _dalla "punta" _di un vettore, che si allunga e si accorcia quando moltiplicato per un numero reale, sarà semplice per lui comprendere le equazioni parametriche della retta, sia in 2D, sia in 3D.

Se lo studente comprende, facendolo con GeoGebra, come un piano può essere "disegnato" _dalla "punta" _di un vettore ottenuto come combinazione lineare di due vettori, sarà semplice per lui determinarne l'equazione a partire da tre dei suoi punti.

Molto interessante risulta anche far capire le relazioni tra il prodotto scalare tra due vettori e il concetto di perpendicolarità, di distanza tra due punti o lunghezza del vettore che li ha per "estremi"; come pure tra il prodotto vettoriale e il concetto di parallelismo.

Ormai anche i testi in adozione hanno inserito tra gli argomenti proposti la Geometria analitica in 3D, evidenziando chiaramente l'importanza dell'uso dei vettori, ma la possibilità che GeoGebra ci dà di "disegnare" _gli oggetti matematici permette allo studente di vivere un'esperienza concreta, su cui fondare il suo processo di apprendimento di concetti spesso difficili da comprendere e "visualizzare".

L'attività di laboratorio sarà prevalente nel workshop che vorrei proporre. Si svilupperà a partire da semplici attività di costruzione (disegno) di rette e piani, usando vettori, per poi andare a risolvere i quesiti d'esame proposti negli ultimi tre anni, utilizzando, per quanto possibile, solo il concetto di vettore.

Questo tentativo di sintetizzare in un unico concetto essenziale i metodi risolutivi proposti, permette di semplificare e velocizzare lo sviluppo delle competenze necessarie allo studente, senza appesantire il suo "bagaglio di nozioni da imparare".

Utilizzo di Geogebra nella didattica della probabilità

Alessio DRIVET - *Geogebra Institute di Torino*

Franslinda GIUSTINO - *Docente del Liceo Cattaneo di Torino*

Nella scuola si dedica il 5% a situazioni legate al caso mentre nella vita ci troviamo di fronte al 95% di situazioni aleatorie; in più l'approccio, nonostante le apparenze, è «assiomatico», cioè si trasmettono regole e si dà poco spazio alla verifica empirica.

Nel workshop, dedicato ai docenti della secondaria superiore, vogliamo mostrare come l'uso di un software dinamico ci permette di affrontare problemi non banali.

Le domande a cui vorremmo dare risposta sono:

1. Quanto vale la superficie del lago di Viverone?
2. Come si muove un ubriaco?
3. Qual è la probabilità di vincere a Win for Life?

Con l'ausilio di Geogebra esamineremo quindi i seguenti modelli aleatori:

1. Stima di un'area irregolare col metodo Montecarlo;
2. Percorso casuale di una particella su un piano;
3. Analisi della distribuzione ipergeometrica.

Bibliografia

Bernardini, C., Tamburini, S. (2014). La probabilità fa al caso nostro. Carocci.

Canova, P., & Rizzuto, D. (2016). Fate il nostro gioco. Add Editore.

Drivet, A. (2013). La probabilità. Ilmiolibro.it.

Drivet, A. (2017). Toolbox. Amazon.

Mlodinow, L. (2009). La passeggiata dell'ubriaco. Le leggi scientifiche del caso. Rizzoli.

Rosenthal, J. S. (2006). Le regole del caso: istruzioni per l'uso. Longanesi.

Progettazione di attività con GeoGebra

Albert GARCIA - *Associació Catalana de GeoGebra*

Questo workshop è rivolto agli professori delle scuole primarie, medie o secondarie che iniziano nell'ambiente delle risorse per la classe su GeoGebra. Le diverse possibilità offerte dalle attività e dai libri di GeoGebra verranno elaborate al fine di progettare attività di apprendimento e unità didattiche singolarmente o in collaborazione, pensando a possibili lavori per gruppi di insegnanti o un intero dipartimento. La ricerca e l'adattamento dei materiali esistenti, la creazione di nuovi materiali, la preparazione di libri e lo studio di permessi di condivisione e modifica saranno studiati affinché l'ambiente di GeoGebra possa essere un valido strumento di lavoro per insegnanti e studenti.

Ad esempio, un mio lavoro con studenti del secondo anno della nostra secondaria sul Teorema di Talete: abbiamo creato un gruppo con risorse, la possibilità di interagire tra studenti con i post, esercizi sul Teorema e valutazione degli esercizi. Anche è possibile creare gruppi condivisi tra i due insegnanti con i loro rispettivi gruppi, in modo che gli studenti provenienti da diversi centri interagiscano sullo stesso argomento.

Gli argomenti su cui possono essere create le attività di gruppo sono praticamente infiniti dalla scuola materna all'università. Sarebbe una buona idea pensare a un argomento dei vostri corsi su cui lavorare.

Importante: i partecipanti devono avere un account GeoGebra aperto su <https://www.geogebra.org>

FACCIAMO SPAZIO! ESPLORAZIONI DINAMICHE NELLA GEOMETRIA 3D

Germana TRINCHERO, IIS Santorre di Santarosa, germana.trincher@gmail.com, Ornella ROBUTTI, Unito, ornella.robutti@unito.it, Giulia BINI, Unito, giuliagiovannamaria.bini@unito.it

Il laboratorio si propone di affrontare un nodo concettuale fondante della Geometria euclidea nello spazio tridimensionale, presente nelle indicazioni Nazionali e fortemente intrecciato con competenze fondamentali quali porre e risolvere problemi, argomentare, congetturare, generalizzare e dimostrare.

L'esperienza che presenteremo è relativa ad una sperimentazione di attività laboratoriali condotte in classe attraverso la pedagogia MERLO, utilizzando schede dinamiche in Geogebra 3D, in cui gli studenti possono esplorare gli oggetti matematici rappresentati, attraverso l'uso del trascinamento.

Le schede sono state progettate da docenti negli incontri del corso del Piano Lauree Scientifiche "Geometria con geoGebra: significati e rappresentazioni" e mirano a stimolare la produzione di argomentazioni da parte degli studenti, in conseguenza all'individuazione di significati comuni in registri diversi. Le stesse schede sono state sperimentate in scuole secondarie di secondo grado in Piemonte e Lombardia.

Dopo una breve introduzione sulla progettazione delle schede, i partecipanti verranno coinvolti attivamente nella loro esplorazione e discussione da un punto di vista matematico e didattico-metodologico. Saranno presentati alcuni dati dalle sperimentazioni in classe, evidenziando le scelte, le soluzioni e le argomentazioni degli studenti, in conseguenza alle scelte fatte nella fase di progettazione.

La logica dell'indagine: sfide geometriche per scoprire teoremi

Carlotta SOLDANO, Gaetano DI CAPRIO, Cristina SABENA & Ferdinando ARZARELLO

Il workshop, rivolto ad insegnanti di scuola secondaria di primo grado e del biennio della scuola secondaria di secondo grado, riguarderà *attività di gioco-indagine* progettate all'interno di GeoGebra a partire da teoremi di geometria euclidea. Le attività prevedono un utilizzo di GeoGebra che si differenzia dalla classica esplorazione condotta in autonomia da un singolo studente: gli studenti, infatti, lavorano in coppia sfidandosi a "colpi di trascinamento" allo scopo di raggiungere alcuni obiettivi prefissati (le regole del gioco) e vincere la partita. L'obiettivo didattico delle attività è sfruttare le dinamiche innescate dal gioco e dall'indagine per sviluppare la conoscenza geometrica, il pensiero logico e i processi argomentativi degli studenti.

Le attività sono organizzate in tre fasi: il gioco, l'indagine e la discussione di classe.

Il gioco prevede una sfida tra due studenti che utilizzano GeoGebra come *terreno di gioco*. Il design è ispirato ai giochi semantici di Hintikka (1998) e, potenzialmente, può essere implementato su qualsiasi enunciato matematico esprimibile nella forma "per ogni... esiste..".

L'indagine è guidata da apposite domande volte alla scoperta e alla formulazione della proprietà/teorema su cui si basa il gioco. In questa fase l'ambiente di geometria dinamica potrà essere utilizzato come supporto nella formulazione e validazione delle congetture.

Infine, la discussione di classe prevede la condivisione delle scoperte e delle riflessioni degli studenti e l'istituzionalizzazione del sapere matematico su cui è basata l'attività.

Il workshop sarà organizzato come segue:

- 1) Presentazione e sperimentazione da parte dei partecipanti di un'attività di gioco-indagine progettata per studenti di prima liceo scientifico.
- 2) Progettazione di un'attività di gioco-indagine basata su un nuovo teorema.
- 3) Condivisione delle diverse idee e delle difficoltà nella progettazione e riflessione sul potenziale didattico dell'approccio proposto a partire da dati raccolti in una sperimentazione effettuata nell'a.a. 2017-2018.

Per lo svolgimento del workshop è necessario avere a disposizione un'aula computer o richiedere ai partecipanti di portare il proprio computer con il software GeoGebra installato (è sufficiente un computer ogni due persone).

References

Hintikka, J. (1998). *The principles of mathematics revisited*. Cambridge University Press.

Proposta di Contributo per il GeogebraDay18

Tipo di Contributo: Workshop

Autori:

Corrado Agnes, già Politecnico di Torino;

corrado.agnes@polito.it

Angelo Merletti, Liceo Maria Curie di Pinerolo;

merletti@curiepinero.gov.it

Titolo: Dimostrazioni Fisiche con il Triangolo Rettangolo.

Svilupperemo l'idea base del lavoro presentato a Difima17, cioè quella di insegnare insieme concetti di matematica e di fisica. Con l'essenziale contributo dell'omonimo software riprenderemo i risultati presentati a Difima15 e GeogebraDay16, e li riformuleremo in modo da derivare da un esempio di fisica relativistica le conclusioni seguenti, che consideriamo importanti per l'insegnamento di tutta la fisica.

La prima è la dimostrazione e l'importanza concettuale della relazione $e = mc^2$, che consiste nell'identità tra massa di energia. Di questo fatto, fin da subito evidente a Fermi¹, non viene in alcun modo usata l'evidente utilità nell'insegnamento dell'energia.

La seconda è che la teoria della relatività stabilisce una chiara gerarchia "naturale", cioè interna alla teoria stessa, tra le grandezze fisiche dinamiche e quelle geometrico-cinematiche, dimostrando che queste ultime devono uniformarsi alle leggi valide per le precedenti. Naturalmente queste dimostrazioni sono possibili poiché scegliendo con cura i punti di partenza, la validità dell'invariante relativistico coincide con il teorema di Pitagora. Ma d'altra parte sappiamo che ogni teoria deve adattarsi a nuovi fatti modificando le sue premesse, e quindi perché non sfruttare la duttilità inerente alle strutture teoriche per semplificare l'insegnamento²? Ciononostante consideriamo questo un esercizio utile, ma non sostitutivo delle proposte didattiche presentate nelle precedenti edizioni. Anche se risulta confortato da inaspettate sinergie tra la teoria della relatività e le proprietà del triangolo rettangolo, come per esempio un nuovo modo di ottenere il limite non relativistico, per quanto ne sappiamo non ancora pubblicato. Ultima, ma non minore conseguenza di importanza generale per l'insegnamento della fisica, è che la rappresentazione con il triangolo rettangolo mette in evidenza la confluenza delle grandezze energia e quantità di moto in un'unica grandezza fisica, quella che mette d'accordo Cartesio e Leibniz, ma che nella formulazione quadridimensionale fa diminuire fino quasi ad annullare l'importanza del movimento. Quello che per secoli è stato il principale modello dei fenomeni fisici.

Pertanto lasciateci considerare questa come una conferma del ruolo secondario delle grandezze spazio e tempo nella teoria, che dalla loro relatività ha preso il nome, ma che sarebbe ora venisse dimenticato, come più volte scritto dal suo autore, in quanto la teoria determina in modo assoluto la dipendenza del tensore metrico dalla distribuzione di energia e quantità di moto.

¹E.Fermi (1923): *Le Masse nella teoria della relatività*, in "Einstein parla italiano" a cura di S.Linguerri e R.Simili, pag 305-307, Pendragon Bologna 2008.

² Come è ben noto gli enti fondamentali di ogni teoria non possono essere precisati al di là delle loro relazioni.

Geogebra Day 18
Workshop

Autori:

Corrado Agnes, già Politecnico di Torino;

corrado.agnes@polito.it

Angelo Merletti, Liceo Maria Curie di Pinerolo;

merletti@curiepinerolo.gov.it

Titolo: Dimostrazioni di Fisica con il Triangolo Rettangolo.

Riassunto

Svilupperemo l'idea base del lavoro presentato a Difima17, cioè quella di insegnare insieme concetti di matematica e di fisica. Con l'essenziale contributo dell'omonimo software riprenderemo i risultati presentati a Difima15 e GeogebraDay16, e li riformuleremo in modo da derivare da un esempio di fisica relativistica le conclusioni seguenti, che consideriamo importanti per l'insegnamento di tutta la fisica.

La prima è la dimostrazione e l'importanza concettuale della relazione $e = mc^2$, che consiste nella strutturale identità delle grandezze fisiche massa ed energia. Di questo fatto, fin da subito evidente a Fermi¹, non viene in alcun modo usata la straordinaria capacità semplificatoria nell'insegnamento, non solo della teoria della relatività, ma del concetto stesso di energia.

La seconda è che la teoria della relatività stabilisce una chiara gerarchia "naturale", cioè interna alla teoria stessa, tra le grandezze fisiche dinamiche e quelle geometrico-cinematiche, dimostrando che queste ultime devono uniformarsi alle leggi valide per le precedenti. Naturalmente le dimostrazioni annunciate sono possibili poiché scegliendo con cura i punti di partenza, la validità dell'invariante relativistico coincide con il teorema di Pitagora. Ma d'altra parte sappiamo che ogni teoria deve adattarsi a nuovi fatti modificando le sue premesse, e quindi perché non sfruttare la duttilità inerente alle strutture teoriche per semplificare l'insegnamento? Consideriamo infatti questo un esercizio utile ad aprire una nuova prospettiva di progettazione didattica, ma non sostitutivo delle proposte presentate nelle precedenti edizioni su questo argomento specifico. Anche se risulta confortato da inaspettate sinergie tra la teoria della relatività e le proprietà del triangolo rettangolo, come per esempio un nuovo modo di ottenere il limite non relativistico, per quanto ne sappiamo non ancora pubblicato. Ultima, ma non minore conseguenza di importanza generale per l'insegnamento della fisica, è che la rappresentazione con il triangolo rettangolo mette in evidenza la confluenza delle grandezze energia e quantità di moto in un'unica grandezza fisica, quella che mette d'accordo Cartesio e Leibniz, ma che nella formulazione quadridimensionale fa diminuire fino quasi ad annullare l'importanza del movimento, per secoli modello primario dei fenomeni fisici.

¹E.Fermi (1923): *Le Masse nella teoria della relatività*, in "Einstein parla italiano" a cura di S.Linguerrri e R.Simili, pag 305-307, Pendragon Bologna 2008.

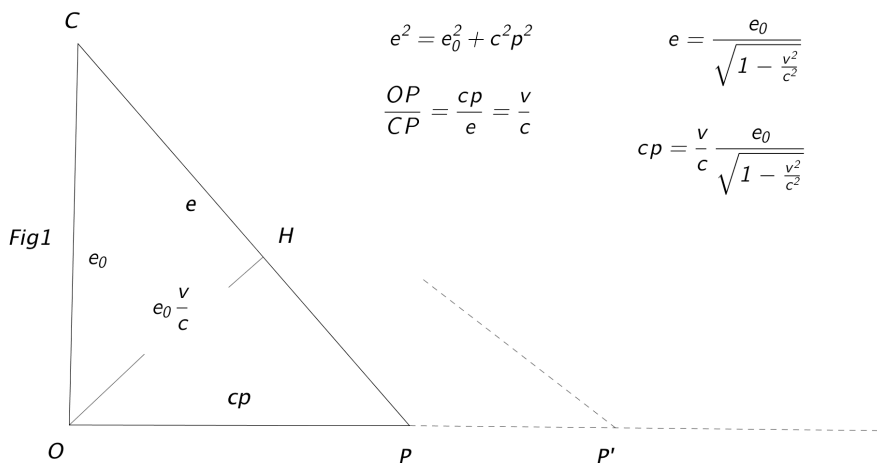
Pertanto lasciateci considerare questa come una conferma del ruolo secondario delle grandezze spazio e tempo nella teoria, che dalla loro relatività ha preso il nome, ma che sarebbe ora venisse dimenticato, come più volte scritto dal suo autore, in quanto la teoria determina in modo assoluto la dipendenza del tensore metrico dalla distribuzione di energia e quantità di moto.

Scaletta della Presentazione (45m)

Tesi Didattica

In generale usare le nuove conoscenze per semplificare l'insegnamento di quegli argomenti che lo sviluppo storico ha lasciato aggrovigliati. Fiduciosi che almeno per la fisica didattica sia possibile formulare una teoria coerente, questo è possibile poiché sappiamo che ogni teoria si può, entro ampi limiti, formulare in modo diverso. Quindi per esempio cominciare dalla sistemazione finale, riadattata in modo da divenire iniziale.

Tema Fisico: In particolare, nell'esempio che prendiamo in considerazione, significa prendere come punto di partenza (postulare) la validità dell'invariante relativistico di energia e quantità di moto per una particella libera in una dimensione, il quale rappresentato su un piano euclideo coincide con il teorema di Pitagora. L'energia dello stato fondamentale, e_0 , è rappresentata dal cateto verticale costante OC , lo stato generico dall'ipotenusa $CP=e$ e dal cateto orizzontale $CP=cp$, dove la costante



universale c è stata introdotta, per ora, solo come una calibrazione delle unità di misura. Le grandezze variabili sono rappresentate geometricamente dal punto P variabile lungo l'asse orizzontale. Dalla geometria del triangolo rettangolo si vede che il rapporto OH/OC , indicato con il nome v/c^2 , è una variabile in funzione della quale si possono calcolare i valori di tutti i lati, in quanto il sistema fisico considerato ha un solo grado di libertà dinamico. In seguito dimostreremo che tale variabile è proprio il rapporto della velocità della particella con la velocità limite del trasporto di energia e quantità di moto.

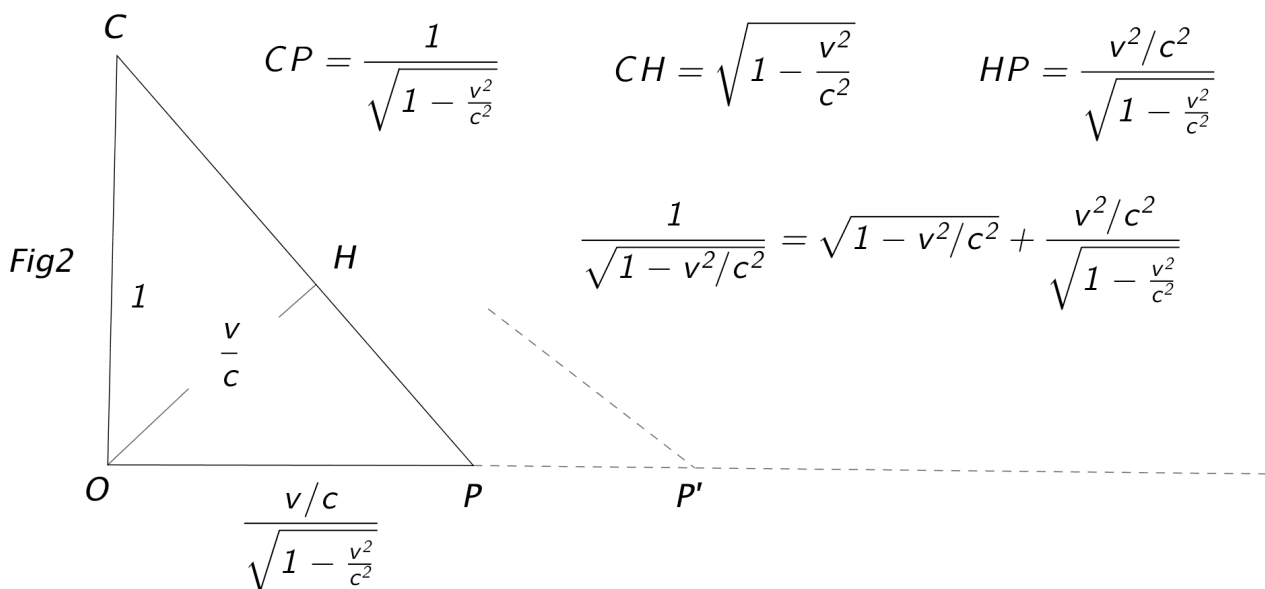
²Non useremo le abbreviazioni standard della teoria, per rendere più visibili i calcoli algebrici, quasi miracolosi, ed in grado di ben motivare quegli esercizi che invece sono diventati sinonimo di ugly math.

La rappresentazione mediante il triangolo rettangolo fornisce un ulteriore significato alla distinzione che abbiamo fatto tra cateto verticale come stato fondamentale e gli altri due lati come stato generico caratterizzato dal valore della velocità diverso dal valore zero dello stato fondamentale. Quindi il triangolo rappresenta i valori particolari di alcune variabili per due sistemi di riferimento in moto relativo uniforme con quel valore della velocità.

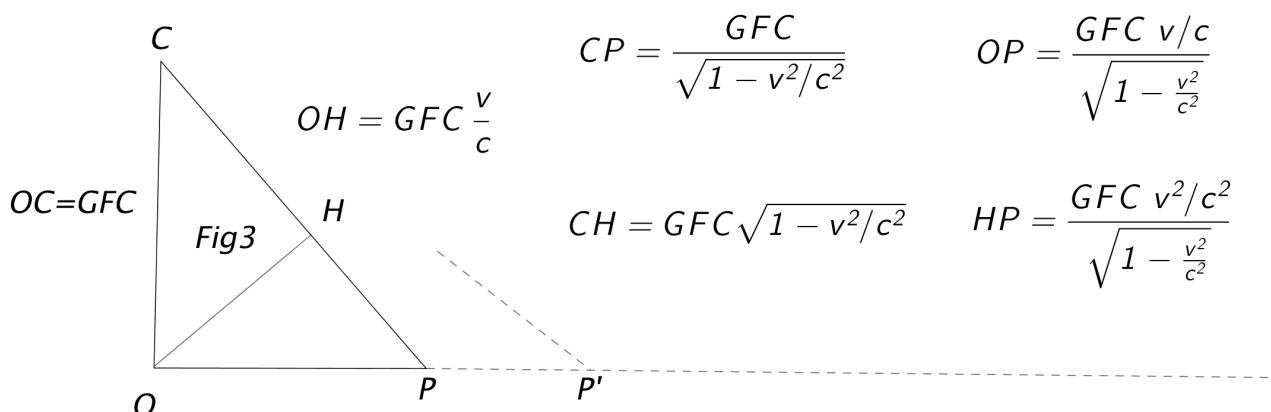
Tesi Strutturale

Si sa che la struttura interna della teoria della relatività e della geometria differenziale sono profondamente connesse, ma formulate con concetti diversi: nel caso particolare in esame la tesi diventa che la stessa struttura interna sia comune ai due temi trattati. Non è quindi un caso che da quando ci occupiamo di formulare in modo alternativo la teoria della relatività ci siamo progressivamente convinti della necessità di insegnare insieme matematica e fisica.

Tema Matematico: Lo studio di un triangolo rettangolo in cui il cateto verticale viene mantenuto costante, mentre quello orizzontale è variabile. Abbiamo mantenuto la stessa variabile precedente v/c ed espresso tutte le relazioni in modo adimensionato, non perché così sia più matematico, dal momento che i lati sempre lunghezze sono, ma perché ci permette di formulare un "lemma" sulla rappresentazione delle grandezze fisiche, indipendente dalla scelta particolare della grandezza fisica considerata.



Lemma di rappresentazione geometrica delle grandezze fisiche. Qualsiasi grandezza fisica costante può essere rappresentata dal cateto verticale del triangolo considerato. Di conseguenza la similitudine geometrica fa in modo che, per le tre grandezze variabili definite dal triangolo, valgano tutte le relazioni che abbiamo postulato valide per energia, quantità di moto e la variabile che abbiamo indicato con v/c .



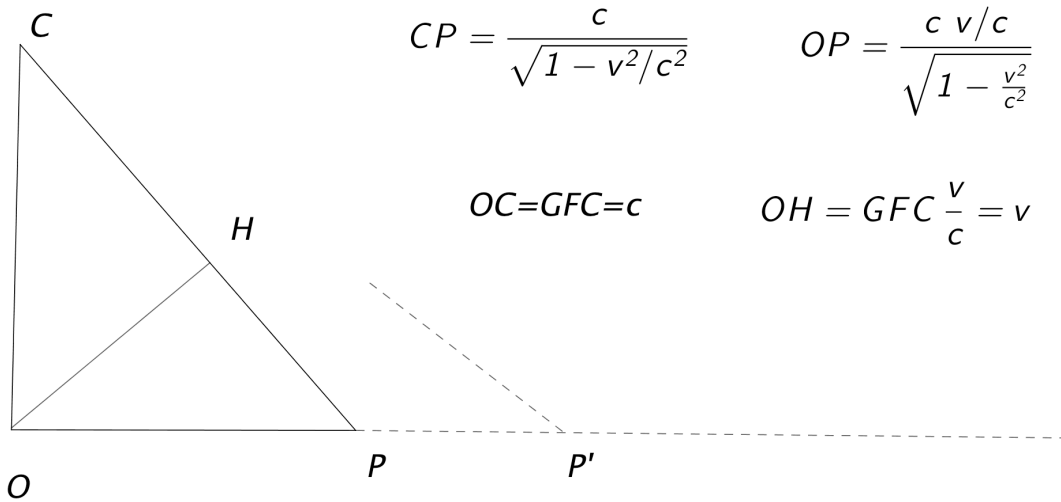
È chiaro che dopo aver dimostrato che v/c è proprio la velocità dinamica cioè $v=de/dp$, e che questa coincide con la velocità cinematica $v=s/t$, allora la rappresentazione e le relazioni sono valide per tutte le grandezze fisiche derivate da energia e quantità di moto. Ma mentre la prima delle precedenti affermazioni si può dimostrare dalle proprietà differenziali del triangolo rettangolo (vedi Dimostrazione Sesta), per la seconda è necessario un nuovo postulato, del tipo: la velocità cinematica è uguale alla velocità dinamica quando si tratta del trasporto di energia e quantità di moto.

Tesi Motivazionale

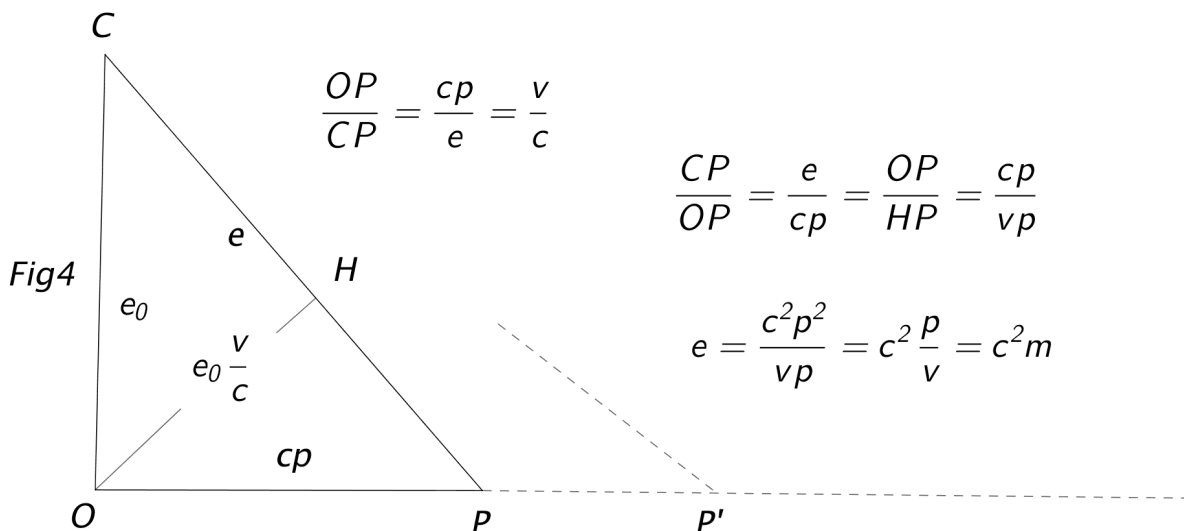
Enunciata con semplicità questa tesi afferma che bisogna insegnare cose importanti e molto note perchè difficili. Per giustificarla siamo ricorsi nelle precedenti edizioni alle ipotesi rivoluzionarie dello psicologo cognitivo Jerome Bruner, questa volta prendiamo ispirazione dalle raccomandazioni di Federico Enriques³ sull'insegnamento dinamico attraverso il pensiero vivo, tale da non dover trasmettere nozioni e competenze ma formare attraverso un percorso didattico di scoperta. Che non deve in alcun modo assomigliare ai moderni deliri di stimolazione della creatività degli studenti, ma piuttosto riuscire a preparare accuratamente gli appigli per la scalata, che mi sembra una buona traduzione in termini alpinistici della strategia didattica enunciata nelle tesi precedenti.

³<http://www.mat.uniroma2.it/mep/Articoli/Enri/Enri.html>

Dimostrazione Prima: Applicando il lemma alla costante c si vede che l'altezza rappresenta la velocità v , e che questa, quando si sposta interattivamente il punto P, tende a sovrapporsi al cateto verticale, cioè la velocità tende al valore c.

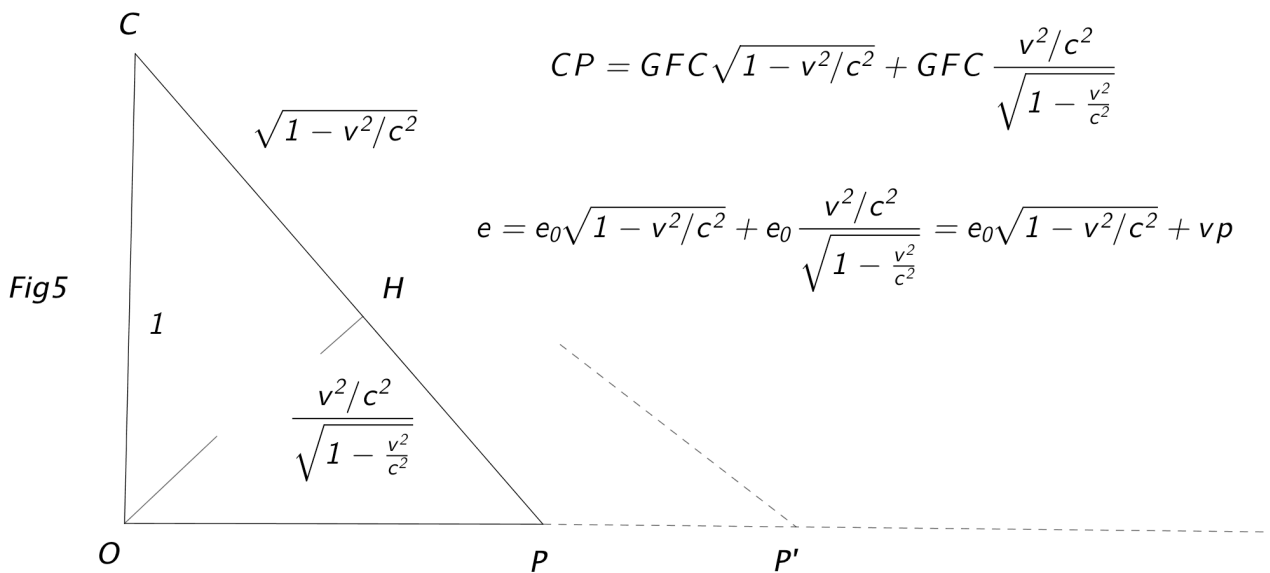


Dimostrazione Seconda: La relazione tra energia e massa si dimostra con considerazioni di similitudine, alle quali si aggiungono dei cambiamenti di variabile. Essa era largamente prevedibile, avendo postulato la validità della rappresentazione con il triangolo rettangolo, ma il fatto di rendere conto del fattore quadratico c^2 è una novità interessante, ed elimina quanto di disturbante c'era in una relazione di proporzionalità in cui la costante compare al quadrato! E forse spiega come questa formula sia stata scritta fin dall'origine in contraddizione con le regole di scrittura dell'algebra che siamo soliti insegnare.



A parte queste piccolezze, non del tutto trascurabili, la dimostrazione è importante perché consolida la proposta didattica di cominciare l'insegnamento della relatività dalla identità tra massa ed energia, di cui ci riteniamo responsabili.

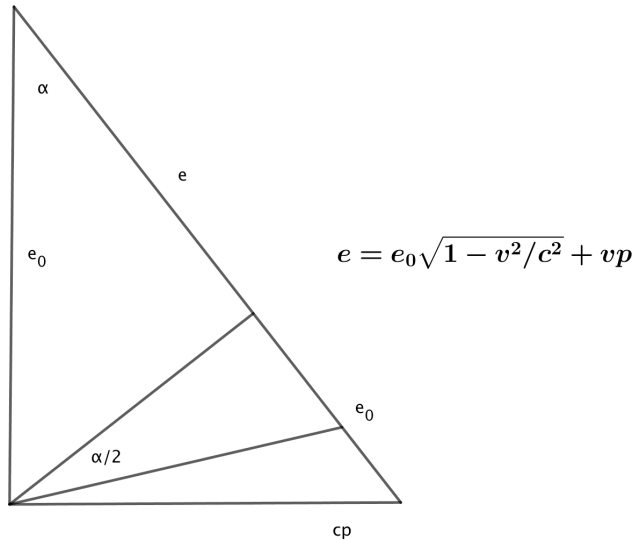
Dimostrazione Terza: Il limite non relativistico si ottiene da considerazioni geometriche con una semplicità non paragonabile alle tradizionali manipolazioni algebriche con le serie. Essa è inoltre resa particolarmente intuitiva dal trattamento con il software interattivo, sempre che non ci siamo dimenticati di dimostrare in geometria il teorema della bisettrice! Infatti mentre il primo termine si riduce all'energia di riposo, il secondo tende alla metà di quanto abbiamo calcolato essere uguale a vp^4 .



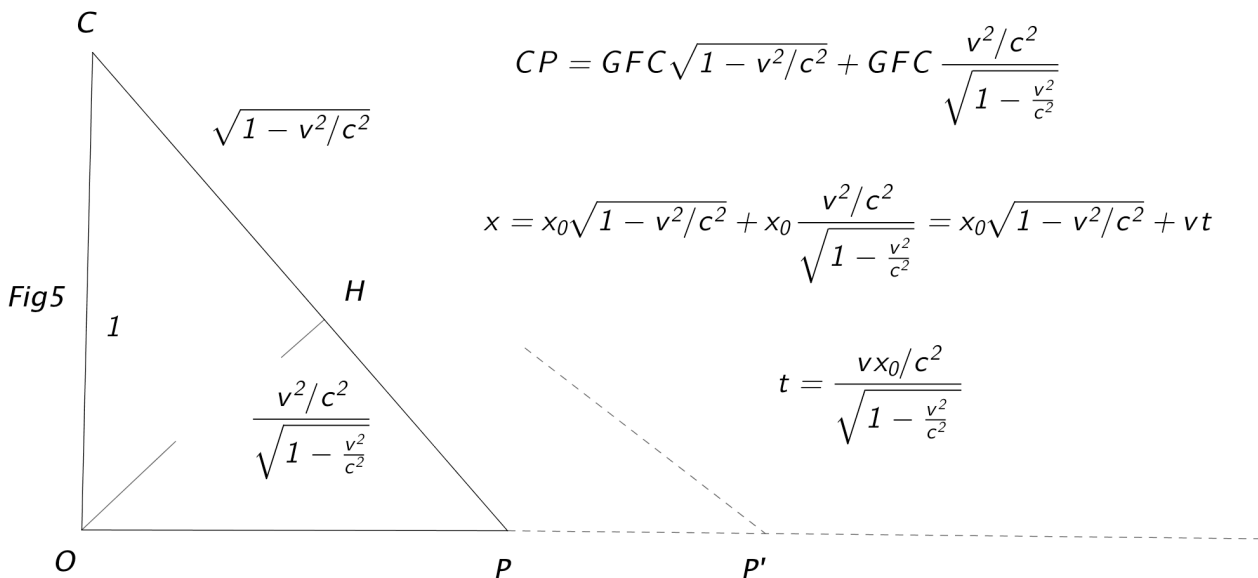
Inoltre apprezzerete la simmetria di una formula che dà anche il limite relativistico estremo, che si ottiene semplicemente togliendo il primo termine, e rimane la relazione tra energia e quantità di moto per particelle di massa di riposo nulla.

⁴Avete mai notato che la relazione tra energia e quantità di moto non relativistica $e/p=1/2v$ sembra sbagliata, ed invece è solamente approssimata! ed è più semplice quella differenziale $de/dp=v$?!

Limite non relativistico: seconda parte geometrica e interattiva



Dimostrazione Quarta: Contrazione delle lunghezze in movimento quando valutate da un sistema di riferimento fisso. Scegliendo come grandezza fisica costante una lunghezza ad estremi contemporanei (misurata in qualsivoglia sistema di riposo, e quindi anche nel sistema fisso), ed applicando il lemma otteniamo i valori della lunghezza e dell'intervallo di tempo nel sistema in moto. L'espressione calcolata per l'ipotenusa consiste di due termini, ed essi consentono di essere letti in modo veramente esplicativo del fenomeno: si tratta di spostare, traslare di vt una lunghezza che dipende solo da v e x_0 (non dal tempo) ed è minore di x_0 . Una lunghezza in movimento appare più corta: questo modo di



esprimerci sottolinea il fatto fondamentale che il valore di alcune grandezze fisiche dipende dal sistema di riferimento e le lunghezze sono tra queste anche nella fisica prerelativistica. Solo che lo spostamento dell'origine era così ovvio da non venire considerato come "allungamento" o "contrazione" e soprattutto questo tipo di terminologia, che è quella usata per i processi fisici di allungamento e contrazione con scambio di energia, si è fissata impropriamente agli effetti del cambiamento del sistema di riferimento, che non è un processo fisico, in quanto coinvolge soltanto le grandezze segnate delle grandezze dinamiche. Le stranezze della cinematica relativistica, secondo alcune scuole di didattica, attirano troppa attenzione data la poca importanza pratica di questi fenomeni, che diventano poi del tutto irrilevanti quando la relatività generale dichiara possibile simultaneità e coincidenza solo localmente. Noi riteniamo che invece debbano essere trattati, anche per dissipare queste atmosfere misteriche così dannose all'immagine della disciplina; ma soprattutto perché contribuiscono a costruire il concetto di gerarchia tra le grandezze fisiche, dimostrato in questo lavoro dal fatto che le regole per trasformare gli spazi ed i tempi derivano dalle regole trasformazione di energia e quantità di moto che abbiamo accettate all'inizio.

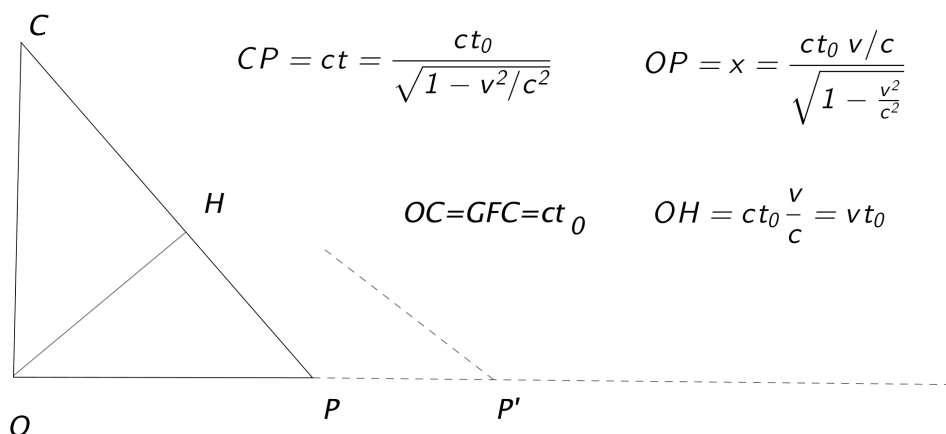
Tesi Evolutiva

Proviamo a considerare le discipline alla stregua di organismi che devono adattarsi al loro ambiente, costituito dall'insieme dei fenomeni reali che devono spiegare. Insieme alle teorie devono cambiare anche i concetti con cui vengono formulate, e la conclusione è che la massa è diventato un concetto non solo superato, come analogamente dimostrano i fossili di organismi estinti, ma ingombrante nella didattica della fisica. Per molti motivi: infatti tale concetto risente ancora del peccato originale che lo lega alla quantità di materia, che per loro fortuna i chimici hanno ignorato, inventando la grandezza in grado di confrontare quantità uguali di sostanze diverse.⁵ Inoltre questo concetto contiene sia quello di inerzia che quello di peso, come dimostrato dalla necessità di un principio di equivalenza per mettere d'accordo queste due proprietà così diverse. Dalle considerazioni precedenti sembra convincente che il concetto di massa supplisse all'assenza di un concetto autonomo di quantità di moto, per tradizione ridotto ad una formula e privato anche del nome della sua unità di misura. Ma il punto più critico del concetto di massa dal punto di vista dell'insegnamento è la coesistenza di proprietà particolari del sistema fisico come m_0 con le quantità assolutamente generali che vengono scambiate tra qualsiasi sistema fisico: energia e quantità di moto. Questa è la novità in grado di rendere più semplice l'insegnamento, la grandezza fisica che fa la sintesi, non di massa ed energia, ma di energia e quantità di moto. E questo è il significato più importante della rappresentazione con il triangolo rettangolo: un modo complicato e spigoloso di affermare che energia e quantità di moto sono due aspetti della stessa grandezza fisica. Per la quale è pronto, da lunga data, il nome adatto, quel "impetus" latino che è passato inalterato nell'inglese e nel tedesco.

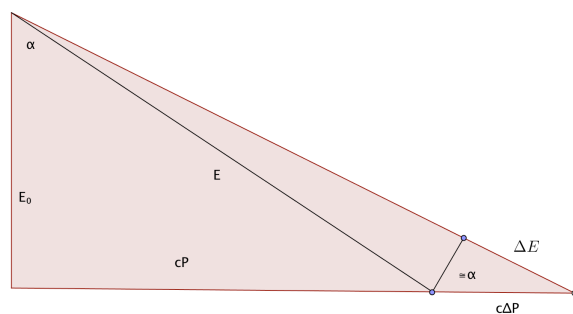
Discussione (15m) Domande o commenti in anticipo sono benvenuti e verranno inseriti nella discussione con priorità. Si prega di usare l'indirizzo corrado.agnes@polito.it

⁵che sfortunatamente però non sono riusciti a condividere con le altre discipline, che continuano a non aiutare i loro studenti a distinguere materia da massa.

Dimostrazione Quinta (Opzionale a richiesta): Dilatazione degli intervalli di tempo in movimento quando valutati da un sistema di riferimento fisso. Scegliendo come grandezza fisica costante un intervallo di tempo coincidente, vale a dire tempo lasciato scorrere senza movimento alcuno, ed applicando il lemma otteniamo i valori della lunghezza e dell'intervallo di tempo nel sistema in moto. Che è più lungo dell'intervallo rappresentato dal cateto verticale come capita a tutte le ipotenuse.



Esattamente come l'energia rappresentata dall'ipotenusa è maggiore dell'energia di riposo, circostanza che non destava alcuna meraviglia quando si chiamava energia cinetica, e non deve farlo ora, che da quel comportamento dell'energia, abbiamo dedotto logicamente che anche gli intervalli di tempo devono comportarsi nello stesso modo.



Dimostrazione Sesta (Opzionale): Il rapporto degli incrementi dell'energia e della quantità di moto sta in ragione inversa a queste grandezze, al contrario della relazione ricavata in precedenza dalle proprietà di similitudine dei lati. La dimostrazione⁶ utilizza sempre la similitudine, questa volta del triangolo infinitesimo, e da essa si vede che questa proprietà differenziale è necessaria e sufficiente per definire il triangolo rettangolo.

⁶ originale di Newton (*De Quadratura Curvarum*), ma utilizzata per altri scopi.

ABSTRACT COMUNICAZIONI

Uso di Geogebra nella fisica del biennio del Liceo Scientifico per un primo approccio alla statica e alla dinamica del punto materiale e del corpo rigido

Fabio Cesare BELLON, Sezione AIF Settimo Torinese, I.I.S. "Baldessano-Roccati", Carmagnola
prof_bellon@yahoo.it

Viene proposta un'attività, supportata dall'uso di file costruiti con Geogebra, in grado di introdurre al biennio del Liceo Scientifico (o in alternativa al biennio degli Istituti Tecnici e Professionali, triennio degli altri Licei) i concetti di statica e dinamica del punto materiale e di statica del corpo rigido. L'estrema versatilità dei file, riferita ai vettori forza presenti, permette di introdurre semplici situazioni in cui il punto materiale è in equilibrio oppure no e il corpo rigido è in equilibrio.

Attraverso le potenzialità dei file vengono analizzati non solo i concetti fisici citati ma anche alcune connessioni con importanti concetti matematici basilari per la fisica quali quelli di proporzionalità.

Con la variazione interattiva dei parametri fisici e una visualizzazione in due/tre dimensioni della situazione fisica da esaminare, dovrebbero risultare maggiormente comprensibili gli argomenti relativi ai concetti quali quelli di equilibrio in una/due dimensioni e quello di momento di una forza rispetto ad un punto.

Ottica geometrica con GeoGebra

Andrea PICCIONE- *Istituto professionale G. Plana, Torino*
info@andreapiccione.it

In questo contributo si presenta il percorso didattico svolto nell'A.S. 2017-2018 per il corso di ottica del primo biennio dell'indirizzo Servizi socio-sanitari articolazione "Arti ausiliarie delle professioni sanitarie, Ottico" degli Istituti professionali. GeoGebra è stato utilizzato per visualizzare l'applicazione dei contenuti teorici e far realizzare agli studenti semplici simulazioni del comportamento della luce attraverso attività laboratoriali integrate sistematicamente nella programmazione annuale del corso. Verranno presentati la struttura e i contenuti delle lezioni, i criteri di valutazione delle singole esercitazioni, esempi del lavoro svolto dagli studenti, l'analisi dei risultati conseguiti e delle difficoltà incontrate. L'esperienza è ripetibile anche all'interno dei nuovi quadri orari proposti per gli Istituti professionali ed è estendibile a qualunque altro ordine di scuole, perché si presta a diversi livelli di approfondimento e complessità.

GeoGebra nella formazione iniziale dei docenti di scuola primaria.

Marina CAZZOLA, Maria Pia BIANCHI JANETTI

Il corso di laurea di Scienze della Formazione Primaria dell'Università di Milano-Bicocca prevede al secondo anno l'insegnamento di Istituzioni e didattica della Matematica con Laboratorio

Il corso intende far acquisire agli studenti una conoscenza approfondita, anche attraverso esercitazioni, dei fondamenti disciplinari della matematica insegnata nella scuola elementare o presente nelle esperienze d'avvio alla matematica nella scuola materna, con lo scopo di compiere una riflessione sul che cosa vuol dire fare esperienza di matematica e condurre gli studenti a farla.

In particolare si approfondiscono i temi della geometria.

In questo percorso, gli studenti sono tenuti a frequentare un laboratorio in cui fare personale esperienza di apprendimento; al termine del laboratorio devono consegnare una relazione.

In questa comunicazione si illustra l'esperienza dell'uso di GeoGebra in alcuni laboratori, e le riflessioni degli studenti ricavate dalle relazioni.

Uso di GEOGEBRA per la simulazione di scattering di particelle su un centro diffusore

Angelo MERLETTI, Liceo scientifico "*Maria Curie*", Pinerolo

Durante il V anno di liceo scientifico si affronta lo studio dei modelli atomici e in particolare del modello di Rutherford. Oltre all'importanza storica di questo modello, vagamente sottolineata nei libri di testo, fu fondamentale il metodo sperimentale innovativo usato in questo esperimento: lo scattering di proiettili sul bersaglio che si intendeva studiare, per scoprire il tipo di interazione fra particelle e materia. Tale esperimento è difficilmente riproducibile in comune laboratorio liceale sia a causa del complicato setup sperimentale che, soprattutto, per le restrittive norme in merito all'uso di sorgenti radioattive (particelle alfa). Si possono superare queste difficoltà usando opportune simulazioni, alcune delle quali reperibili in rete. Tali simulazioni, a dispetto della grafica accattivante, non fanno intravedere la peculiarità dell'interazione, limitandosi a presentarne solo gli effetti. Nella simulazione qui proposta si vuole enfatizzare che lo scopo non è tanto quello di studiare la struttura atomica, quanto di chiarire un metodo di indagine che, da Rutherford in poi ha costituito, e costituisce anche oggi, uno dei mezzi più potenti per la sua comprensione della struttura della materia. A tal proposito si propongono due esempi attraverso GEOGEBRA di uno scattering elastico piano su un cilindro e uno scattering coulombiano.

Mentre per lo scattering elastico su una circonferenza è semplice individuare la traiettoria della particella deflessa rispetto a quella incidente, in conseguenza delle sue proprietà geometriche elementari, nello scattering coulombiano le proprietà sono più complesse in quanto l'interazione cambia, istante per istante, con la distanza dal centro diffusore. Si tratta allora di cercare, in analogia a quanto fatto per il caso precedente, una opportuna curva che, urtata in modo elastico, permetta di simulare correttamente l'interazione. In base ai risultati teorici di Rutherford tale curva è una parabola.

Per la simulazione, le traiettorie delle particelle incidenti sono rappresentate da un fascio di rette parallele (il cui numero può essere variato a piacere); una curva nel piano (circonferenza nel caso di interazione elastica, parabola in quella coulombiana) rappresenta il bersaglio; nei punti di intersezione fra rette incidenti e curva si applica la legge di riflessione individuando la direzione delle particelle deflesse rispetto alle originali; un rivelatore è rappresentato da una grande circonferenza attorno al centro diffusore, suddivisa in settori: contando il numero di traiettorie per ogni settore e rapportandolo al numero di particelle incidenti (per unità di sezione) si ottiene la sezione d'urto del bersaglio.

In modo euristico si comprende allora come il processo possa essere invertito: dalla misura della sezione d'urto si possono cioè ricavare informazioni sulla legge di interazione con il centro diffusore.

Da un punto di vista didattico tale esercitazione ha una pluralità di ricadute. In fisica, permette di chiarire in cosa consistano gli esperimenti di scattering di particelle e qual è la loro funzione; permette di raccogliere dati sperimentali (numero di particelle deflesse per angolo) da elaborare successivamente e correlare con le ipotesi sul centro diffusore. In matematica permette di usare parecchie competenze di geometria: proprietà della circonferenza e proprietà focali della parabola fornendo un'utile applicazione alla natura di questi concetti.

EDUCAZIONE AL PENSIERO RELAZIONALE e FUNZIONALE

Percorsi didattici dal MOOC UNITO RELAZIONI E FUNZIONI

Arianna COVIELLO¹, Virginia ALBERTI¹, Sara LABASIN¹, Eugenia TARANTO¹

¹Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano", Università di Torino, Torino (TO)

arianna.coviello@unito.it

Ciò che proponiamo non è solo un progetto didattico ma un viaggio attraverso le idee e i concetti che hanno caratterizzato il MOOC RELAZIONI e FUNZIONI 2018. Con questo, il Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano" dell'Università di Torino giunge alla terza edizione dei *Massive Online Open Courses*. Dall'analisi dei dati statistici desunti dai questionari finali si è confermato, infatti, il riconoscimento della potenza dell'apprendimento sociale in termini di formazione professionale via MOOC. E quanto, inoltre, i corsisti aumentano la loro consapevolezza sull'influenza di "stili" d'insegnamento legati a buone pratiche esperienziali che hanno creato punti di rottura con vecchie pratiche di insegnamento frontale e hanno stimolato e aperto a proposte laboratoriali legate anche all'utilizzo di software come GeoGebra, di piattaforme come Math-City-Map e non solo.

La ricchezza della proposta formativa di questo MOOC è costituita dalle numerose attività sviluppate secondo due filoni concettuali aventi un doppio obiettivo: educare al pensiero algebrico/relazionale e funzionale. Il primo itinerario ha origine nell'aritmetica (scuola primaria) per poi snodarsi, attraverso un processo di generalizzazione, attraverso tappe concettuali che favoriscono la costruzione del pensiero algebrico (secondaria di primo e secondo grado). Il secondo itinerario procede invece attraverso lo studio di modelli funzionali con contestualizzazioni, anche in questo caso, coerenti ai diversi livelli scolari.

Andare oltre con GeoGebra: un percorso didattico per un ragazzo con disabilità intellettiva

Isabella BOASSO¹, laureata in matematica esperta in processi di apprendimento

isabella.boasso@hotmail.it¹ **Centro Psicopedagogico Matuta, Pinerolo**

Come è possibile affrontare la matematica del liceo scientifico con un ragazzo con disabilità intellettiva di grado medio/grave? Questa domanda ha mosso il percorso didattico di Marco, che frequenta la seconda superiore. Tale percorso è stato ideato da una matematica esperta in apprendimento che segue il ragazzo extra-scolasticamente ed è stato portato avanti in collaborazione con le insegnanti di sostegno. In un'ottica inclusiva, dalle Indicazioni Nazionali per la classe seconda sono state scelte alcune tematiche (es. sistemi di equazioni lineari) e sono state ideate delle attività che portassero gradualmente Marco a comprendere nuovi concetti e che stimolassero l'astrazione, le abilità logiche e visuo-spaziali, l'attenzione. Si è dato ampio spazio al significato matematico e geometrico e sono stati utilizzati diversi materiali e strumenti, ma un ruolo fondamentale è stato assunto da GeoGebra, strumento che ha permesso di superare diverse difficoltà ed è diventato alleato di Marco nella risoluzione delle attività proposte.

Si illustreranno gli argomenti e le tappe fondamentali delle attività svolte, gli strumenti e le modalità utilizzate e si mostrerà come l'uso di GeoGebra ha significativamente aiutato Marco ad andare oltre in matematica, portandolo a comprendere e a manipolare nuovi concetti matematici, e nel potenziamento di alcune abilità trasversali.

Tarta project: non solo coding: percorso di peer teaching e learning tra primaria e secondaria di secondo grado

Virginia Alberti

I.I.S. "B. Castelli", Brescia (BS)

alberti.virginia@gmail.com

Tarta project è un progetto attivato durante l'anno scolastico 2017-18 tra una classe terza corso Informatica telecomunicazioni-articolazione telecomunicazioni dell'I.I.S. B. Castelli di Brescia e due classi quarte della scuola primaria A. Moro-Casaglio dell'istituto comprensivo di Gussago. Il percorso d'apprendimento, disegnato per implementare discipline STEM, è stato sviluppato in progettazione condivisa tra le docenti dei due diversi ordini di scuola come un E.A.S. sul problem solving e sul coding con l'intento di attivare modalità di peer teaching e peer learning per ciascuna delle tre fasi dell'EAS (preparatoria, operativa e ristrutturativa) differenziate per le classi in gioco. La progettazione dell'episodio di apprendimento situato è stata rivisitata e rimodulata durante il project in progress più volte per situazioni contingenti verificatesi. Nella fase preparatoria gli studenti della secondaria sono stati coinvolti nella progettazione di un'attività per gli studenti della primaria che fosse, per questi ultimi, sfidante, fattibile e connessa a situazioni reali, creativa da studenti per studenti millenials, possibilmente intrigante da svolgere e che mobilitasse abilità di problem solver e competenze digitali maturate anche nell'informale. La consegna individuata è stata, quindi, la proposta di creazione di un percorso reale con la tartaruga di GeoGebra; il percorso, scelto in brainstorming dai bambini, aveva punto di partenza la scuola primaria e punto di arrivo una località collinare vicina, di interesse, raggiungibile a piedi con passeggiata e riproducibile con una mappa digitale mediante Google map. La presentazione della proposta formativa completa e della consegna richiesta avvenuta in un primo incontro sincrono organizzato in orario curricolare, dai rispettivi istituti, con ambiente Skype e condivisione con la LIM, ha visto una vera digital storytelling da parte dei discenti della secondaria per entrambe le classi quarte della primaria, narrazione attivata nel ruolo di teacher in momenti separati per ciascuna delle classi quarte. **Gli studenti della secondaria, in peer learning, hanno presentato un vero e proprio minicorso cocreato in team da diversi gruppi, ricco di artefatti digitali di supporto, fruibili anche su device mobili (smartphone e tablet dei genitori) percorso corredato da esempi, tutorial costituenti un GeoGebraBook predisposto ad hoc.** Gli allievi della terza di telecomunicazioni hanno previsto un lesson plan quantificando e ottimizzando tempi e modalità di lavoro in team working cercando di gamificare anche attività che mettevano in gioco competenze geometriche ed evidenziando consapevolezza delle possibili problematiche di apprendimento dei piccoli discenti affascinandoli ed entusiasmandoli. Il progetto ha visto il momento preparatorio della primaria organizzato nell'esplorazione in piccolo gruppo del software GeoGebra con la supervisione della docente, la fase operativa nella produzione per la consegna richiesta con la condivisione e il momento ristrutturativo orientato nell'analisi del feedback dato dagli studenti dell'istituto tecnico, feedback finalizzato ad una consegna successiva per i bimbi della primaria consistente nella creazione di parte del percorso con Scratch. Interessante sono state: l'attivazione del parlare di matematica tra discenti, dell'argomentare e dell'esplicitare e del consapevolizzarsi di nodi concettuali fondanti, del mixare codici diversi, ambienti diversi, modalità nell'approcciarsi ad un problema e nell'attivare prospettive di risoluzione con strumenti friendly per le nuove generazioni consapevolizzandole delle potenzialità.

Il progetto “Scuola Secondaria di I grado con Potenziamento in Matematica” dell’Università di Torino

Massimo BORSERO [1][2]

[1] I. C. “Parri - Vian”, Torino, [2] Dipartimento di Matematica “G. Peano”, Università degli Studi di Torino
massimo.borsoero@unito.it

Negli ultimi anni, anche in seguito all’analisi degli esiti di diverse rilevazioni nazionali e internazionali, è cresciuta la consapevolezza della necessità di potenziare la competenza matematica nella scuola italiana, sia con un rinnovamento delle pratiche e delle metodologie didattiche, sia con un lavoro verticale sui curricoli e i nuclei concettuali.

In particolare, nelle città di Salerno, Roma e Torino ha avuto origine il progetto del “Liceo Potenziato in Matematica”. Si tratta di un progetto che coinvolge diverse Scuole Secondarie di II grado e che prevede ore aggiuntive dedicate alla matematica, in cui gli studenti possono incrementare le proprie competenze anche mediante l’utilizzo di metodologie innovative. Tale progetto, in Piemonte, si realizza previa stipula di un Protocollo d’intesa con il Dipartimento di Matematica “G. Peano” dell’Università degli Studi di Torino.

Nell’a.s. 2017/2018 si è deciso allora di proporre un progetto sperimentale gratuito denominato “Scuola Secondaria di I grado con Potenziamento in Matematica” in modo da coinvolgere anche il primo ciclo, con continuità di tipo metodologico e condivisione di obiettivi e attività con il Liceo Potenziato in Matematica. Tale progetto, nella sua prima edizione, ha coinvolto oltre 40 docenti di Matematica e Scienze attraverso incontri mensili di formazione al Dipartimento di Matematica “G. Peano” e oltre 150 studenti nelle 10 scuole che hanno deciso di stipulare il protocollo.

Nell’intervento verrà proposta un’attività del progetto che ha utilizzato Geogebra e saranno analizzati alcuni protocolli significativi tratti dalla trasposizione didattica operata dagli insegnanti che hanno partecipato alla formazione.

PASSAGGI a passo di slider: un’esperienza di orientamento verso la scuola secondaria di primo grado.

Stefania COMERCI - La Casa degli Insegnanti
stefaniacomerci@libero.it

Il progetto è nato dall’analisi di diversi quesiti INVALSI di più livelli scolari e dalla percezione di un “filo” comune che li unisce e mette in luce come le conoscenze e le competenze matematiche che alla fine di un percorso scolastico devono essere raggiunte, essendo essenziali, siano già state introdotte negli anni precedenti della scuola secondaria di I grado e saranno sviluppate negli anni successivi. Conoscenze e competenze che si riconoscono in quei quesiti, ma in modo statico. Con il software GeoGebra diventano dinamiche e si presentano al discente in tutte le loro potenzialità.

In questa esperienza alcuni studenti di un I.I.S. della provincia di Torino da fine ottobre ad aprile dell’anno scolastico 2017/18 divisi in gruppi di 4-5 sono stati preparati per andare a svolgere attività di orientamento nelle classi terze delle scuole medie del territorio. Partendo dalla risoluzione di un quesito Invalsi di scuola secondaria di primo grado riprodotto con il software di geometria dinamica GeoGebra, hanno fatto svolgere a piccoli gruppi un problema legato al quesito e ad un argomento di matematica esplicitamente presente nelle Indicazioni Nazionali e al suo possibile sviluppo. I ragazzi hanno svolto il ruolo di tutor in tutte le fasi dell’intervento didattico che precedentemente è stato preparato con il docente, facendo uso anche di materiale povero.

Oltre all’attività di orientamento l’esperienza ha permesso di attivare una rete di conoscenza tra insegnanti di scuola secondaria di primo e secondo grado del territorio utile per costruire una continuità tra i due livelli e aiutare gli allievi nel passaggio. Durante gli interventi nelle scuole medie è stato importante riscontrare ostacoli/errori/misconcetti in geometria presenti in entrambe le realtà e quindi cercare insieme soluzioni che permettano di superare le difficoltà in matematica.