



*Il progetto  
Scuola Secondaria di I grado con  
Potenziamento in Matematica  
dell'Università di Torino*

Massimo Borsero  
I.C. "Parri – Vian", Torino



# Ringraziamenti

Ferdinando Arzarello

Francesca Ferrara

Giulia Ferrari

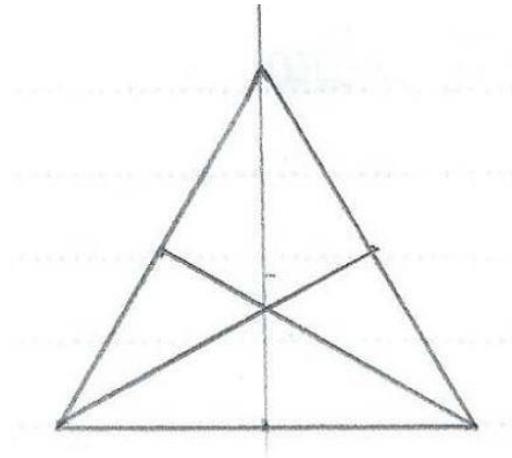
Elisa Gentile

Chiara Pizzarelli

Ornella Robutti

# Figure e stereotipi

Di fronte alla richiesta di disegnare un triangolo generico, la maggioranza degli studenti produce un risultato come questo:



Come spiegarlo?

Una (possibile) interpretazione deriva dalla duplice natura degli oggetti geometrici:

1. Una natura concettuale astratta (es: il concetto di triangolo);
2. Una concreta immagina figurale (es: la rappresentazione di triangolo che ho nella mente)

# Concetti figurali

“Pensiamo ad esempio ad un problema che chiede di calcolare la distanza percorsa da una bicicletta, conoscendo il raggio delle ruote, il numero di rotazioni per minuto ed il tempo percorso. Nel concettualizzare il problema, si associa all'**immagine** della ruota ed al **concetto** di circolarità un terzo tipo di costrutto che ha caratteristiche miste tra i due precedenti: la figura geometrica chiamata circonferenza. Ora, il calcolo per risolvere il problema viene fatto su quest'ultimo costrutto, ovvero su di un **modello astratto che non è né una pura immagine, né un puro concetto**: i concetti non si muovono e non ruotano, mentre le immagini reali non posseggono la generalità, l'astrattezza, la purezza che sono necessarie per svolgere il calcolo di cui il problema.”

E. Fischbein, “The Theory of Figural Concepts”, Ed. Stud. Math. 1993, 24(2): 139-162

Per indicare questa duplice natura E. Fischbein usa il termine **concetti figurali**.

Ovvero, le figure geometriche sono sia immagini visive, sia concetti dotati di una proprietà che normalmente i concetti non hanno: includere la rappresentazione mentale di proprietà spaziali.

Il fatto che gli oggetti geometrici siano concetti figurali ha significative implicazioni didattiche

## **Pro**

- Ruolo della manipolazione nella soluzione di problemi
- Produzione di congetture

## **Contro**

- Stereotipi
- Conflitto definitorio



# Proposta di lavoro

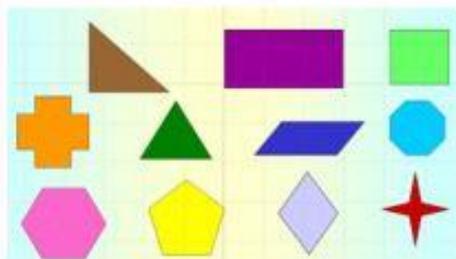
1. Cogliere a “ colpo d’occhio”, in sequenze di figure apparentemente scoordinate, la regolarità e le ripetizioni;
2. costruire sequenze seguendo una certa regolarità;
3. riconoscere una figura più o meno camuffata (ruotata, capovolta, simmetrica);
4. sviluppare l’immaginazione geometrica e l’intuito;
5. manipolare, osservare e descrivere le figure e le loro trasformazioni e posizioni;
6. riconoscere, denominare, disegnare e costruire, in una grande varietà di contesti, le principali figure geometriche piane.



## Quinto incontro del 23/01/2018

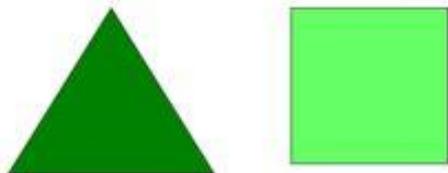
### Attività 1 (gruppo)

Quali delle seguenti figure sono poligoni regolari? Giustificate le vostre risposte.



### Attività 2 (gruppo)

Considerate le seguenti figure e determinate le rotazioni che le portano a sovrapporsi identicamente su se stesse. Quante sono? Come possono essere identificate e nominate?



### Attività 3 (gruppo)

Considerate la seguente definizione di poligono regolare:

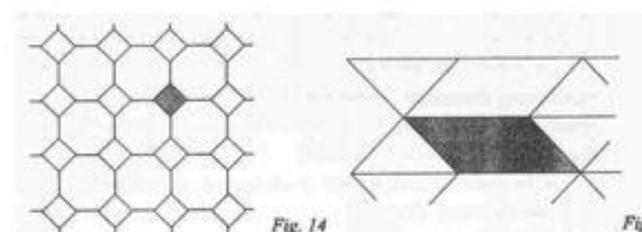
*“Un poligono regolare è un poligono che ha un numero di rotazioni che lo portano a sovrapporsi identicamente con se stesso pari al numero di lati”.*

Usando questa definizione cambiereste la scelta delle figure dell'Attività 1? Giustificate la vostra risposta.



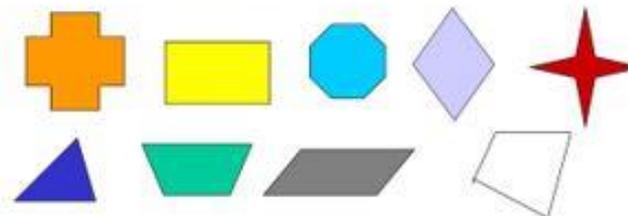
### Attività 4 (gruppo)

Considerate il pavimento in figura e togliete il quadrato grigio. In quanti modi lo si può rimettere al suo posto? E se si tratta del parallelogramma grigio? Indicate i vertici con delle lettere per facilitarvi il compito.



### Attività 5 (gruppo)

Con quali dei seguenti poligoni (convessi e concavi) si riesce a ricoprire il piano? Produrre disegni.



### Attività 6 (gruppo)

Si può ricoprire il piano usando dei triangoli congruenti? Tutti i triangoli ricoprono il piano? Produrre disegni.

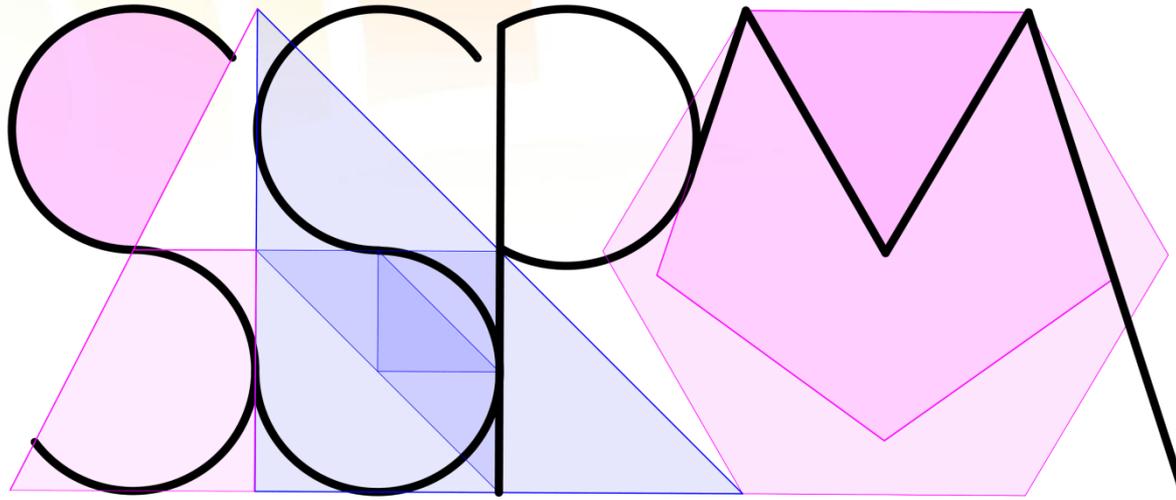
### Attività 7 (gruppo)

Si può ricoprire il piano usando parallelogrammi o rombi congruenti? Tutti i parallelogrammi e/o i rombi ricoprono il piano? Produrre disegni.

### Attività per i docenti

1. Quali prerequisiti occorrono per affrontare in classe queste attività?
2. Quali competenze e quali nodi concettuali si possono promuovere con queste attività?
3. Come sono presenti questi argomenti nelle Indicazioni Nazionali?
4. Come introdurreste queste attività nella vostra programmazione didattica?





Cristina Mares

Scuole Secondarie Potenziate in Matematica:

Liceo Potenziato in Matematica

Scuola Secondaria di I grado Potenziata in Matematica

# Il progetto

**Origini, focus  
ed obiettivi**

## **QUADRI ISTITUZIONALI:**

- **Indicazioni Nazionali**
- **PISA literacy matematica**
- **INVALSI**
- **Matematica per il cittadino**
- **Progetto [m@t.abel](#)**
- **Piano Lauree Scientifiche**

## **QUADRI TEORICI:**

- **La trasposizione meta-didattica**
- **L'approccio strumentale**
- **L'orchestrazione strumentale**

## **CONTENUTI (2016/17)**

- **Dai Numeri alle Relazioni**
- **Integrazioni disciplinari**

## **METODOLOGIE**

- **Laboratorio di Matematica**
- **Integrazione di tecnologie nell'insegnamento della matematica**

## **OBIETTIVI**

- **Creare condivisione e confronto tra i docenti in una visione comune di LPM**
- **Progettare attività in comune**
- **Sperimentare e osservare**

Dipartimento di Matematica “G. Peano” (Università degli Studi di Torino) - Gruppo di Ricerca in Didattica della Matematica: proff. Ferdinando Arzarello, Francesca Ferrara, Ornella Robutti

Collaboratori: Giulia Ferrari (dottoranda), Elisa Gentile (docente), Chiara Pizzarelli (docente), Massimo Borsero

Il Dipartimento di Matematica dell’Università di Torino e le singole Scuole che aderiscono al progetto sono firmatari di un protocollo d’intesa che sancisce la presa di responsabilità di ambo le parti nella collaborazione al progetto.



# La proposta didattica

Rivolto a tutti gli indirizzi di SSSG e a tutte le SSPM

Un incontro di formazione al mese in Dipartimento

33 ore curricolari supplementari ricavate nell'ambito dell'autonomia o inserite come ampliamento dell'Offerta Formativa (articolate in base alle esigenze delle scuole)

- Un'ora in più alla settimana
- Un incontro da due ore pomeridiane ogni due settimane
- Incontri con calendario definito a inizio anno



# La proposta didattica

Una o più classi di SSPM

Creazione di moduli ai quali partecipino studenti di diverse classi, anche di indirizzi differenti (*classe trasversale*)

Approfondimento di argomenti matematici in ottica laboratoriale e interdisciplinare

Ampliamento verso le altre discipline attraverso attività gestite dai docenti delle singole scuole e sviluppate secondo la curvatura di ciascun indirizzo

- LPM 1°-2°anno

Nuove convenzioni: 9

Media partecipanti: 45

Attività:

 Per iniziare: Teoremi isoperimetrici

 Matematica ed Economia

 Attività Famiglie di Rettangoli

 Attività Funzioni (Parte I)

Pillole di teoria:

 Pillola di teoria- IL SENSO DEL NUMERO

 Pillola di teoria- IL SENSO DEL SIMBOLO (Parte I)

- SSPG potenziata in Matematica

Nuove convenzioni: 10

Media partecipanti: 45

Attività:

 Per iniziare: successioni

 Attività sulle torte

 Attività sui cloze matematici

 Attività sui problemi narrativi

 Attività sui concetti figurati

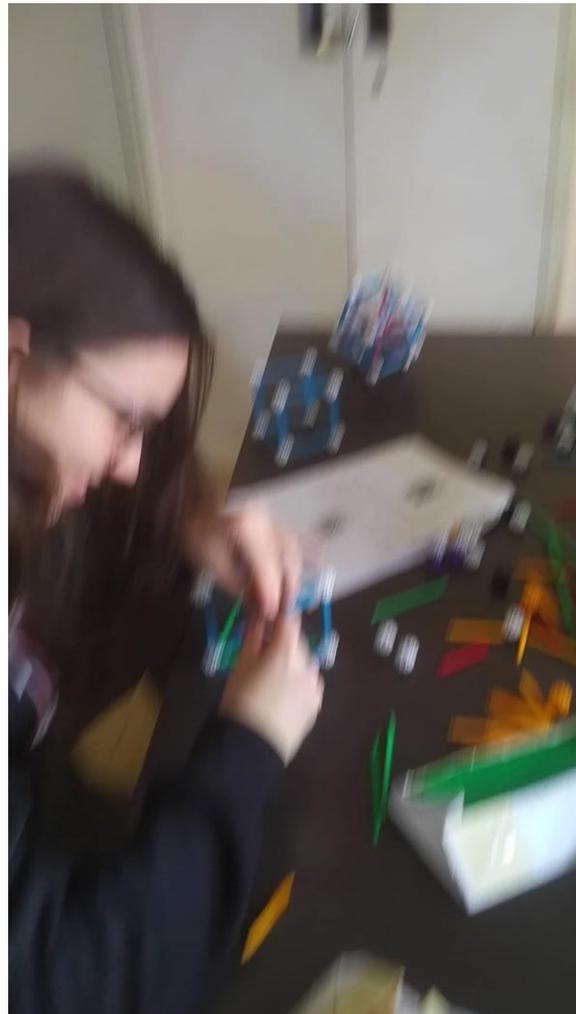
Attività «in verticale»:

 Attività il Figlio del Re e il Messaggero

Le SSPM mirano a sviluppare tre macro-aree di competenze:

- CONOSCERE meglio alcuni nodi concettuali della matematica
- RISOLVERE/PORSI PROBLEMI in modo simile a quello attraverso cui gli scienziati indagano la realtà;
- ARGOMENTARE e motivare le risposte.

Coinvolgimento degli studenti...



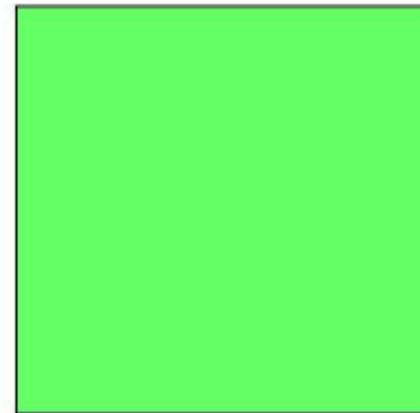
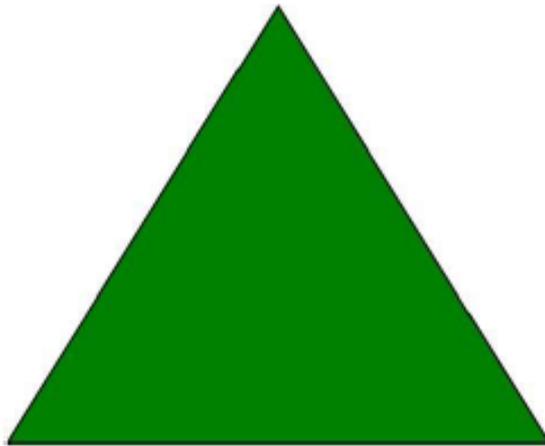
I.C. "Parri – Vian", Torino

...e dei docenti



## Attività 2 (gruppo)

Considerate le seguenti figure e determinate le rotazioni che le portano a sovrapporsi identicamente su se stesse. Quante sono? Come possono essere identificate e nominate?



## I. C. "Govone"

**Attività 2**  
 Ritaglia il triangolo e incollalo sul quaderno. Denomina i vertici della figura sul quaderno.  
 Ora ricalca sulla carta da forno lo stesso triangolo e denomina i vertici scrivendo la lettera all'interno della figura. Ritaglia questo triangolo.  
 Disegna il centro di rotazione della figura sul quaderno e traccia la semiretta con origine nel centro di rotazione e che passa per A. Sovrapponi esattamente il triangolo trasparente a quello sul quaderno. Fissa il tutto con una puntina nel centro di rotazione. Fai ruotare il vertice A della figura intorno a quel punto.  
 Quante sono le rotazioni di A che portano la figura a sovrapporsi su se stessa?  
 Quante sono le rotazioni di A che portano la figura a sovrapporsi su se stessa?  
 Che ampiezza ha ciascuna di queste rotazioni? Descrivi in modo accurato come hai effettuato le tue misurazioni.

*Quattro rotazioni una di 90°, una di 180°, una di 270° e una di 360°.*  
 Che ampiezza ha ciascuna di queste rotazioni? Descrivi in modo accurato come hai effettuato le tue misurazioni.  
 - 90° perché A va a coincidere con D.  
 - 180° perché A va a coincidere con C.  
 - 270° perché A va a coincidere con B.  
 - 360° perché A torna su A.  
 In tutti e quattro casi la figura coincide perfettamente.

*1. - 90° perché ruotando due volte il triangolo si arriva al doppio di 90° (180°) e si trova il centro di C.  
 \* sapere il numero di rotazioni per sovrapporsi perfettamente.  
 - 180° perché è l'angolo per il quale la figura coincide con la posizione di A.  
 - 270° perché è l'angolo per il quale la figura coincide con la posizione di B.  
 - 360° perché è l'angolo per il quale la figura coincide con la posizione di A.*

**Attività 1**  
 Osserva le seguenti figure e determina le rotazioni che le portano a sovrapporsi identicamente a sé stesse. Quante sono? Come possono essere descritte e costruite?

**Attività 2**  
 Disegna il centro di rotazione della figura sul quaderno e traccia la semiretta con origine nel centro di rotazione e che passa per A. Sovrapponi esattamente il triangolo trasparente a quello sul quaderno. Fissa il tutto con una puntina nel centro di rotazione. Fai ruotare il vertice A della figura intorno a quel punto.  
 Quante sono le rotazioni di A che portano la figura a sovrapporsi su se stessa?

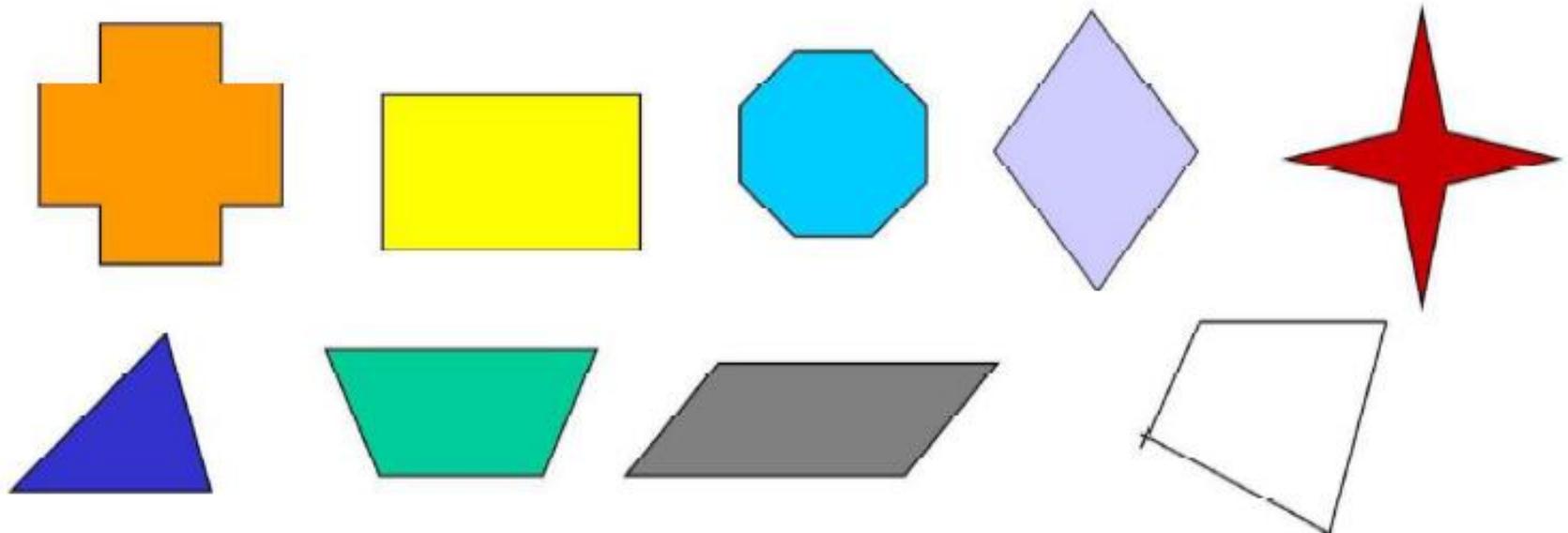
**Attività 3**  
 Disegna il centro di rotazione della figura sul quaderno e traccia la semiretta con origine nel centro di rotazione e che passa per A. Sovrapponi esattamente il triangolo trasparente a quello sul quaderno. Fissa il tutto con una puntina nel centro di rotazione. Fai ruotare il vertice A della figura intorno a quel punto.  
 Quante sono le rotazioni di A che portano la figura a sovrapporsi su se stessa?

Nome del poligono	Numero di lati del poligono	Numero di rotazioni	Ampiezza degli angoli di rotazione
A	3	1	360°
B	4	2	180° - 360°
C	4	2	180° - 360°
D	12	4	90° - 270°
E	3	3	120° - 240°
F	4	2	180° - 360°
G	8	8	45° - 315°
H	6	6	60° - 300°
I	7	5	72° - 324°
L	14	2	180° - 360°
M	8	4	45° - 315°

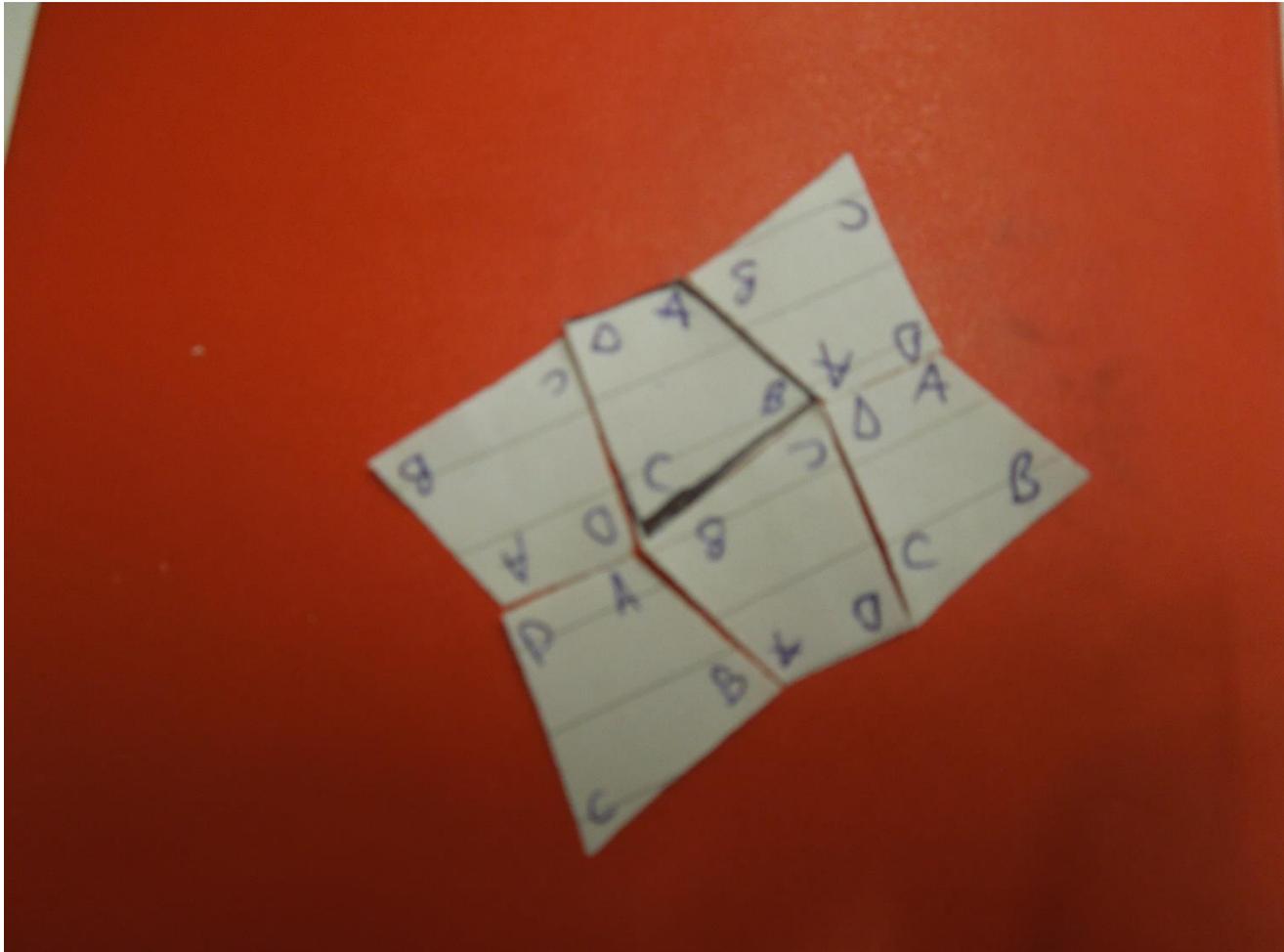
*1. - 90° perché ruotando due volte il triangolo si arriva al doppio di 90° (180°) e si trova il centro di C.  
 \* sapere il numero di rotazioni per sovrapporsi perfettamente.  
 - 180° perché è l'angolo per il quale la figura coincide con la posizione di A.  
 - 270° perché è l'angolo per il quale la figura coincide con la posizione di B.  
 - 360° perché è l'angolo per il quale la figura coincide con la posizione di A.*

## Attività 5 (gruppo)

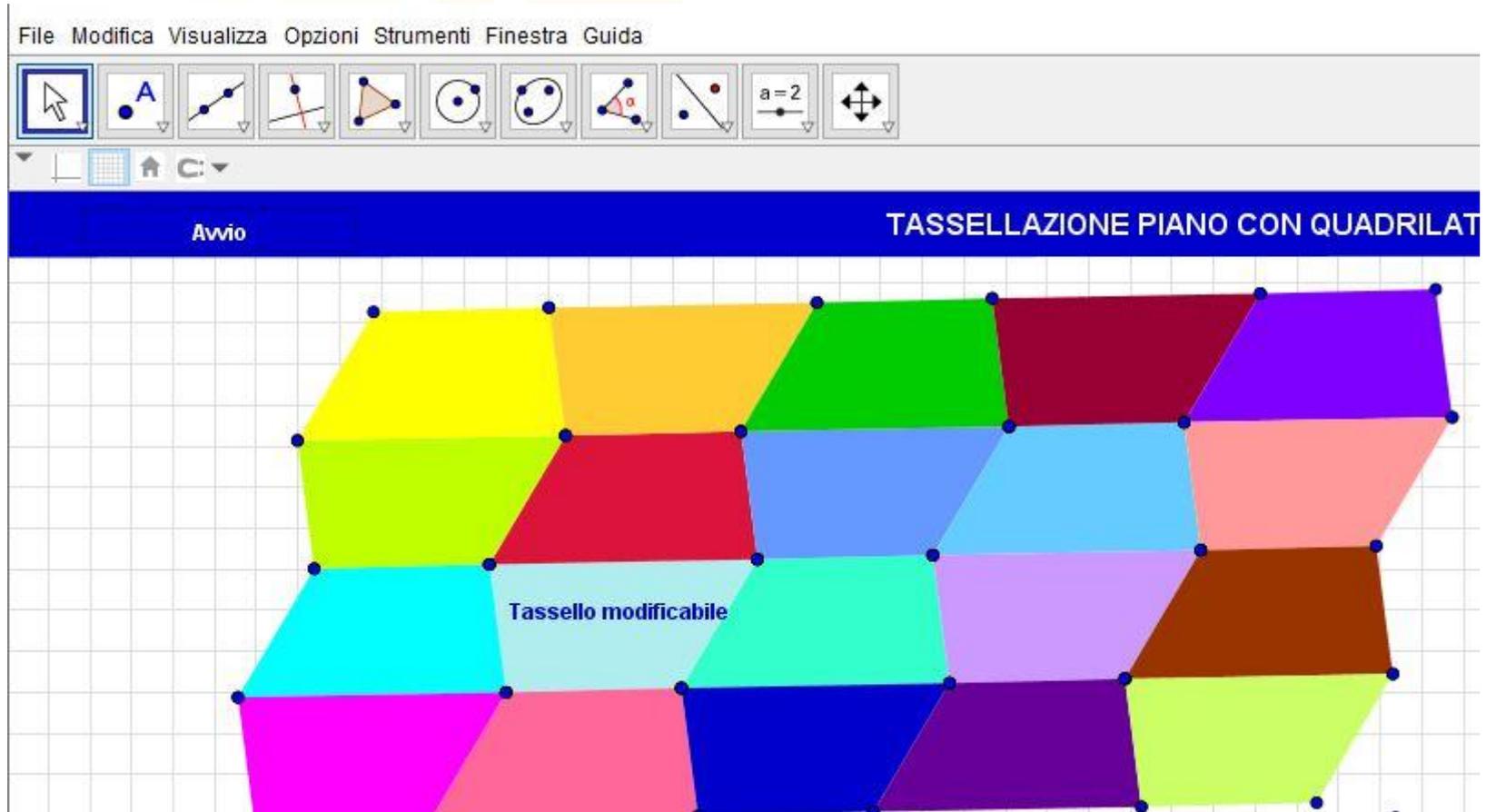
Con quali dei seguenti poligoni (convessi e concavi) si riesce a ricoprire il piano? Produrre disegni.



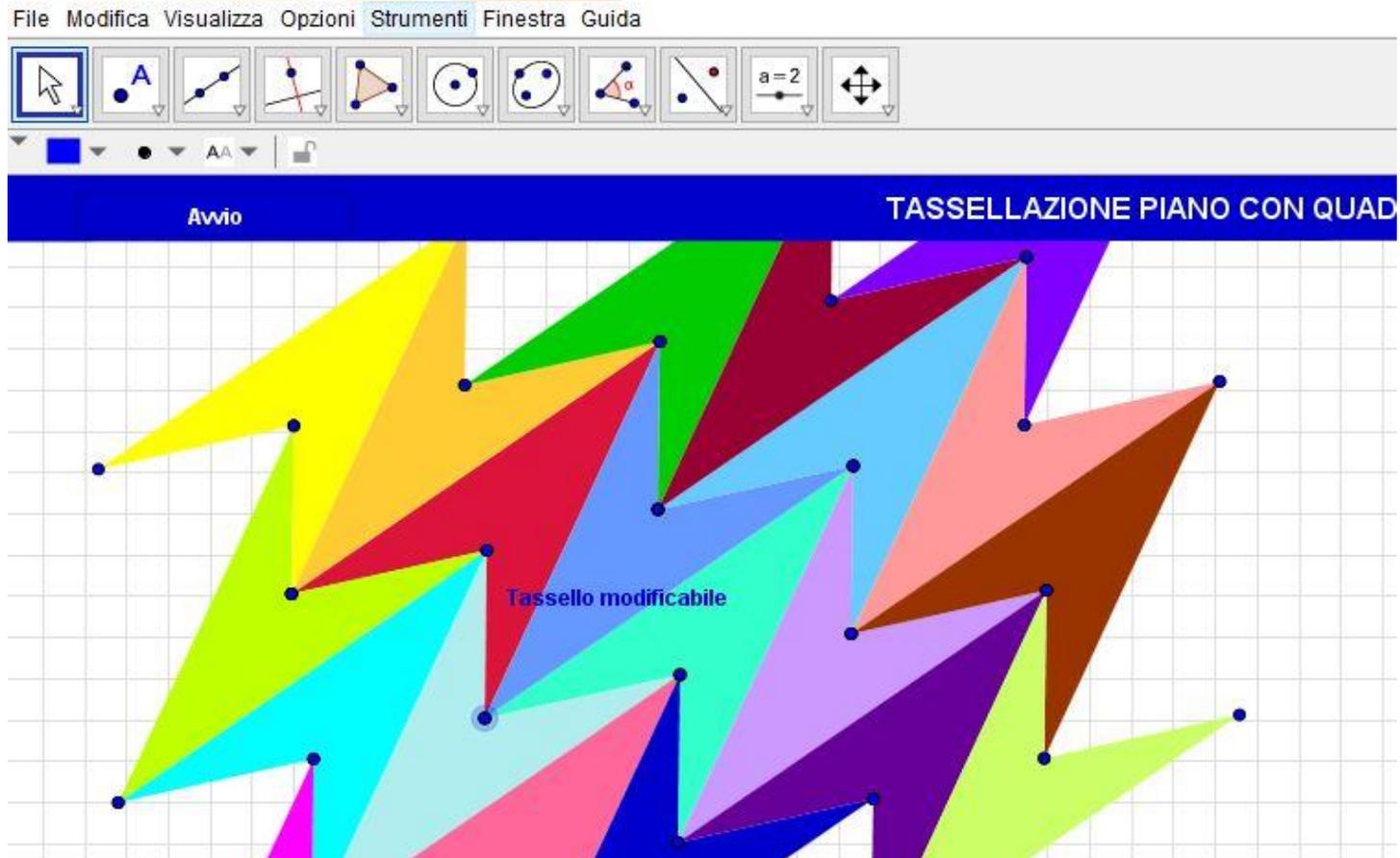
## Docenti al lavoro



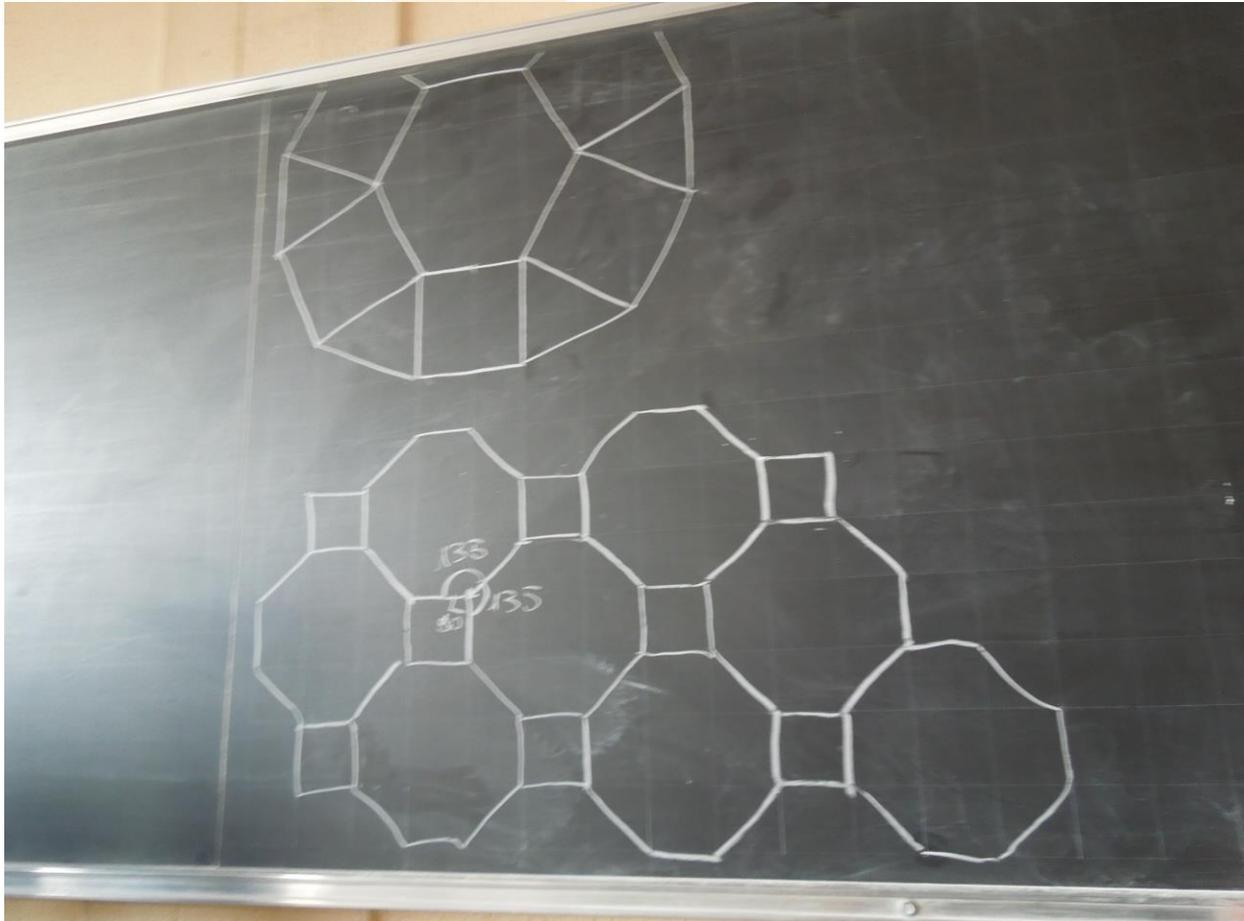
## Studenti al lavoro



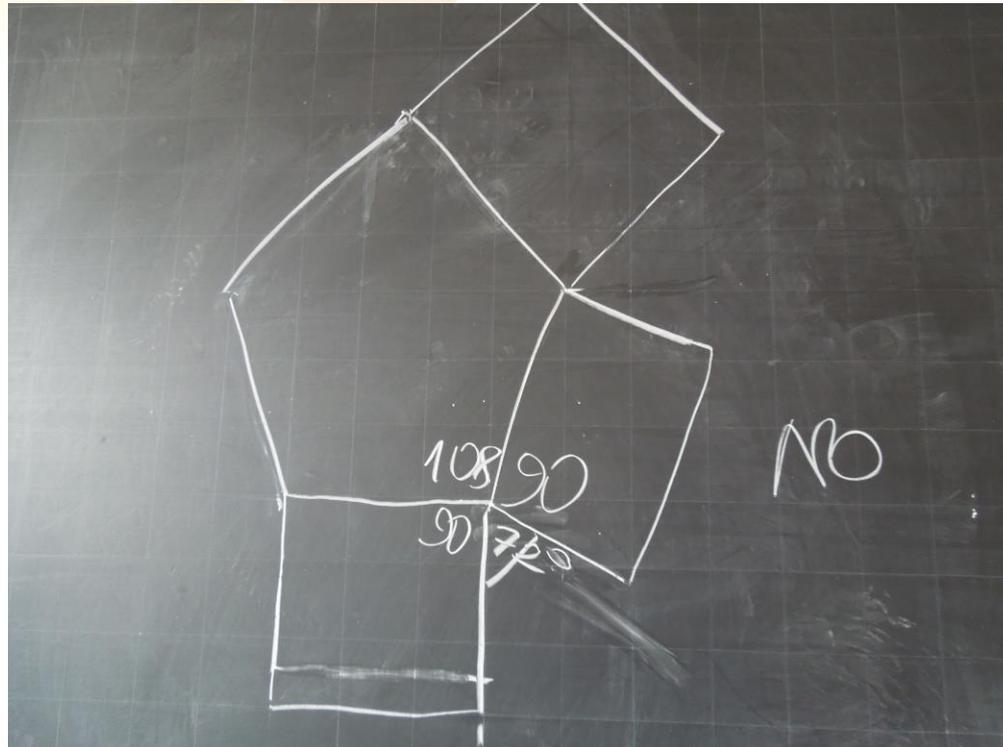
I. C. "Torino II"



Gli studenti congetturano che tutti i quadrilateri tassellano



I.C. "Parri – Vian"



Regola generale: la somma degli angoli delle figure che si incontrano lungo lo stesso vertice deve essere pari a  $360^\circ$  e la sequenza di tali figure deve essere la stessa per ogni vertice.



Dal piano allo spazio con gli ZOMETOOL

Collaborazione tra istituzioni (Università – Scuole – USR)

Ricerca in Didattica della Matematica

VERA formazione docenti (gratuita)

Collaborazione tra docenti

Incremento delle competenze matematiche

Collaborazione tra studenti

Alternanza Scuola - Lavoro

Ricerca e formazione

Coordinamento nazionale

Proposte del MIUR

Reti di scuole

Prossimo incontro:  
**Giovedì 25 ottobre 2018**

**DI.FI.MA.**

DIdattica della FIstica e della MAtematica  
in Rete

▼ Continuità SSS-Università

 Liceo Matematico  

 Iniziative di collaborazione  

 Precorso per matricole di Matematica  

<http://difima.i-learn.unito.it/>

Grazie per l'attenzione!

Scrivetemi a [massimo.borsoero@unito.it](mailto:massimo.borsoero@unito.it)

Seguitemi su twitter: @math\_emax

