



DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA
GIUSEPPE PEANO
UNIVERSITÀ DI TORINO



DI. FI. MA. in Rete



Piano Lauree Scientifiche

In collaborazione con MIUR, con Scienze, Confindustria

VIII GEOGEBRA DAY

TORINO, 12 OTTOBRE 2018

FACCIAMO SPAZIO! ESPLORAZIONI DINAMICHE NELLA
GEOMETRIA 3D

Ornella Robutti, Giulia Bini, Germana Trincherò

IL PROGETTO: UN LAVORO DI SQUADRA



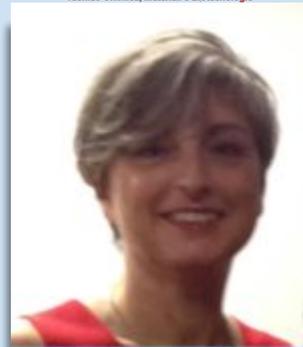
SVILUPPO PROFESSIONALE DEGLI
INSEGNANTI: PIATTAFORMA DIFIMA UNITO
GEOMETRIA CON GEOGEBRA: SIGNIFICATI
E RAPPRESENTAZIONI (PLSTO 04)
NOV 2017 - MAGGIO 2018



ORNELLA ROBUTTI



GERMANA TRINCHERO



GIULIA BINI



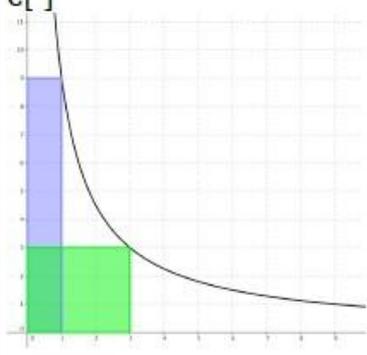
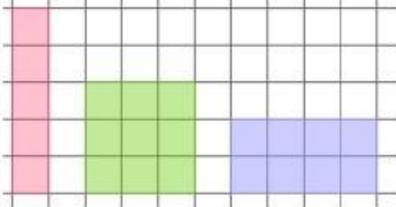
SCHEDE MERLO: L'IDEA PEDAGOGICA

MEANING
EQUIVALENCE
REUSABLE
LEARNING
OBJECTS

PROMUOVERE L'ATTENZIONE DEGLI STUDENTI AL
SIGNIFICATO CONCETTUALE, ATTRAVERSO UNA
VALUTAZIONE INTERATTIVA E FORMATIVA BASATA SU:

- COMPITI NON STRUTTURATI
- FEEDBACK FREQUENTI E DETTAGLIATI

SCHEDE MERLO: UN ESEMPIO **STATICO IN 2D**

<p>1. Segnare le rappresentazioni che condividono lo stesso significato (due o più); 2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.</p>	<p>TS</p> <p>A[]</p> $y = \frac{k}{x}$	<p>Q2</p> <p>B[]</p> <table border="1" data-bbox="1255 240 1429 524"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>4.5</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>2.25</td></tr> <tr><td>5</td><td>1.8</td></tr> <tr><td>6</td><td>1.5</td></tr> <tr><td>7</td><td>1.28</td></tr> <tr><td>8</td><td>1.125</td></tr> <tr><td>...</td><td>...</td></tr> </tbody> </table>	x	y	1	9	2	4.5	3	3	4	2.25	5	1.8	6	1.5	7	1.28	8	1.125
x	y																					
1	9																					
2	4.5																					
3	3																					
4	2.25																					
5	1.8																					
6	1.5																					
7	1.28																					
8	1.125																					
...	...																					
<p>Q2</p> <p>C[]</p> 	<p>Q3</p> <p>D[]</p> $y = x^2$	<p>Q4</p> <p>E[]</p> 																				

Master Formatori Didattica Matematica 2014-2015 Università degli studi di Torino

SCHEDE MERLO: UN ESEMPIO STATICO IN 2D

1. Segnare le rappresentazioni che condividono lo stesso significato (due o più);
2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.

TASK

TS

A[]

$$y = \frac{k}{x}$$

Q2

B[]

x	y
1	9
2	4.5
3	3
4	2.25
5	1.8
6	1.5
7	1.28
8	1.125
...	...

Q3

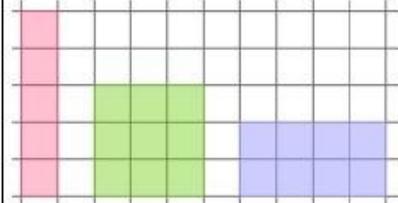
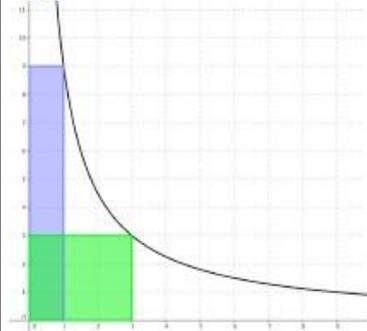
D[]

$$y = x^2$$

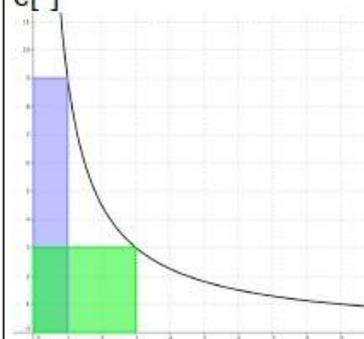
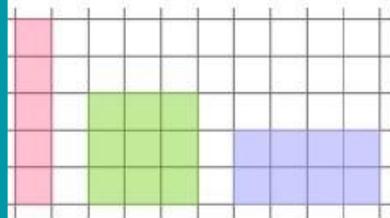
Q4

E[]

C[]

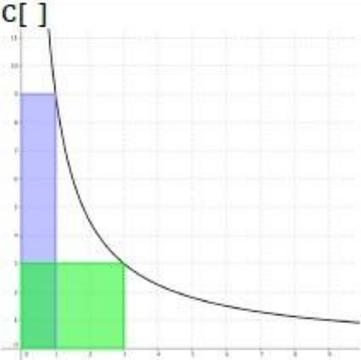
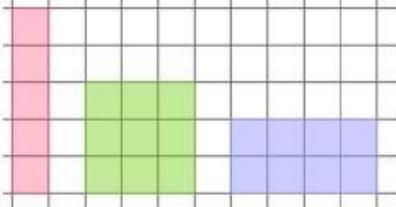


SCHEDE MERLO: UN ESEMPIO STATICO IN 2D

<p>1. Segnare le rappresentazioni che condividono lo stesso significato (due o più);</p> <p>2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.</p>	<p>TS</p> <p>A[]</p> $y = \frac{k}{x}$	<p>Q2</p> <p>B[]</p> <table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>9</td></tr><tr><td>2</td><td>4.5</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>2.25</td></tr><tr><td>5</td><td>1.8</td></tr><tr><td>6</td><td>1.5</td></tr><tr><td>7</td><td>1.28</td></tr><tr><td>8</td><td>1.125</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td></tr></tbody></table>	x	y	1	9	2	4.5	3	3	4	2.25	5	1.8	6	1.5	7	1.28	8	1.125
x	y																					
1	9																					
2	4.5																					
3	3																					
4	2.25																					
5	1.8																					
6	1.5																					
7	1.28																					
8	1.125																					
...	...																					
<p>Q2</p> <p>C[]</p> 	<p>Q3</p> <p>D[]</p> $y = x^2$ <p>SURFACE SIMILARITY</p>	<p>Q4</p> <p>E[]</p> 																				

Master Formatori Didattica Matematica 2014-2015 Università degli studi di Torino

SCHEDE MERLO: UN ESEMPIO STATICO IN 2D

<p>1. Segnare le rappresentazioni che condividono lo stesso significato (due o più);</p> <p>2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.</p>	<p>TS</p> <p>A []</p> $y = \frac{k}{x}$	<p>Q2</p> <p>B []</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>4.5</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>2.25</td></tr> <tr><td>5</td><td>1.8</td></tr> <tr><td>6</td><td>1.5</td></tr> <tr><td>7</td><td>1.28</td></tr> <tr><td>8</td><td>1.125</td></tr> <tr><td>...</td><td>...</td></tr> </tbody> </table>	x	y	1	9	2	4.5	3	3	4	2.25	5	1.8	6	1.5	7	1.28	8	1.125
x	y																					
1	9																					
2	4.5																					
3	3																					
4	2.25																					
5	1.8																					
6	1.5																					
7	1.28																					
8	1.125																					
...	...																					
<p>Q3</p> <p>C []</p> 	<p>Q4</p> <p>D []</p> $y = x^2$	<p>E []</p> 																				

Master Formatori Didattica Matematica 2014-2015 Università degli studi di Torino

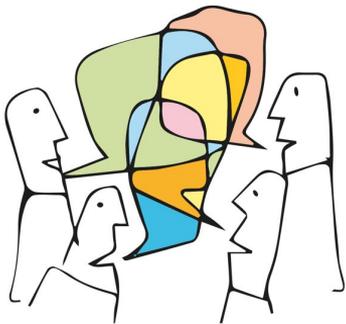
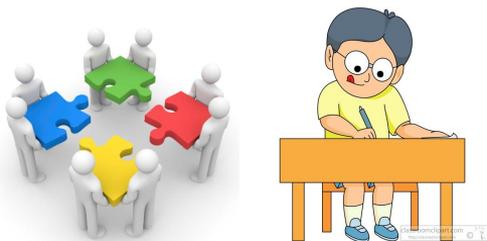
SCHEDE MERLO: IL QUADRO TEORICO

LA CAPACITÀ DI PASSARE DA UNA RAPPRESENTAZIONE ALL'ALTRA DELLO STESSO OGGETTO E IL COORDINAMENTO DI PIÙ RAPPRESENTAZIONI IN PIÙ DI UN REGISTRO SEMIOTICO SONO COMPETENZE FONDAMENTALI, AL FINE DI ACCEDERE AL SIGNIFICATO SOTTOSTANTE E DI COMPRENDERE LA MATEMATICA. [...]

UN'ULTERIORE RICHIESTA È QUELLA DI SPIEGARE LE RAGIONI DELLA SCELTA, RICHIESTA CHE PROMUOVE LE ABILITÀ ARGOMENTATIVE.

ARZARELLO, F., ROBUTTI O. & CARANTE P. (2015), MERLO: UN NUOVO STRUMENTO E UNA NUOVA SFIDA NELL'INSEGNAMENTO E NELL'APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA, ATTI DELLA PME 39,

SCHEDE MERLO: IL PROTOCOLLO DIDATTICO



UNA TIPICA LEZIONE BASATA SULL'USO DELLE SCHEDE MERLO COINVOLGE GLI STUDENTI IN:

- A) RISOLUZIONE SINGOLA O IN PICCOLI GRUPPI
- B) STESURA DELLE RISPOSTE
- C) DISCUSSIONE IN AULA GUIDATA DAL DOCENTE

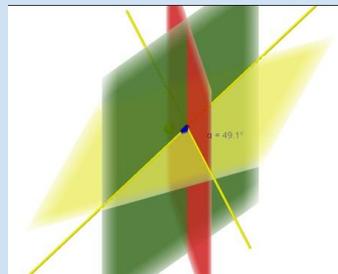
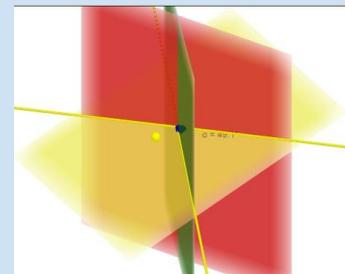
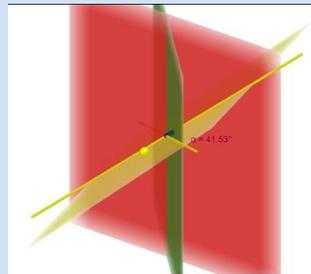
ARZARELLO, F., KENETT, R. S., ROBOTTI, O., SHAFRIR, U., PRODROMOU, T., & CARANTE, P. (2015), INSEGNARE E VALUTARE CON NUOVI STRUMENTI METODOLOGICI (MERLO): UNA NUOVA PEDAGOGIA?

SCHEDE MERLO **DINAMICHE**: COSA C'È DI NUOVO

NUCLEO GEOMETRIA: **2** REGISTRI DI RAPPRESENTAZIONE SEMIOTICA

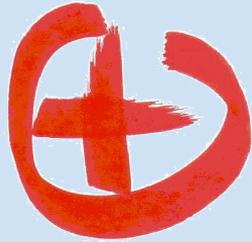
A
Si definisce ampiezza di un diedro la misura dell'angolo che si ottiene sezionando il diedro con un piano perpendicolare allo spigolo del diedro stesso.

REGISTRO **LINGUISTICO**

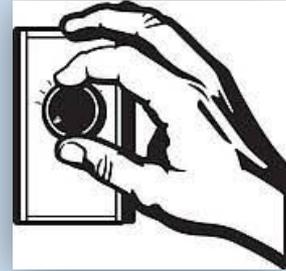


REGISTRO
GRAFICO

SCHEDE MERLO **DINAMICHE**: COSA C'È DI NUOVO



IL VALORE AGGIUNTO



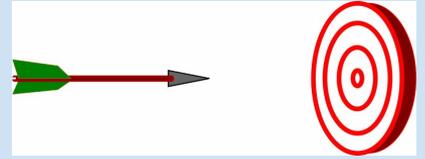
IL CONTENUTO DINAMICO AGGIUNTO
ALLE SCHEDE MERLO **CONSENTE AGLI**
STUDENTI DI INTERAGIRE CON GLI
OGGETTI MATEMATICI ATTRAVERSO UN
DISPOSITIVO COLLEGATO IN RETE

IL CLASSICO TASK MERLO VIENE
RAFFORZATO CHIEDENDO AGLI STUDENTI
DI **FORNIRE ARGOMENTAZIONI SIA PER**
LE INCLUSIONI CHE PER LE ESCLUSIONI E
DI SCEGLIERE UN TITOLO

LINK ALLE ATTIVITÀ: 10 + 10 MIN CIRCA

[HTTPS://GOO.GL/FCXD4C](https://goo.gl/FCXD4C)

LA SCELTA DEL CONTENUTO: L'AMPIEZZA DELL'ANGOLO DIEDRO



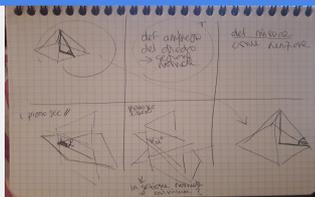
UN PUNTO DIFFICILE NELLA
GEOMETRIA EUCLIDEA 3D, LA
CUI CONOSCENZA È
FONDAMENTALE ALL'INTERNO
DEL CURRICULUM NAZIONALE
ITALIANO

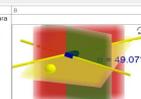
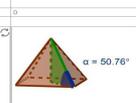
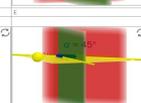
"LO STUDIO DELLA GEOMETRIA PROSEGUIRÀ CON L'ESTENSIONE
ALLO SPAZIO DI ALCUNI TEMI DELLA GEOMETRIA PIANA, ANCHE PER
SVILUPPARE L'INTUIZIONE GEOMETRICA. IN PARTICOLARE,
SARANNO STUDIATE LE RECIPROCHE POSIZIONI DI LINEE E PIANI
NELLO SPAZIO, IL PARALLELISMO E LA PERPENDICOLARITÀ, COSÌ
COME LE PROPRIETÀ DEI PRINCIPALI SOLIDI GEOMETRICI (IN
PARTICOLARE DEI POLIEDRI E DEI SOLIDI DI ROTAZIONE) ... "

PRIMA BOZZA: 1 SCHEDA

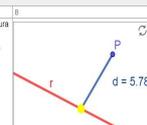
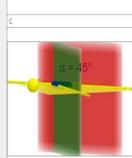
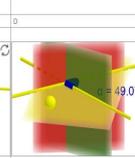
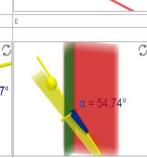


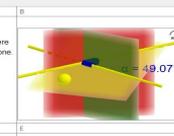
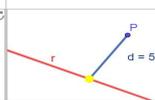
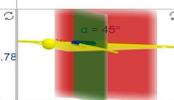
IL TASK DESIGN

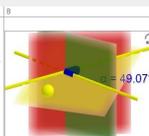
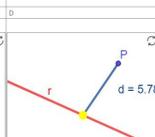
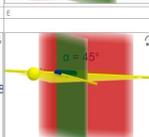


<p>1) segna le caselle che condividono lo stesso significato (due o più)</p> <p>2) spiega per CIASCUNA casella perché l'hai scelta o perché l'hai esclusa</p> <p>3) scegli un titolo per questa attività</p>	<p>A</p> <p>Si definisce ampiezza di un diedro la misura dell'angolo che si ottiene sezionando il diedro con un piano perpendicolare allo spigolo del diedro stesso.</p>	<p>B</p> 
<p>C</p> 	<p>D</p> 	<p>E</p> 

VERSIONE FINALE:
2 SCHEDE SEPARATE
+ DOMANDE DI COLLEGAMENTO

<p>1) segna le caselle che condividono lo stesso significato (due o più)</p> <p>2) spiega per CIASCUNA casella perché l'hai scelta o perché l'hai esclusa</p> <p>3) scegli un titolo per questa attività</p>	<p>A</p> <p>Si definisce ampiezza di un diedro la misura dell'angolo che si ottiene sezionando il diedro con un piano perpendicolare allo spigolo del diedro stesso.</p>	<p>B</p> 
<p>C</p> 	<p>D</p> 	<p>E</p> 

<p>1) segna le caselle che condividono lo stesso significato (due o più)</p> <p>2) spiega per CIASCUNA casella perché l'hai scelta o perché l'hai esclusa</p> <p>3) scegli un titolo per questa attività</p>	<p>A</p> <p>Si definisce misura una funzione che assegna un numero reale a taluni sottoinsiemi di un dato insieme per rendere quantitativa la nozione della loro estensione.</p>	<p>B</p> 
<p>C</p> 	<p>D</p> 	<p>E</p> 

<p>1) segna le caselle che condividono lo stesso significato (due o più)</p> <p>2) spiega per CIASCUNA casella perché l'hai scelta o perché l'hai esclusa</p> <p>3) scegli un titolo per questa attività</p>	<p>A</p> <p>Si definisce misura una funzione che assegna un numero reale a taluni sottoinsiemi di un dato insieme per rendere quantitativa la nozione della loro estensione.</p>	<p>B</p> 
<p>C</p> <p><input type="checkbox"/> clicca per visualizzare</p> 	<p>D</p> 	<p>E</p> 

DISCUSSIONE SCHEDE E DOMANDE DI COLLEGAMENTO

Perché per definire la misura del diedro è necessario scegliere una particolare inclinazione del piano sezione? *

Testo risposta lunga

Perché la particolare inclinazione scelta è proprio quella perpendicolare allo spigolo del diedro? *

Testo risposta lunga

DISCUSSIONE SCHEDE E DOMANDE DI COLLEGAMENTO

Quale collegamento vedi tra questa attività e la definizione di ampiezza dell'angolo diedro? *

La tua risposta

SPUNTI DI RIFLESSIONE DALLE SPERIMENTAZIONI

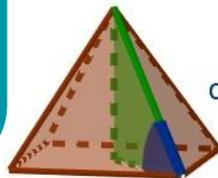


ABBIAMO OSSERVATO 4 ESPERIMENTI
DIDATTICI SULLE SCHEDE MERLO, SVOLTI
NELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO
GRADO (CLASSE 4°) IN 3 SCUOLE DI
TORINO E MILANO

PROTOCOLLI 1: UNA SCELTA INASPETTATA (SBAGLIATA?!) CON LE GIUSTE ARGOMENTAZIONI



UN "ESPERIMENTO
PENSATO" COMPOSTO DA
GESTI E PAROLE
(SINCLAIR ET AL., 2013)

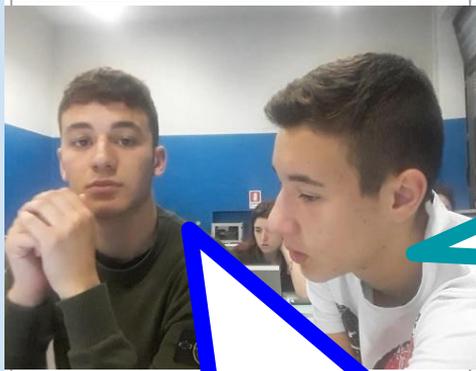


$$\alpha = 50.76^\circ$$

- S1 "INFATTI POSSIAMO CONSIDERARE LA BASE (DELLA PIRAMIDE) COME UNA FACCIA DEL DIEDRO E L'ALTRO PIANO CHE DOVETE IMMAGINARE È QUESTO" (INDICA LA FIGURA)
- S2 FA UN GESTO CHE IMITA I DUE PIANI DESCRITTI DA S1
- S3 "NON SO SE POSSIAMO INCLUDERE [LA CASELLA] E POI SCRIVERE CHE IL PIANO NON C'È".
- S2 "PERCHÉ MI SEMBRA CHE CI SIA TUTTO".
- S3 "C'È TUTTO QUELLO CHE?"
- S2 "C'È TUTTO CIÒ DI CUI ABBIAMO BISOGNO".
- S3 "NO PERCHÉ VEDETE QUI CI SONO DUE PIANI E QUI C'È UN PIANO E UNO SPIGOLO".

SCHEDA 1
ANGOLO DIEDRO

PROTOCOLLI 2: LE SCHEDE MERLO DINAMICHE COME SETTING PER IL "TRANSFORMATIONAL REASONING" (M.A.SIMON)



"KNOWLEDGE AS THE RESULT OF
RUNNING THE SYSTEM"

ASPETTI DINAMICI RILEVANTI NELLE CASELLE

SELEZIONATE:

LE CASELLE SCELTE RIMANGONO INALTERATE NEL
CORSO DELLA TRASFORMAZIONE. L'AMPIEZZA
DELL'ANGOLO DIEDRO E LA DISTANZA TRA DUE RETTE
PARALLELE NON VARIA MAI

SCHEDA 2
INVARIANTE

$d = 5.64$

$d = 8.53$

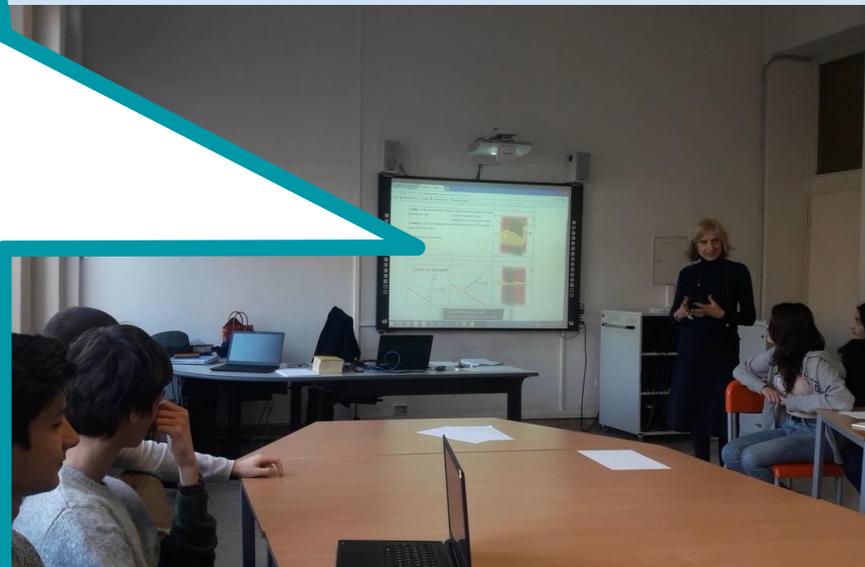
PROTOCOLLI 3: IL RUOLO DELLA DISCUSSIONE COLLETTIVA

DOCENTE: GUARDIAMO LA DEFINIZIONE: IL FATTO CHE PER MISURARE L'AMPIEZZA DEVO SEZIONARE CON UN PIANO LO CAPISCO, MA NON MI VIENE UNA DOMANDA?

STUDENTE: PERCHÉ PERPENDICOLARE?

DOCENTE: TORNIAMO SULLA SECONDA SCHEDA E PROVIAMO A VEDERE SE RIGUARDANDOLA CI VIENE IN MENTE PERCHÉ PERPENDICOLARE, PERCHÉ FRA TUTTI GLI INFINITI PIANI SEZIONE NE SCELGO UNO; PERCHÉ NON POSSO PRENDERE UN PIANO SEZIONE INCLINATO A CASACCIO?

STUDENTE: PERCHÉ NON SAREBBE UNIVUCA!



BILANCIO FINALE: HA FUNZIONATO?

IL PUNTO DI VISTA DEGLI
INSEGNANTI

IL PUNTO DI VISTA
DEGLI STUDENTI

IL PUNTO DI VISTA DEI
MATEMATICI

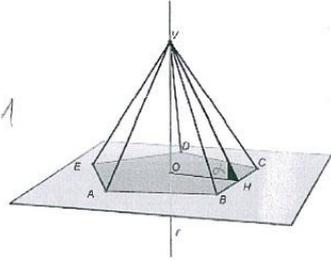


HA FUNZIONATO?

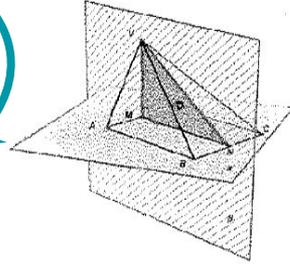
IL PUNTO DI VISTA DEGLI INSEGNANTI

AMPIEZZA DELL'ANGOLO DIEDRO

3. Facendo riferimento alla definizione di ampiezza di angolo diedro, spiega perché in una piramide regolare di vertice V l'angolo che una faccia laterale forma con il piano della base corrisponde all'angolo tra l'apotema della piramide e l'apotema del poligono di base.



VO apotema $\Rightarrow VO \perp BC$
 $\Rightarrow \angle VOB = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \angle VHC$ $\Rightarrow VO \perp BC$ ✓
 OH apotema base $\Rightarrow OH \perp BC$ per
 caratteristiche dell'angolo di base ✓
 per due rette passa un solo piano
 $VO \perp BC$; $OH \perp BC$ $\Rightarrow VO \perp OH$ ✓
 BC è lo spigolo del diedro considerato
 $\Rightarrow \alpha$ è l'AMPIEZZA del diedro



2. Quali condizioni geometriche devono essere verificate affinché gli angoli MNV e NMV in figura esprimano rispettivamente le ampiezze dei diedri aventi come facce

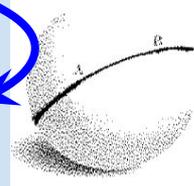
- la base della piramide e la faccia laterale BCV? che il piano sia perpendicolare alla spigola BC
- la base della piramide e la faccia laterale ADV? che il piano sia perpendicolare alla spigola AD

È possibile che tali condizioni siano verificate contemporaneamente? Sì, se la piramide ha base quadrata

DEFINIZIONE DI MISURA



6. "Si definisce distanza tra due punti su una superficie sferica la lunghezza dell'arco di circonferenza appartenente alla superficie sferica avente per estremi i punti stessi". Spiega perché la definizione di distanza sulla sfera così formulata è sbagliata e indica in che modo la correggeresti:
 È errata perché se due punti possono formare infinite circonferenze che si trovano sulla sfera. Bisogna quindi specificare che la circonferenza che si considera è quella maggiore della sfera o, meglio, massima. ✓

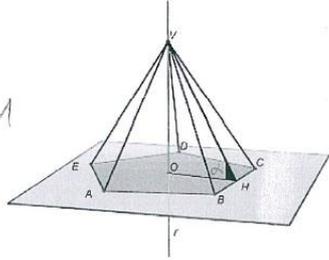


6. "Si definisce distanza tra due punti su una superficie sferica la lunghezza dell'arco di circonferenza appartenente alla superficie sferica avente per estremi i punti stessi". Spiega perché la definizione di distanza sulla sfera così formulata è sbagliata e indica in che modo la correggeresti:
 Perché così formulata, come nel caso della distanza tra un punto e una retta, non possiede un criterio oggettivo per la misura, per correggerla bisognerebbe specificare che la distanza presa in considerazione è quella minima.

HA FUNZIONATO? IL PUNTO DI VISTA DEGLI INSEGNANTI

AMPIEZZA DELL'ANGOLO DIEDRO

3. Facendo riferimento alla definizione di ampiezza di angolo diedro, spiega perché in una piramide regolare di vertice V l'angolo che una faccia laterale forma con il piano della base è uguale all'angolo che l'apotema della piramide e l'apotema del poligono di base formano con il piano della base.



VH
OH
VO
AO
HO
VO
HO
VO
HO

DEFINIZIONE DI MISURA



6. "Si definisce distanza tra due punti su una superficie sferica la lunghezza dell'arco di circonferenza appartenente alla superficie sferica avente per estremi i punti stessi". Spiega perché la definizione di distanza sulla sfera così formulata è sbagliata e indica in che modo la correggeresti:

S1: È sbagliata perché per due punti esistono infinite circonferenze che si trovano sulla sfera

S2: È scorretto perché non è univoco

S3: Esistono infiniti archi che soddisfano la condizione, a seconda di quale centro si sceglie

"SI DEFINISCE DISTANZA TRA DUE PUNTI SU UNA SUPERFICIE SFERICA LA LUNGHEZZA DELL'ARCO DI CIRCONFERENZA APPARTENENTE ALLA SUPERFICIE SFERICA AVENTE PER ESTREMI I PUNTI STESSI". SPIEGA PERCHÉ LA DEFINIZIONE DI DISTANZA SULLA SFERA COSÌ FORMULATA È SBAGLIATA E INDICA IN CHE MODO LA CORREGGERESTI:

S1: È SBAGLIATA PERCHÉ PER DUE PUNTI **ESISTONO INFINITE CIRCONFERENZE** CHE SI TROVANO SULLA SFERA

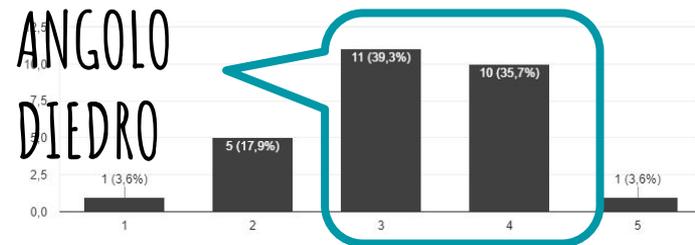
S2: È SCORRETTO PERCHÉ **NON È UNIVOCO**

S3: **ESISTONO INFINITI ARCHI** CHE SODDISFANO LA CONDIZIONE, A SECONDA DI QUALE CENTRO SI SCEGLIE

HA FUNZIONATO? IL PUNTO DI VISTA DEGLI STUDENTI

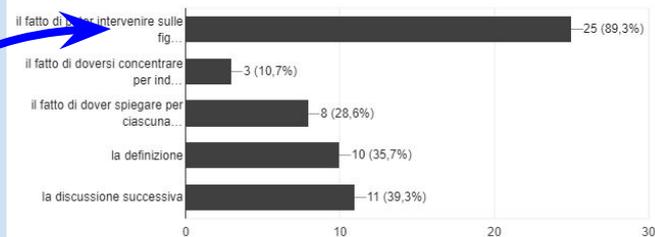
Ritieni che l'attività MERLO ti abbia aiutato a capire il concetto di ampiezza di un angolo diedro?

28 risposte



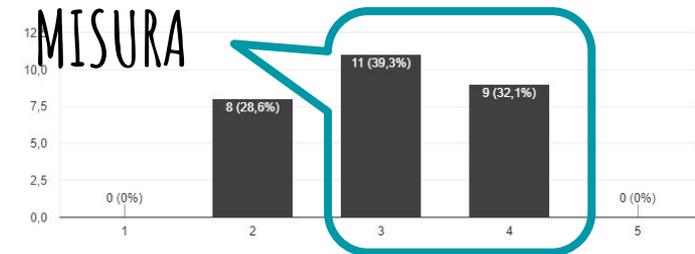
Ricordi quale/i aspetto/i dell'attività ti ha/hanno maggiormente aiutato? (puoi scegliere più caselle)

28 risposte



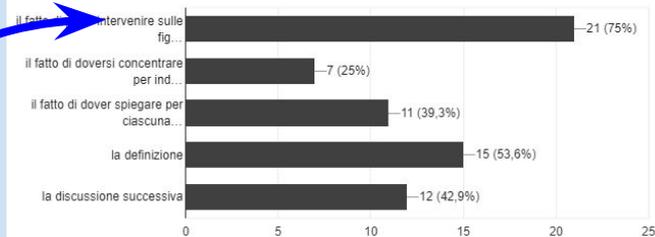
Ritieni che l'attività MERLO ti abbia aiutato a capire il concetto di misura come invariante?

28 risposte



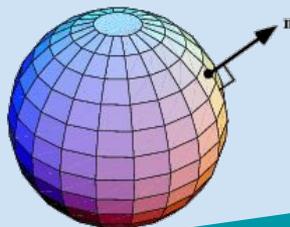
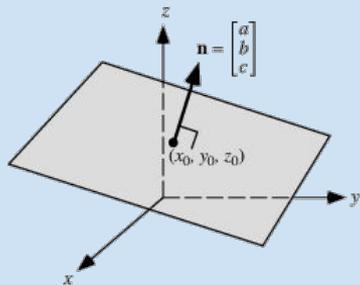
Ricordi quale/i aspetto/i dell'attività ti ha/hanno maggiormente aiutato? (puoi scegliere più caselle)

28 risposte



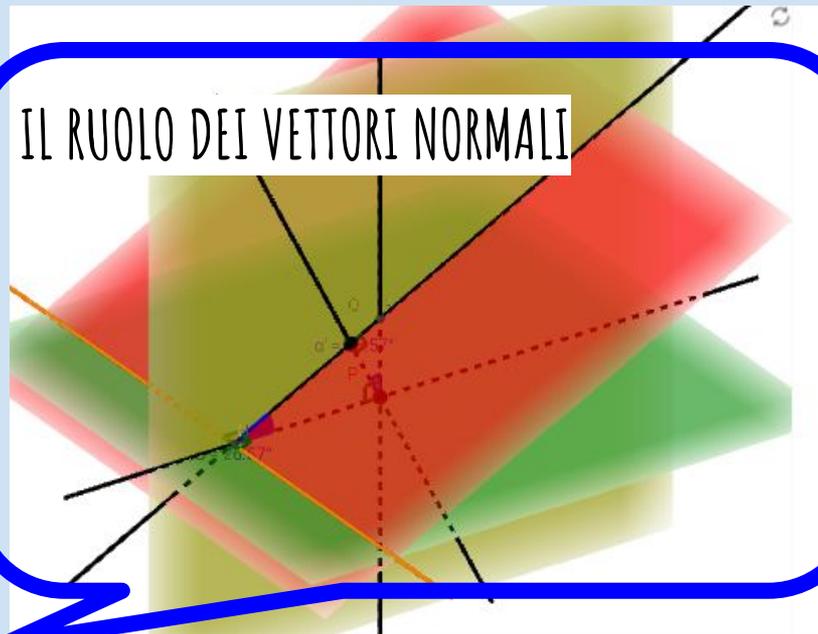
HA FUNZIONATO? IL PUNTO DI VISTA DEI MATEMATICI

RIPENSARE LA DEFINIZIONE



1. L'ANGOLO DEFINITO ATTRAVERSO LA SEZIONE NORMALE CORRISPONDE AD UN VALORE ESTREMO DELL'AMPIEZZA?
2. POSSIAMO DIMOSTRARE CHE IL PIANO CHE CONTIENE I DUE VETTORI NORMALI È PERPENDICOLARE ALLO SPIGOLO DEL DIEDRO?

IL RUOLO DEI VETTORI NORMALI





AS 18/19 PLSTO_04

VÀ DOVE TI PORTA IL

MOUSE

RIF. SOFIA 21671

GRAZIE
PER
L'ATTENZIONE!

BIBLIOGRAFIA



ARZARELLO, F., OLIVERO, F., PAOLA, D. ET AL., (2002) A COGNITIVE ANALYSIS OF DRAGGING PRACTICES IN CABRI ENVIRONMENTS, ZENTRALBLATT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK 34: 66.

ARZARELLO, F., ROBUTTI O. & CARANTE P. (2015), MERLO: A NEW TOOL AND A NEW CHALLENGE IN MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING, PROCEEDINGS OF PME 39, 2 57-65

ARZARELLO, F., KENETT, R. S., ROBUTTI, O., SHAFRIR, U., PRODROMOU, T., & CARANTE, P. (2015), TEACHING AND ASSESSING WITH NEW METHODOLOGICAL TOOLS (MERLO): A NEW PEDAGOGY? PROCEEDINGS OF THE IMA INTERNATIONAL CONFERENCE ON BARRIERS AND ENABLERS TO LEARNING MATHS: ENHANCING LEARNING AND TEACHING FOR ALL LEARNERS, M.A. HERSH AND M.KOTECHA EDITORS, 10-12TH JUNE, GLASGOW, UK.

ETKIND, M., & SHAFRIR, U. (2013).TEACHING AND LEARNING IN THE DIGITAL AGE WITH PEDAGOGY FOR CONCEPTUAL THINKING AND PEER COOPERATION. IN:PROC. 7H INTERNATIONAL TECHNOLOGY, EDUCATION AND DEVELOPMENT CONFERENCE (INTED) (PP. 5347-5352). VALENCIA, SPAIN.

FISCHBEIN, E. THE THEORY OF FIGURAL CONCEPTS, EDUC STUD MATH 24: 139, SPRINGER INTERNATIONAL

SIMON, M. (1996). BEYOND INDUCTIVE AND DEDUCTIVE REASONING: THE SEARCH FOR A SENSE OF KNOWING. EDUCATIONAL STUDIES IN MATHEMATICS, 30(2), 197-209.

SINCLAIR N., ROBUTTI O. (2012), TECHNOLOGY AND THE ROLE OF PROOF: THE CASE OF DYNAMIC GEOMETRY. IN: CLEMENTS M., BISHOP A., KEITEL C, KILPATRICK J., LEUNG F. (EDS) THIRD INTERNATIONAL HANDBOOK OF MATHEMATICS EDUCATION. SPRINGER INTERNATIONAL HANDBOOKS OF EDUCATION, VOL 27. SPRINGER, NEW YORK, NY