Movimento di Cooperazione Educativa
Via Forte Tiburtino 98 - 00159 Roma
tel. 06.4457228
email: nazionale@mce-fimem.it
sito: www.mce-fimem.it

Le strutture moltiplicative nella scuola primaria: esperienze e strategie didattiche.

Gruppo RSDI di Pinerolo
Movimento di Cooperazione Educativa

Contatto: pinerolo@mce-fimem.it

Che cosa faremo oggi

- Due brevi esperienze laboratoriali, una sulla moltiplicazione e una sulle frazioni lavorando in piccoli gruppi con alcuni degli insegnanti che hanno sperimentato le attività.
- Ci confronteremo su quanto avete sperimentato.
- Approfondiremo il discorso sui due temi sviluppati dal punto di vista matematico.

Le tartine

- Il nostro scopo era introdurre la moltiplicazione non come addizione ripetuta ma come **relazione** tra due «spazi di misura» aprendo la strada fin dall'inizio al concetto di **proporzionalità** e poi a quello di **funzione**.

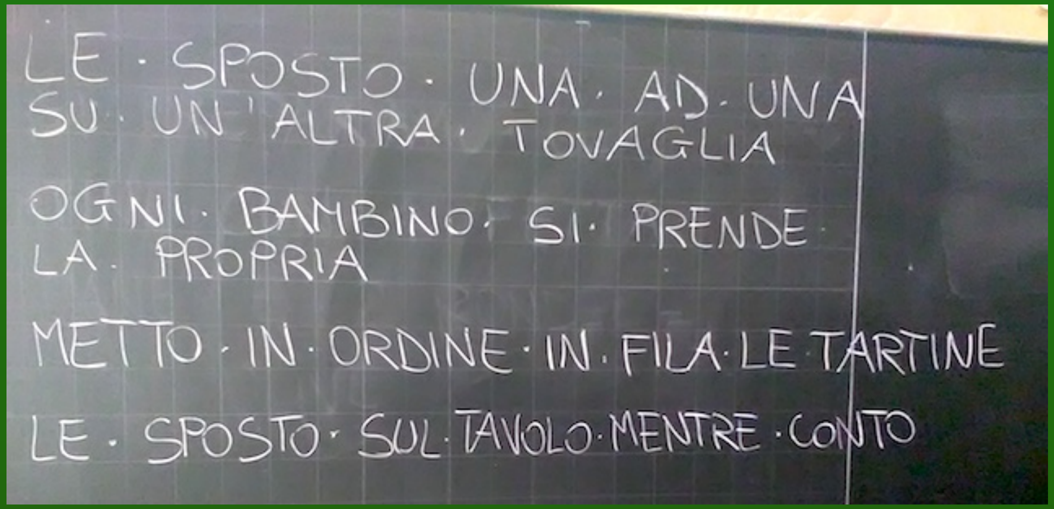
- Il riferimento teorico sono gli studi di Gerard Vergnaud sulle **strutture moltiplicative** a cui rimando.

Dalla manipolazione…

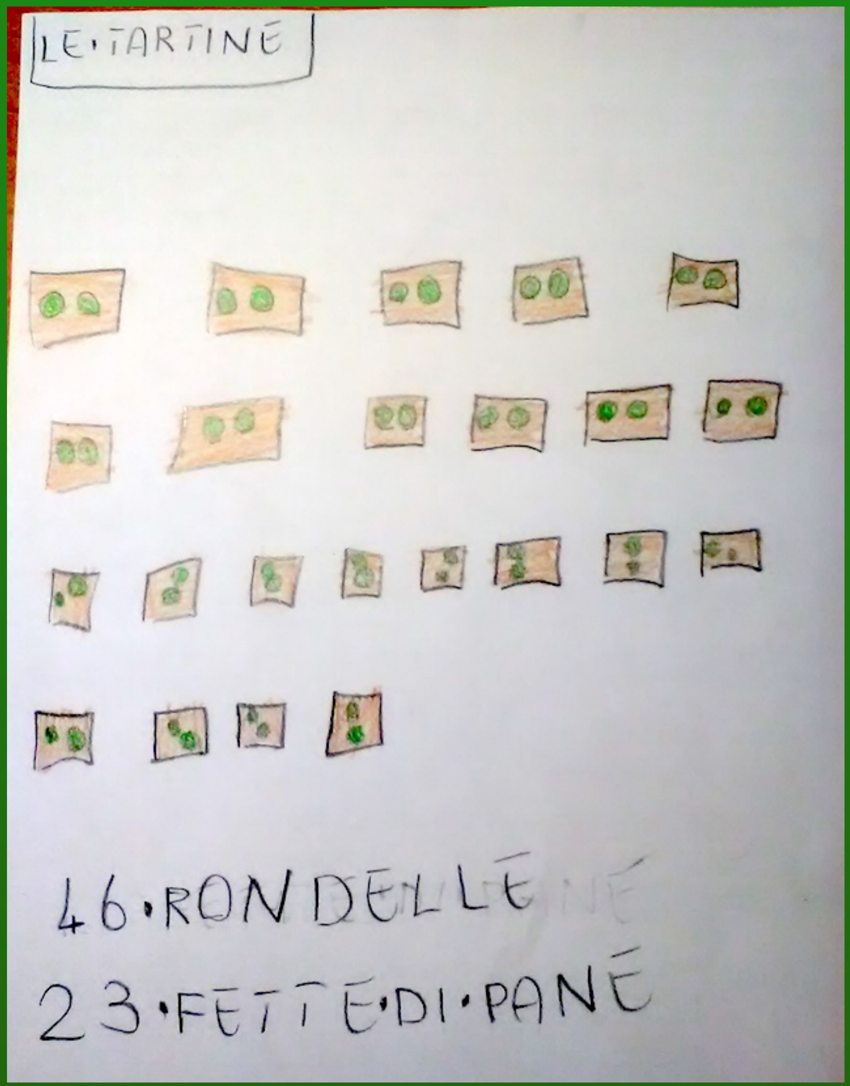
- I bambini realizzano concretamente la «relazione» tra fette di pane e olive.

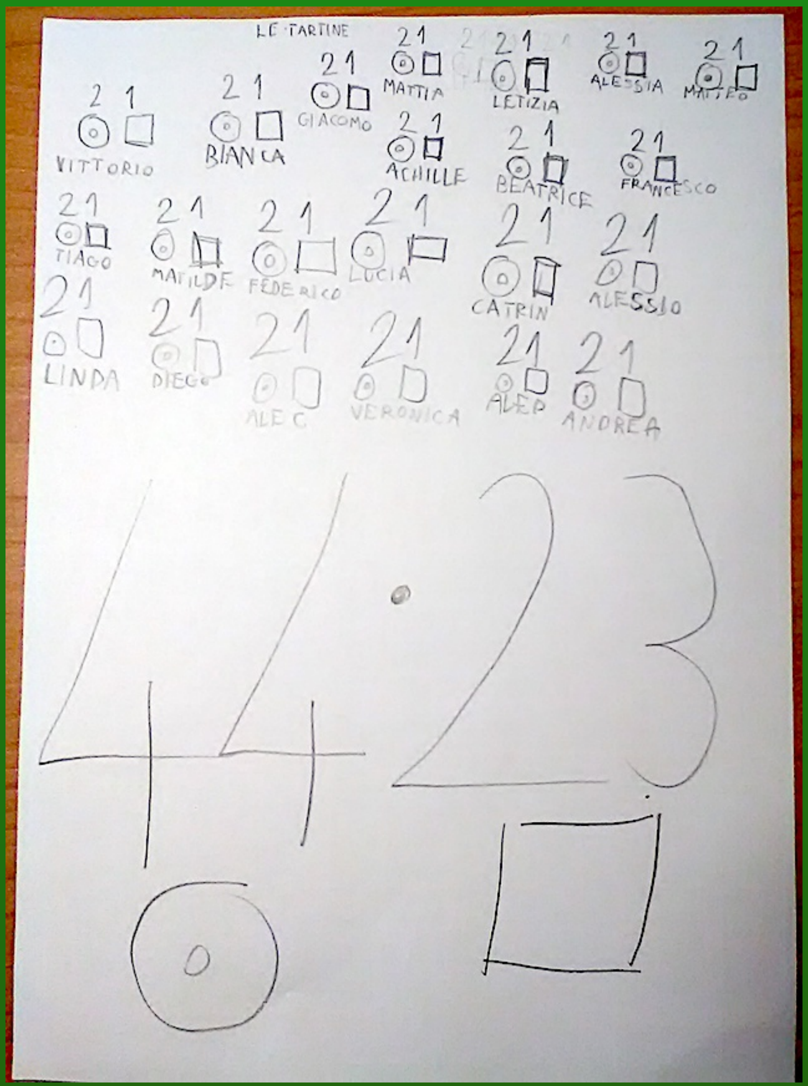
- Mettono in ordine le tartine per contare bene le fette di pane e le olive e mettono subito in campo le strategie di conteggio che hanno imparato.

- Non si conta solo per 1 ma anche per 2… per 3… e questo è il caso!



...alla rappresentazione...





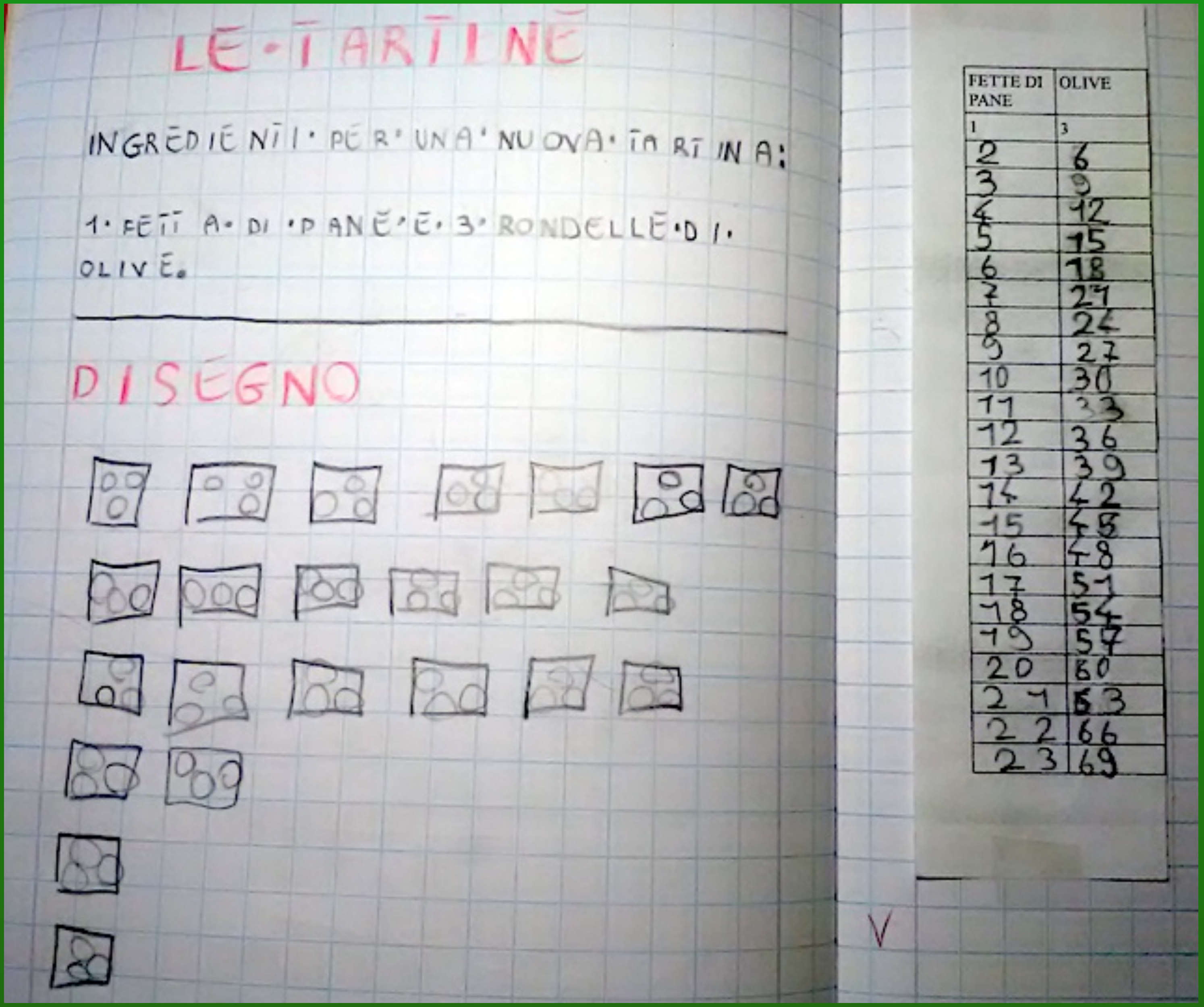
...alla relazione con i numeri...

- Il passaggio ad una tabella che rappresenti solo più i numeri in relazione non presenta difficoltà.

...alla variazione

- E nemmeno variare il numero di olive con un ragionamento ora solo più astratto: **e se mettessimo 3 olive?**

ALESSIO: PER LE FETTE DI PANE HO CONTATO COSI' 1, 2, 3, 4, 5, 6......E PER LE RONDELLE HO CONTATO CON LA TABELLINA DEL 3, CIOE' 3, 6, 9, 12, 15....



Un elemento importante è che non ci si limita ai primi 10 numeri, solo successivamente quando si passerà agli algoritmi si capirà il senso del fermarsi a 10 nelle tabelline per le regole del sistema posizionale

Uno stralcio di conversazione

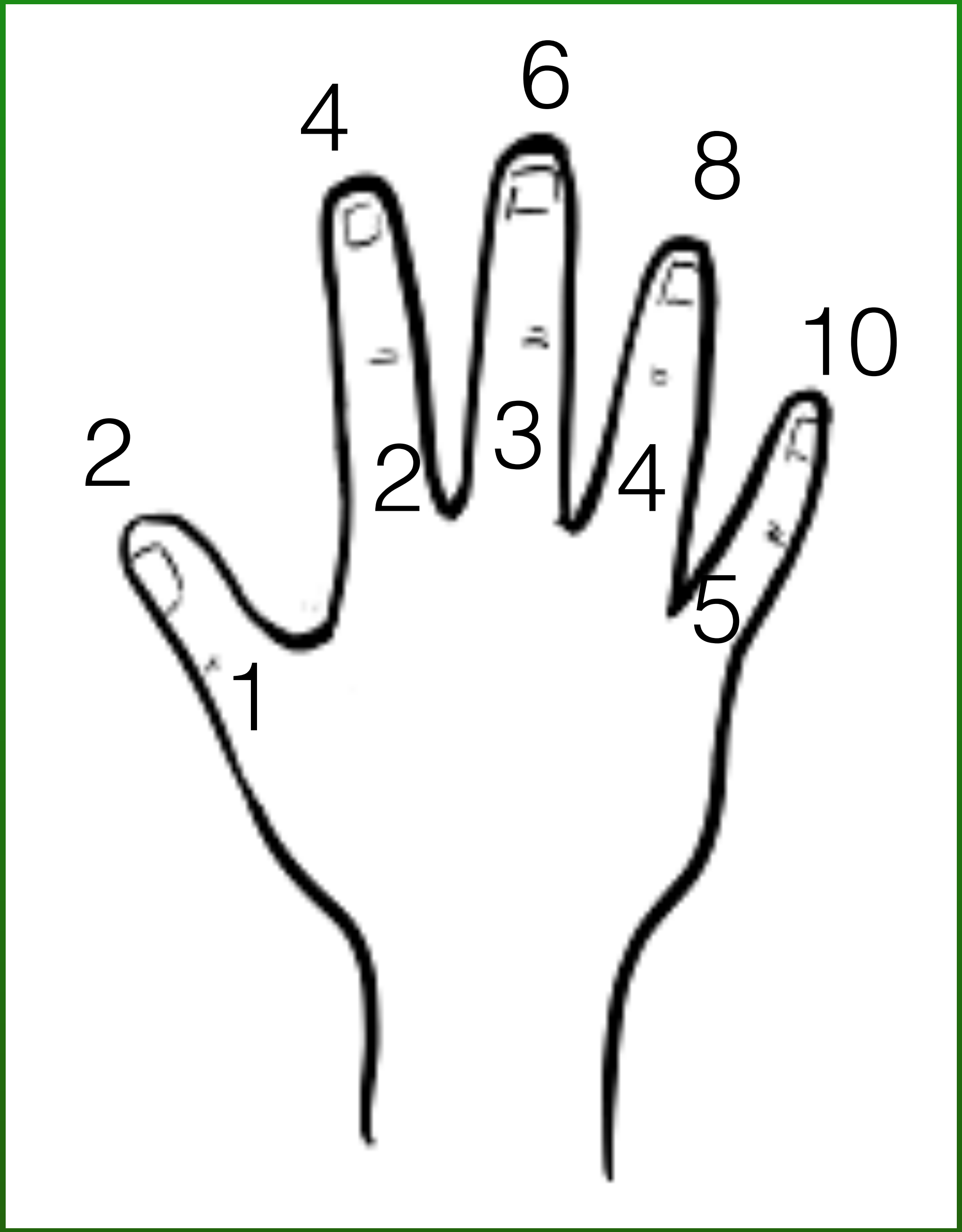
….. viene fuori che le tartine **si contano una per una**, anche le fette di pane che sono **tante quante** le tartine, i pezzi di cioccolato invece **si contano due per due**.

……

Cristian: (i bambini sono arrivati a ipotizzare di dover fare 10 tartine…)
'Ma quante dobbiamo ancora farne?'
Andrea: 'Si può arrivare fino a 20'.
Ins: 'Perché proprio 20?'
Andrea: 'Perché noi abbiamo studiato i numeri fino a 20'
Ins: 'E quindi in una classe dove ci sono 25 bambini qualcuno deve rimanere senza tartina?'
Rebecca: 'No, si fanno più tartine'.
Ins: 'E per una classe da 30 bambini?'
Massimiliano: 'Sì, deve comprare più pane e cioccolato'
Ins: 'Fino a quanto posso continuare?'
Kevin: 'Fino a 200'
Ins: 'Non posso farne 200 e una?'
Massimiliano: 'Posso farne all'infinito'

Il doppio conteggio

- Come usiamo le mani per contare in questo caso?
- La strategia più evoluta è quelle che richiede la memorizzazione delle «tabelline»: alzo il primo dito e dico 2, alzo il secondo dito e dico 4….
- In pratica mettiamo in relazione l'1 con il 2, il 2 con il 4 e così via… come nella tabella.
- In questo modo le tabelline diventano scontate! Non pensate che anche un cosiddetto «discalculico» potrebbe arrivare fin qui?



Le torte e le banane

- Le frazioni fanno parte del «campo concettuale» delle «strutture moltiplicative», quindi la loro concettualizzazione è legata strettamente con quella della **moltiplicazione** e della **divisione**.
- Uno degli ostacoli che si presentano nel comprendere il significato delle frazioni è quello della differenza tra l'operare con grandezze **continue** o **discrete:** le torte fanno operare nel continuo, le banane nel discreto.

Quale modello di frazione?

- L'ostacolo concettuale (e didattico) è unificare in un **unico modello di frazione** due situazioni apparentemente molto diverse.
- Come ragionare su torte e banane senza perdere il controllo della situazione?
- Forse tutto dipende da come si è concettualizzata la moltiplicazione fin dall'inizio.

La moltiplicazione e la sua inversa

- La moltiplicazione contiene già tutto.
- Consideriamo il problema: ***3 bambini hanno 4 figurine ciascuno… quante figurine?***

Quando scriviamo **3 x 4 = 12** abbiamo nello stesso momento anche le due situazioni inverse

n. bambini	**figurine per bambino**	**totale figurine**
…..	**x 4 =**	**12**

n. bambini	**figurine per bambino**	**totale figurine**
3	**x …. =**	**12**

La moltiplicazione e la sua inversa

- La moltiplicazione contiene già tutto.
- Consideriamo il problema: ***3 bambini hanno 4 figurine ciascuno… quante figurine?***
- ***…***che traduciamo poi con due divisioni:

totale figurine	figurine per bambino	n. bambini
12	: 4 =	…..

totale figurine	n. bambini	figurine per bambino
12	: 3 =	……

Significati e contesti

- Il contesto dà significato ai termini della divisione ma ad un certo punto bisognerà uscire dalle situazioni contestualizzate per fare una riflessione puramente matematica.

- Ragionando sulla divisione come inversa della moltiplicazione il discorso può evolvere in molti modi ad esempio i bambini potrebbero chiedersi che risultato dia una divisione come **11 : 3** dal momento che l’11 non è nella tabellina del 3 e rendersi conto dell’esigenza di «inventare» nuovi numeri, i razionali, per poter fare parti uguali (nei casi in cui è possibile farlo!)

- Ma di questo parleremo un’altra volta….

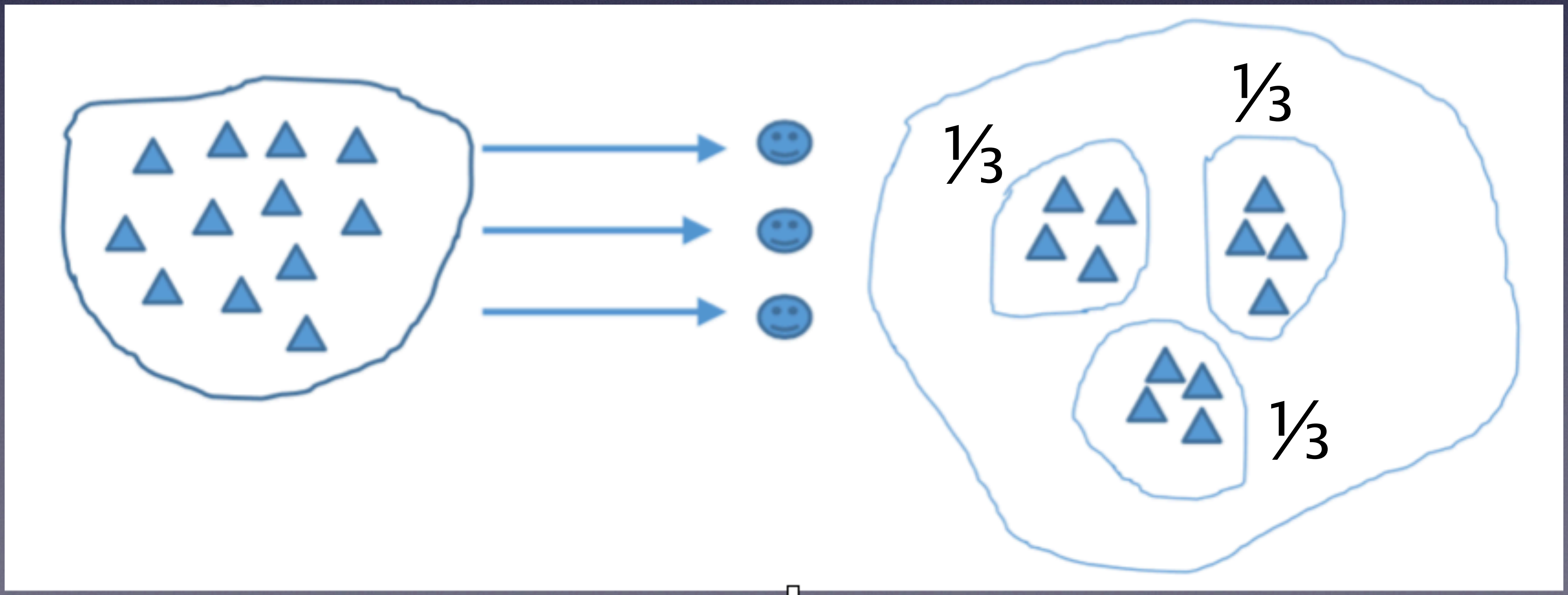
Una soluzione

- Consideriamo ora un punto di vista della situazione che forse ci aiuta a mettere insieme tanti discorsi che di solito vengono tenuti separati.

- Ragioniamo sul problema delle figurine nella sua formulazione inversa: ***3 bambini vogliono dividersi in parti uguali 12 figurine... quante ne toccano a ciascuno di loro.***

- "Distribuendo, dividendo" ogni bambino avrà 4 figurine, ma, nello stesso tempo, quel risultato ci pone di fronte al fatto che l' "insieme" iniziale contiene **tre insiemi** <u>in sé</u> **ciascuno di 4 elementi.**

- Ma questo è allora un **confronto** tra due insiemi, il secondo insieme confrontato con il primo, il 4 confrontato con il 12 considerato come tutto.
- Chiamiamo **rapporto** questo confronto.
- Possiamo leggerlo dicendo che ogni bambino riceve **⅓ delle figurine.**



- Abbiamo introdotto quindi un **nuova forma di rappresentazione della divisione** che ci è utile perché evidenzia un **confronto**.

- Se generalizziamo questa modalità dove possiamo arrivare?

- Costruiamo un insieme di nuovi strumenti che ci porterà… in un nuovo mondo.

- I bambini che superano l’ostacolo delle frazioni come operatori nel caso discreto/continuo hanno come strumento qualcosa di simile a quel che abbiamo illustrato prima: **interpretano le frazioni come divisioni perché formano parti uguali.**

- A questo punto una «fetta di torta» e un «gruppo di banane» che sono il risultato di questo frazionamento si possono trattare nello stesso modo.

Il significato intuitivo

- Le prime rappresentazioni di frazione che i bambini vedono a scuola sono **frazioni di aree**, la classica torta o delle figure come il quadrato o il rettangolo

CONTINUO

- E se invece di fare parti uguali di un'area dobbiamo **fare parti uguali di caramelle**? Possiamo esprimere questo fatto con una **divisione** …ma anche con una **frazione**.

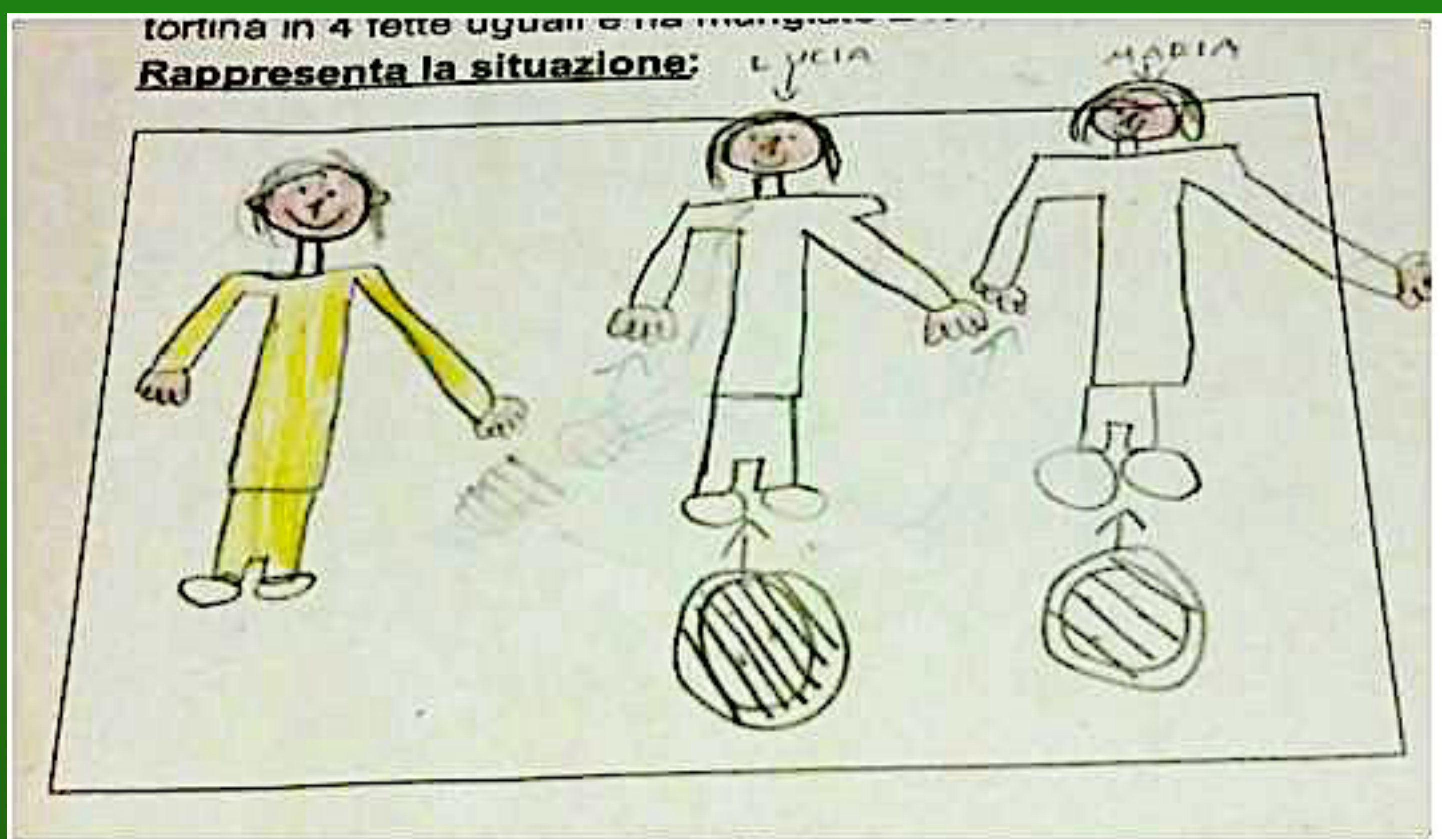
DISCRETO

Classe terza

Le torte di Maria e Lucia

- "La mamma ha fatto due tortine uguali e ne ha data una a Lucia e una a Maria. Lucia ha diviso la sua tortina in 8 fette uguali e ha mangiato 3 fette. Maria ha diviso la sua tortina in 4 fette uguali e ha mangiato 2 fette."

CONTINUO



Maria ha una torta da 4 fette.
Lucia ha una torta da 8 fette.
Però Maria ha le fette più grandi di quelle di Lucia quindi sono di meno. Per questo Maria ne ha mangiate di più di fette.
Tre fette di Lucia sono grandi come una fetta di Maria ci sembra.

Elisa e Cecilia

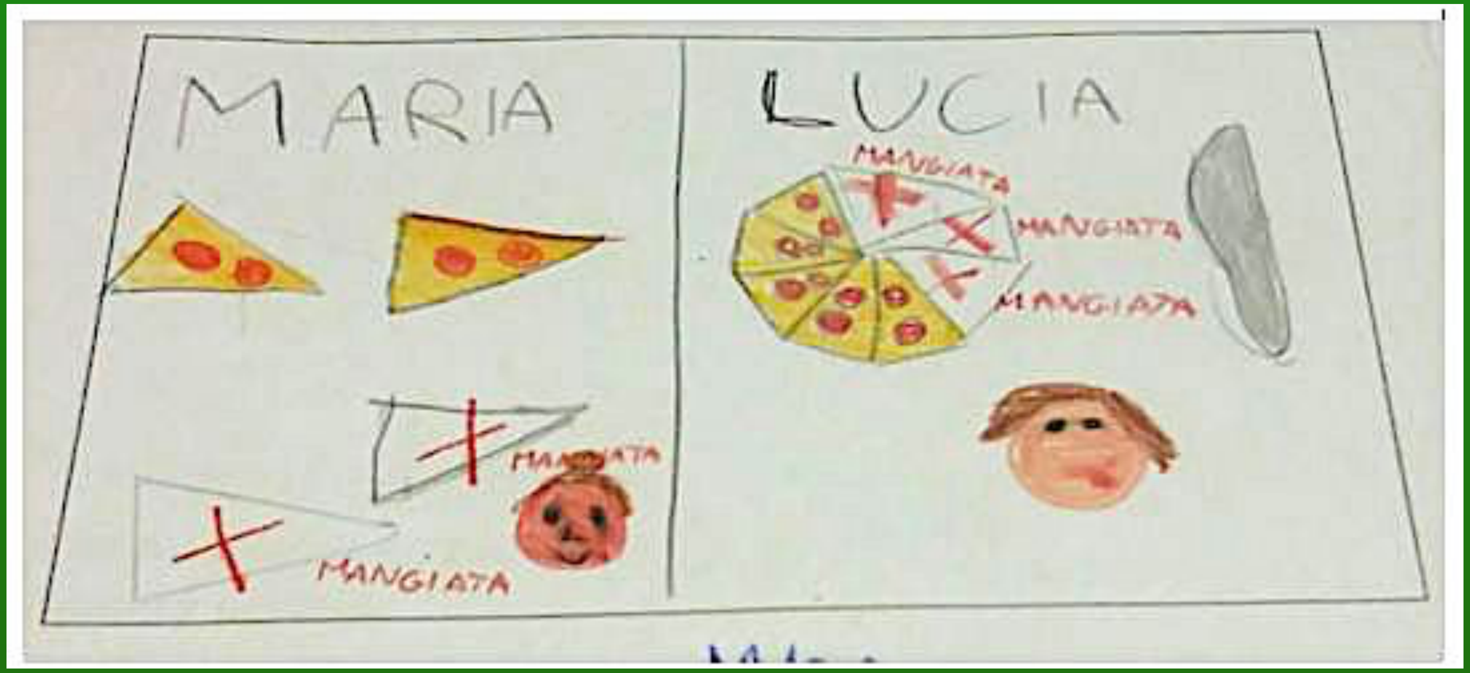
Le torte di Maria e Lucia

Noi abbiamo diviso le torte in 4 (fette) e in 8 (fette). Poi abbiamo fatto -2 è -3 e Lucia ne ha mangiate più fette di Maria.

Gabriele e Samuele

Classe terza

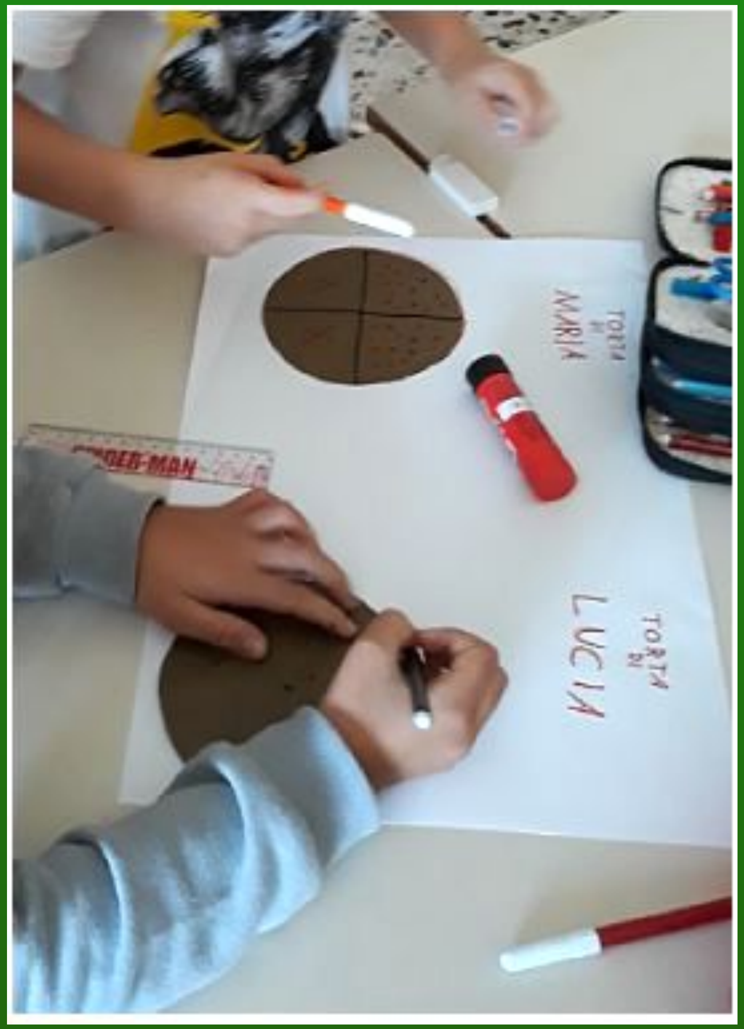
Le torte di Maria e Lucia

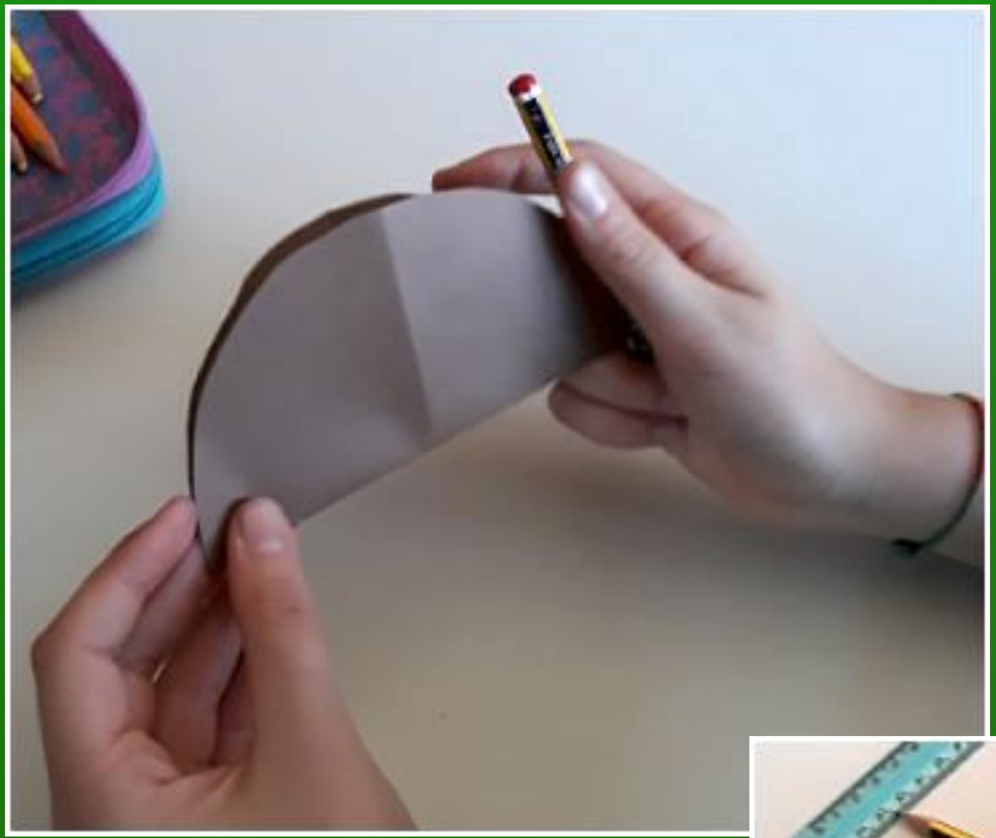


Ha mangiato più torta Maria perché Maria l'ha divisa in 4 fette e quindi saranno più grandi quindi Maria ne ha mangiato di più. Secondo noi Maria ne ha mangiato di più anche perché le fette sono più grandi di quelle di Lucia quindi c'è ne sono di meno (di fette) ma sono il doppio. Due fette di Lucia valgono una fetta di Maria.

Cesare e Giorgio

Come superare l’ostacolo?



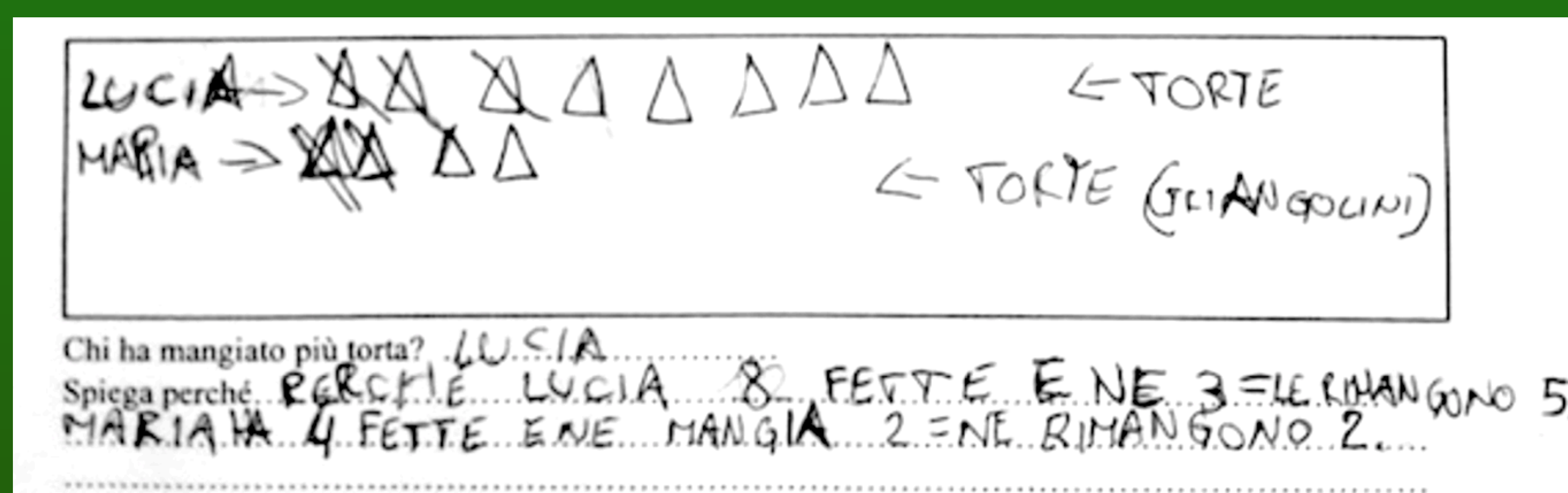


Come superare l'ostacolo?

Se l'ostacolo non viene affrontato permane

La rappresentazione è corretta ma il ragionamento è sui numeri interi

Rappresentazione e ragionamento sono coerenti… nell'errore



Dalla discussione…

Ins: a che cosa dovevate stare attenti in questa consegna?
Vittoria: cercare di fare le torte e le fette uguali e poi capire chi mangiava più torta
Ale B: come ha detto Vittoria.. è sempre quello, ma non dovevamo farci fregare dalla frazione scritta, come 3/8 e 2/4 , cioè da tutti i numeri della frazione, perché a noi sembra più grande colorare 3 parti invece di 2, ma non è vero
Se tu dividi ... meno parti fai, più le fette sono grandi, più fette fai, più le fette sono piccole (come aveva scritto il gruppo di Giulia)
Kevin: secondo me è giusto quello che ha detto Ale
Quindi Maria mangia più torta.
Samuele: io concordo, perché uno penserebbe a occhio, che mangia più torta Lucia, però 8 parti sono più piccole.
Io pensavo...c’e anche un altro modo per vedere chi mangia più torta: 2 è la metà di 4, quindi puoi sapere che l’intero è da 4 quindi tu ne mangi la metà.

Dalla discussione…

Se guardate questa frazione, cosa pensate?
Alice: che 2 è la metà di 4
Samu: in che senso?
Alice: la metà di 4 è 2
Samuele: nella frazione dovete colorare solo 2 parti su 4. 4 è l'intero e la metà di 4 è 2
Gabri: questa cosa vale solo quando c'è la metà
Ci fosse 4/7 prendi 4 su 7, quindi non c'è la metà
Samuele: se guardate 3/8…. Quel 3 non è la metà di 8 quindi mangia meno della metà e quindi 2/4 vuol dire che mangia di più, perché è la metà .

La metà è sempre un pivot cognitivo

Classe quarta

Le banane e le scimmiette

6. Rappresenta la situazione e rispondi:

La scimmietta Cita ha 12 banane e ne mangia un quarto.
Anche la scimmietta Giò ha 12 banane e ne mangia un terzo.

Quale scimmietta ha mangiato più banane? ……………………
Spiega perché……………………………………………………

DISCRETO

l'uso del «ne»: un terzo di che cosa?

Qui compare il linguaggio delle frazioni: **un quarto** e **un terzo.**

Il ragionamento dei bambini è fisso sugli interi.

un quarto = 4 banane

un terzo = 3 banane

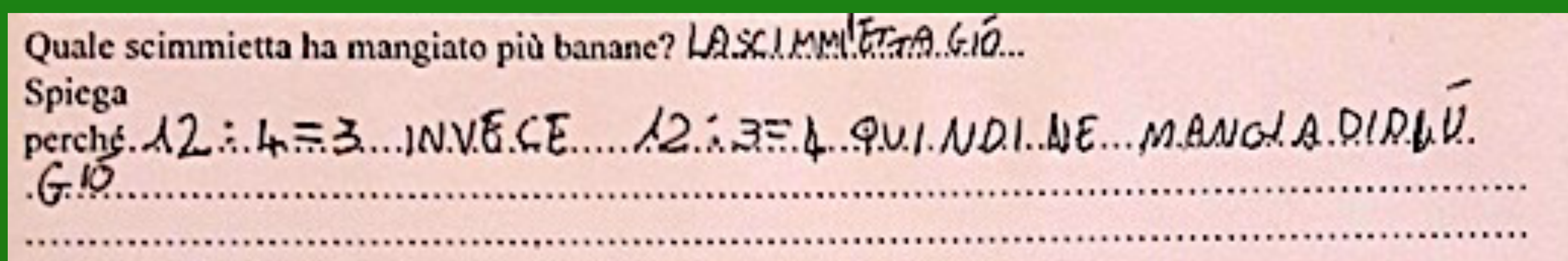
Quale scimmietta ha mangiato più banane? …CITA…

Spiega perché…UN QUARTO SECONDO ME, VUOL DIRE 4 BANANE… …INVECE, SECONDO ME UN TERZO VUOL DIRE 3 BANANE

Come superare l’ostacolo?

Chi lo supera fa ricorso

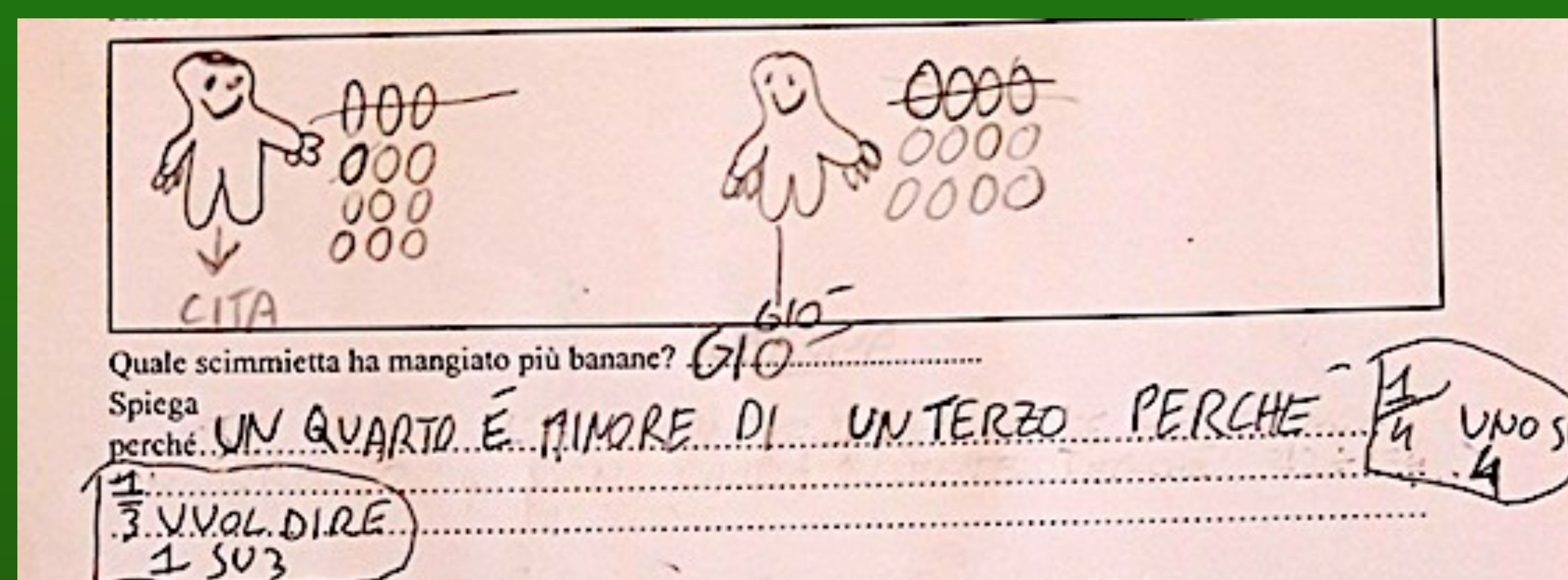
- alla **divisione** come altro modo di ottenere «parti uguali»


Quale scimmietta ha mangiato più banane? LA SCIMMIETTA GIÓ
Spiega perché 12 : 4 = 3 INVECE 12 : 3 = 4 QUINDI NE MANGIA DI PIÙ.
GIÒ

¼ **è come** :4
⅓ **è come** :3

- ad una forma di **rappresentazione**

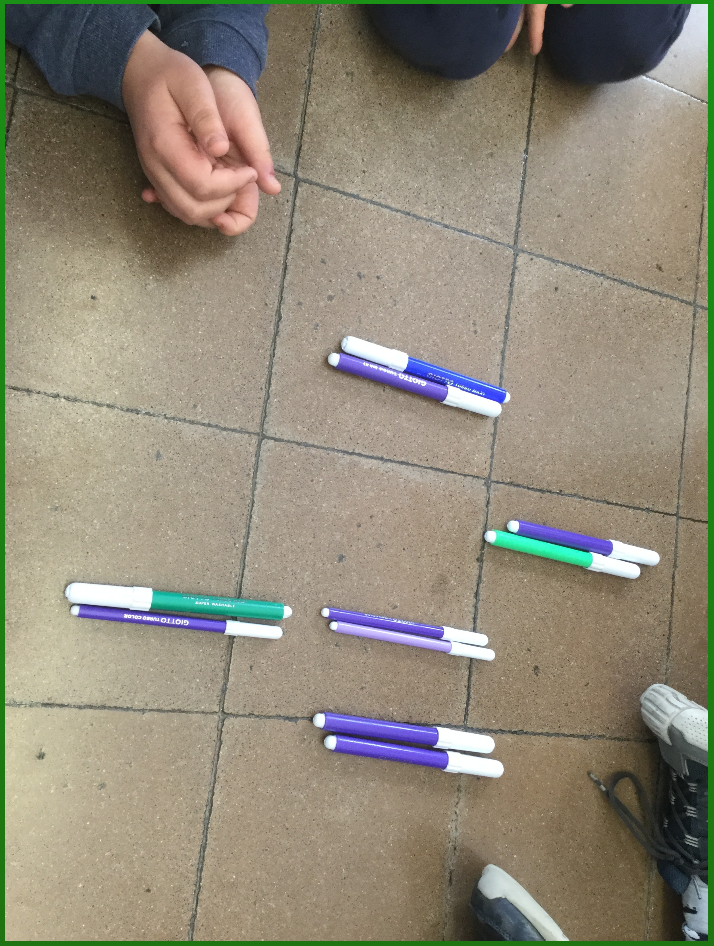
¼ letto come **1 su 4**
è sicuramente un altro
pivot cognitivo
Potrebbe diventare
di 4 … 1 (lettura alla cinese)?



Dalla discussione ….

- I bambini lavorando a gruppi si pronunciano rispetto a tre affermazioni: sono vere o false? perché?
- **Cita mangia 1/4 di banane:** vero
- **Gio mangia 1/3 di 12 banane:** vero.
- **Cita mangia 3 banane**: 2 gruppi dicono «vero»: la scimmietta ne mangia un quarto, perché abbiamo provato a dividere le banane di Cita in 4 gruppi e nei 4 gruppi le banane erano 3 per gruppo; la consegna dice che Cita ne mangia 1/4.
- 2 gruppi dicono «falso»: perché ne mangia 4 e non 3
- Ins: Prima di tutto cosa vuol dire 1/4 di 12 banane?
- Simone: divido 12 banane in 3 parti
- …..Mangia 4 banane su 12
- Alessandro: secondo me mangia una banana su 4
- Iris: noi abbiamo diviso le banane in 4 gruppi da 3, 1/4 è una parte dei 4 gruppi di banane.

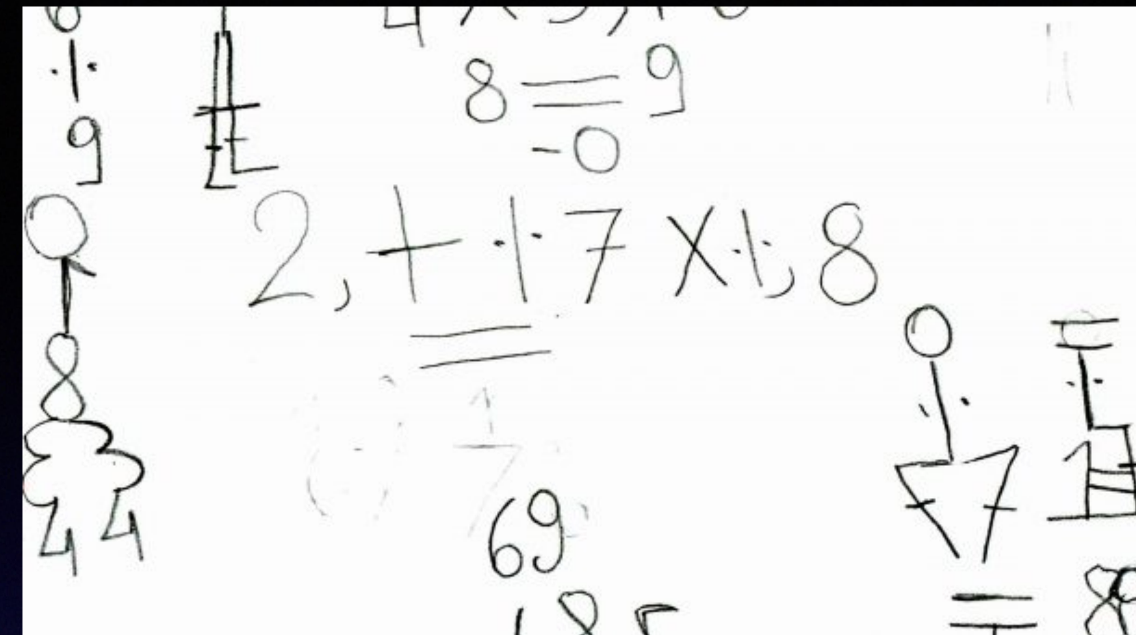
Dalla discussione ….



- ………
- Ins: Quindi scusate… se devo trovare 1/4 di 20….
- Cosa faccio…
- Samu: devi dividere il 20 in 4 parti e quindi fa 5.
- Ins: Siete d'accordo? Tutti? Sii.
- Alessia: puoi anche fare 4 x….. fa 20

www.mce-fimem.it

Manifesto sull'insegnamento della Matematica



ricerca nel sito: manifesto matematica

Giornata di Studio il ***14 dicembre*** *a Roma*

Collana RicercAzione

Le strutture moltiplicative. Nuove pratiche didattiche per superare gli «inciampi»