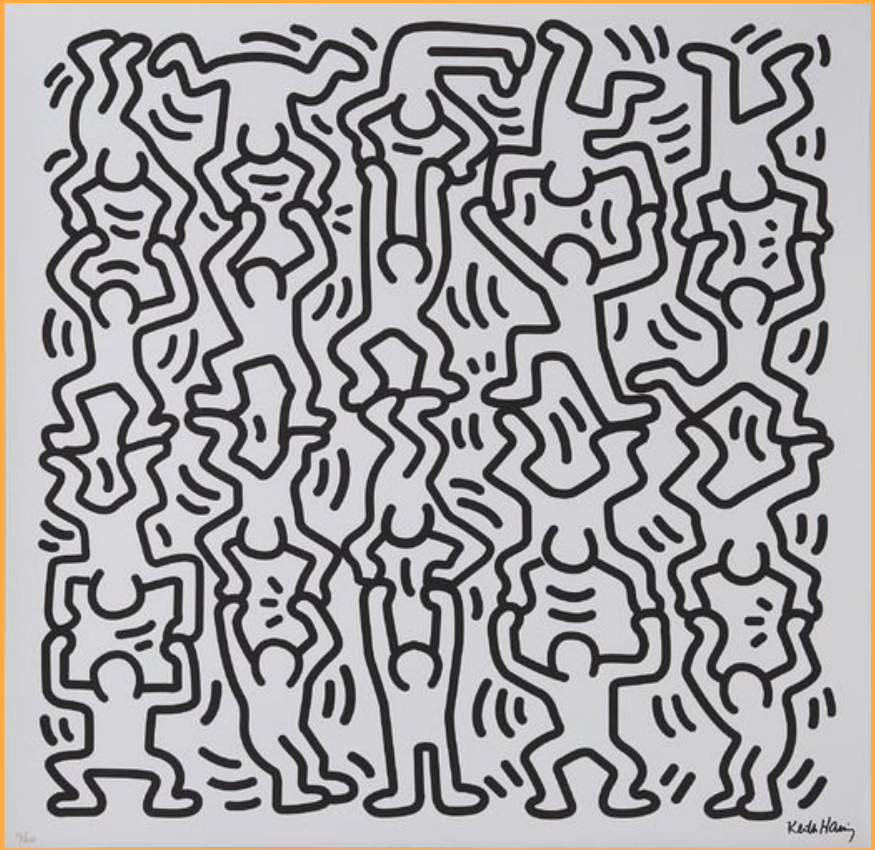
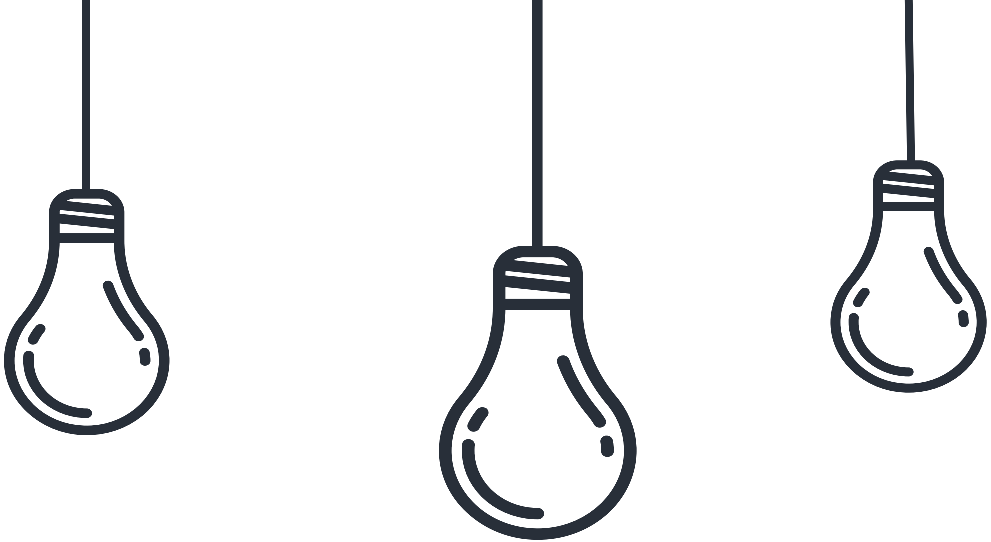
RESTIAMO CONNESSI



Serena Gallipoli - Francesca Olivero - Chiara Tallone



L'attività che vi proponiamo oggi inizialmente è stata proposta nel progetto **MATEPRATICAMENTE** come laboratorio e poi è stata sviluppata in classe come attività di potenziamento di matematica

Restiamo Connessi

NUCLEO DI RIFERIMENTO	Numeri

Restiamo Connessi

NUCLEO DI RIFERIMENTO	Numeri
GRADO SCOLASTICO	Scuola secondaria di primo e secondo grado

Restiamo Connessi

NUCLEO DI RIFERIMENTO	Numeri
GRADO SCOLASTICO	Scuola secondaria di primo e secondo grado
STRUMENTI	Mattoncini di legno, fogli di carta e penne/matite

Restiamo Connessi

NUCLEO DI RIFERIMENTO	Numeri
GRADO SCOLASTICO	Scuola secondaria di primo e secondo grado
STRUMENTI	Mattoncini di legno, fogli di carta e penne/matite
OBIETTIVI	Risolvere problemi ricorrendo a modelli materiali e ad opportuni strumenti di rappresentazione

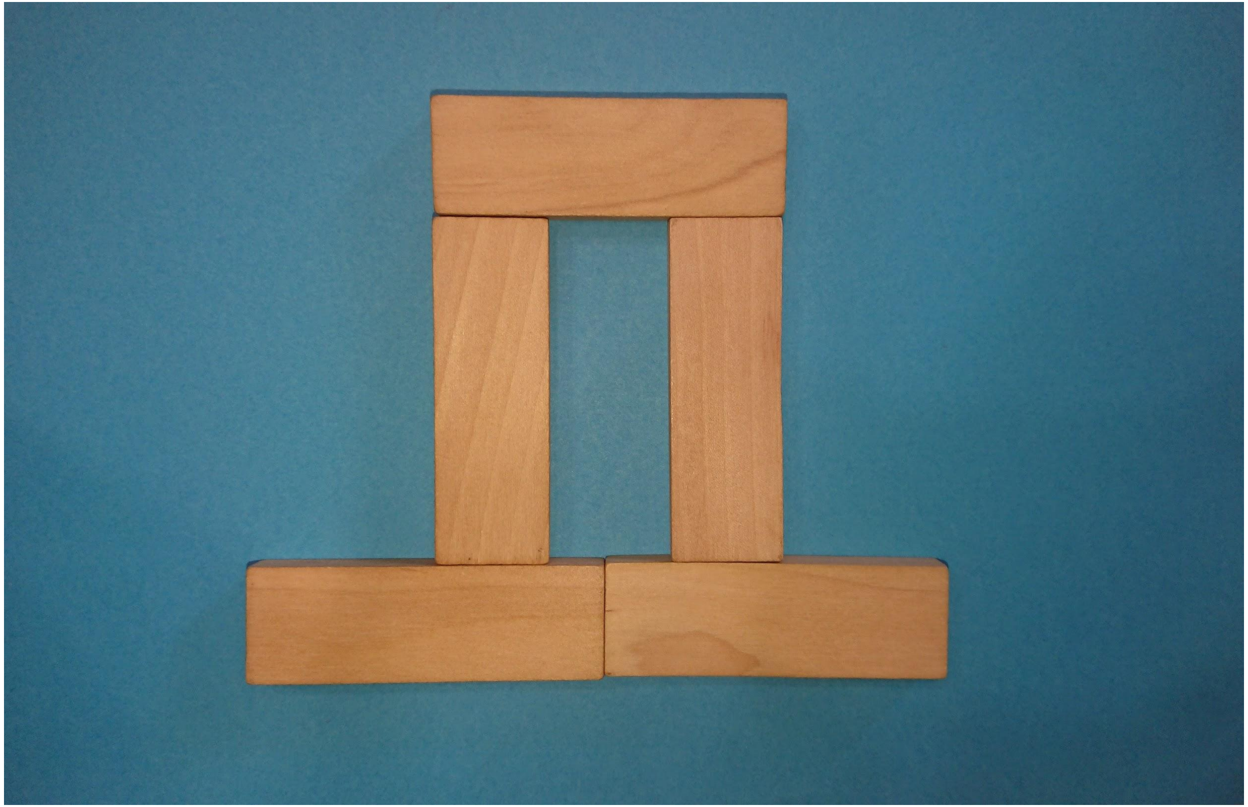
Restiamo Connessi

NUCLEO DI RIFERIMENTO	Numeri
GRADO SCOLASTICO	Scuola secondaria di primo e secondo grado
STRUMENTI	Mattoncini di legno, fogli di carta e penne/matite
OBIETTIVI	Risolvere problemi ricorrendo a modelli materiali e ad opportuni strumenti di rappresentazione
METODOLOGIA	Attività laboratoriale

Domanda 1

Dati cinque mattoncini, è possibile disporli in modo tale che ognuno ne tocchi esattamente altri **2**?

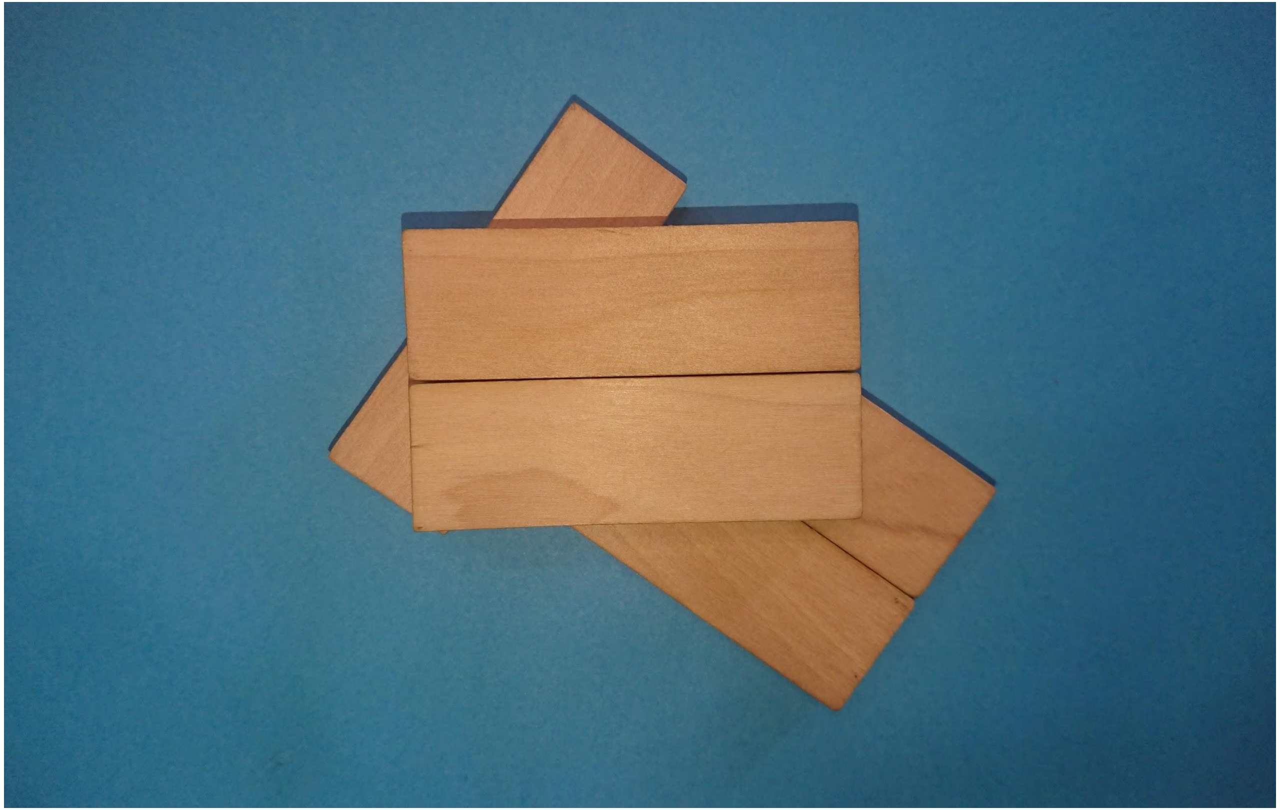
ad esempio...



Domanda 2

E' possibile disporli in modo tale che ognuno ne tocchi esattamente altri 4?

ad esempio....



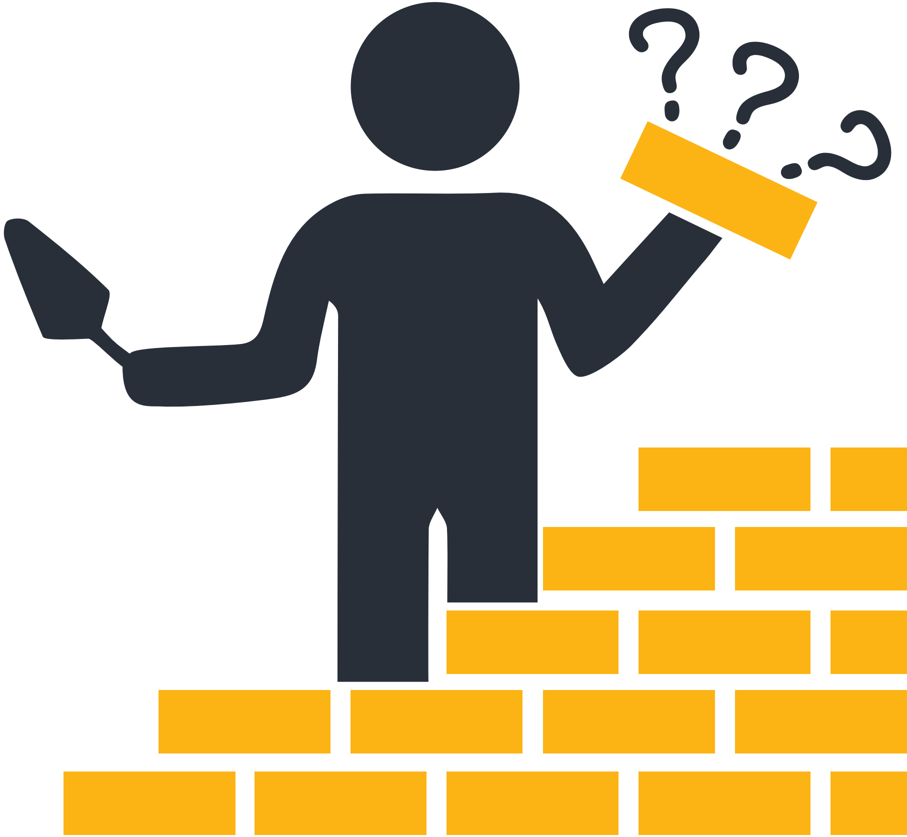
Domanda 3

... e in modo tale che ognuno tocchi esattamente altri 3 mattoncini?

… è possibile trovare una configurazione con tali proprietà?

NO

Sì



provando e
riprovando...

provando e riprovando...

4 mattoncini ne toccano altri 3

1 mattoncino ne tocca solo 2

provando e riprovando...

4 mattoncini ne toccano altri 3

1 mattoncino ne tocca solo 2

4 mattoncini ne toccano altri 3

1 mattoncino ne tocca altri 4

… e se i mattoncini fossero 4?

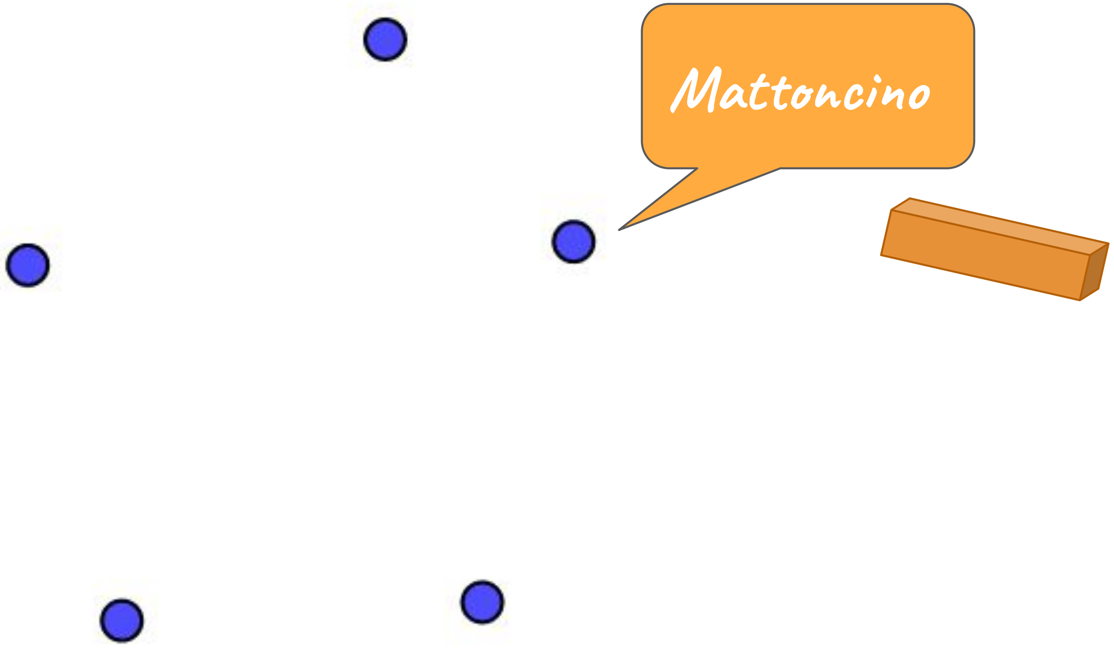
... e se i mattoncini fossero 4?

... e se i mattoncini fossero 6?

Rappresentazioni grafiche del problema

Domanda 1

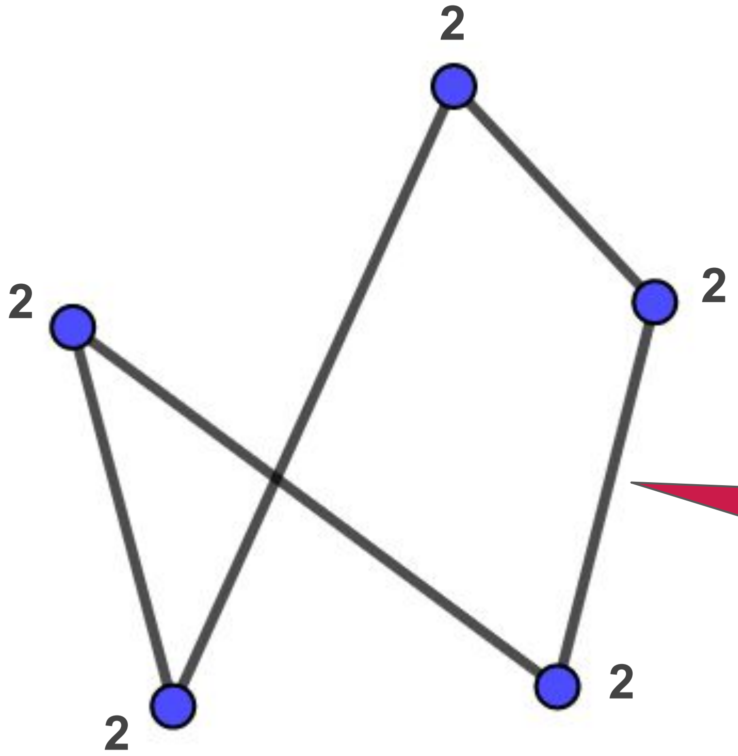
Dati cinque mattoncini, è possibile disporli in modo tale che ognuno ne tocchi esattamente altri **2**?



Rappresentazioni grafiche del problema

Domanda 1

Dati cinque mattoncini, è possibile disporli in modo tale che ognuno ne tocchi esattamente altri 2?

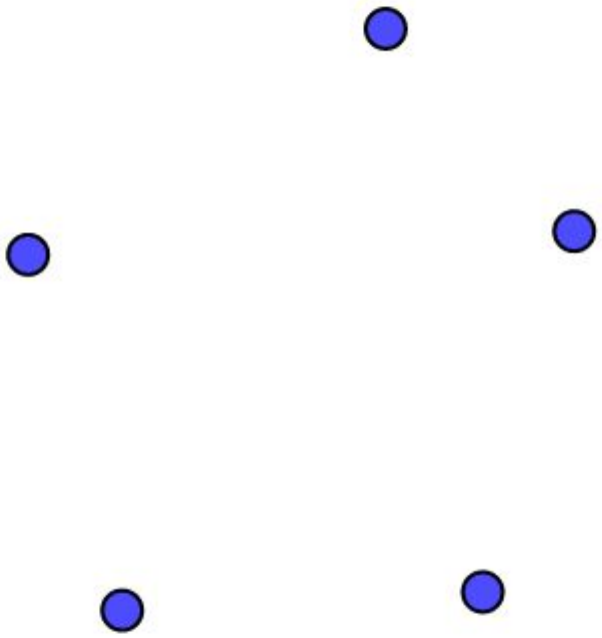


i due mattoncini si toccano

Rappresentazioni grafiche del problema

Domanda 2

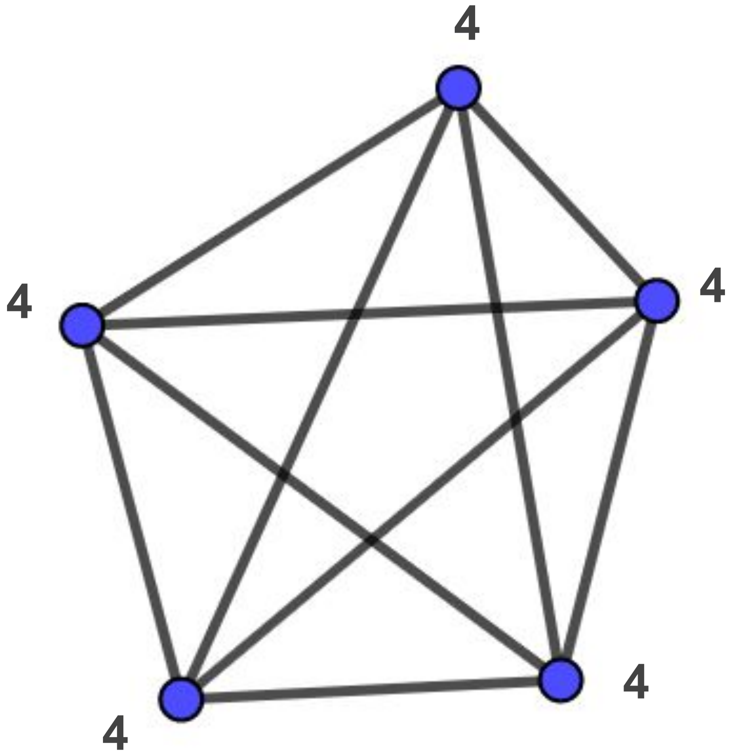
Dati cinque mattoncini, è possibile disporli in modo tale che ognuno ne tocchi esattamente altri 4?



Rappresentazioni grafiche del problema

Domanda 2

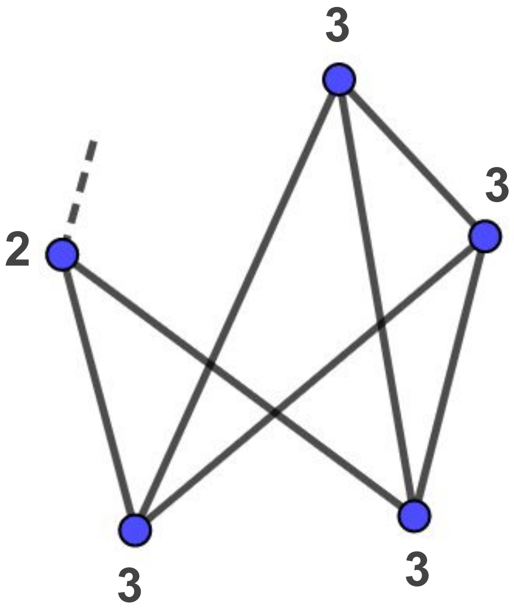
Dati cinque mattoncini, è possibile disporli in modo tale che ognuno ne tocchi esattamente altri 4?

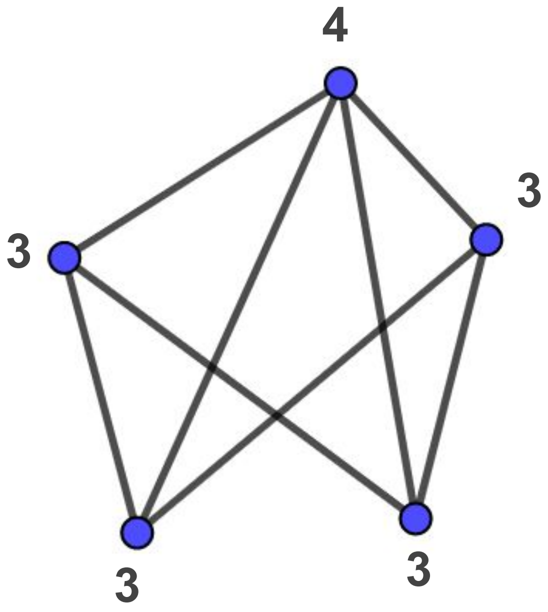


Rappresentazioni grafiche del problema

Domanda 3

Dati cinque mattoncini, è possibile disporli in modo tale che ognuno ne tocchi esattamente altri **3**?

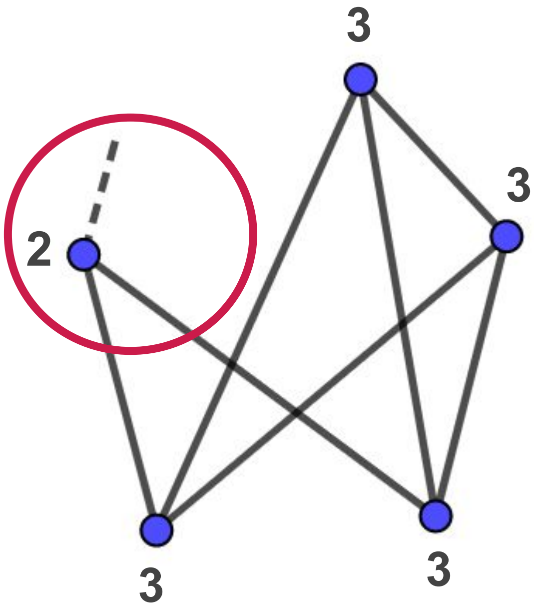


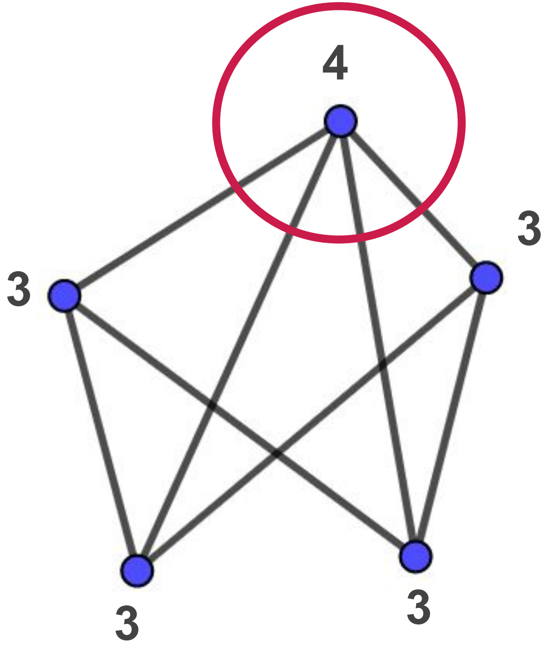


Rappresentazioni grafiche del problema

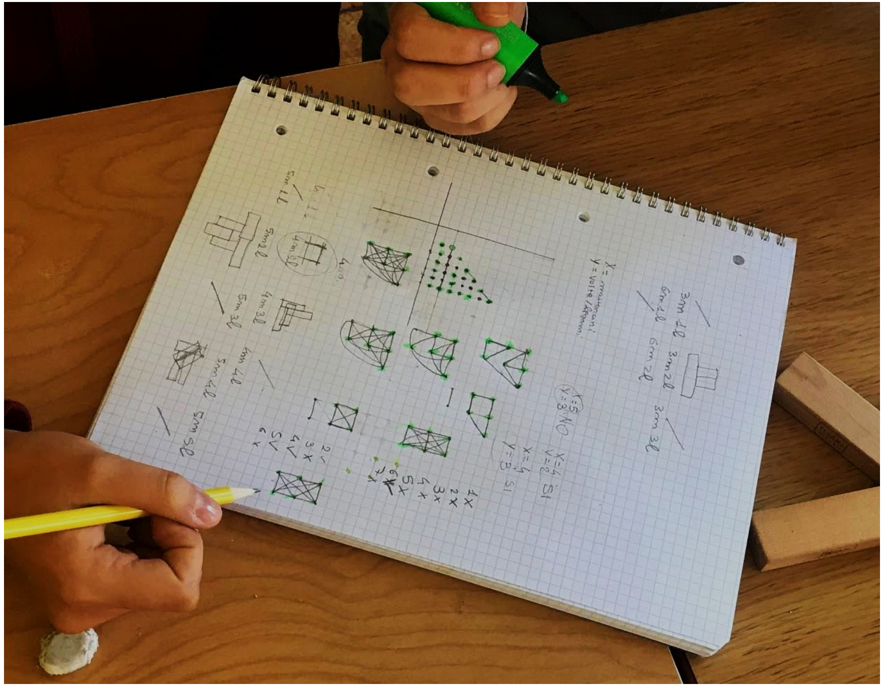
Domanda 3

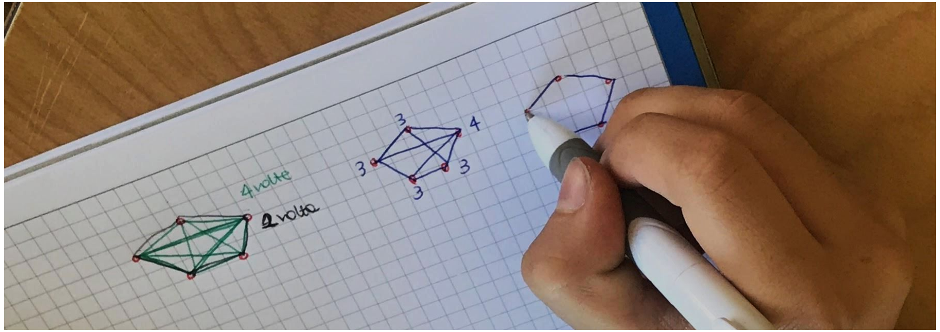
Dati cinque mattoncini, è possibile disporli in modo tale che ognuno ne tocchi esattamente altri **tre**?

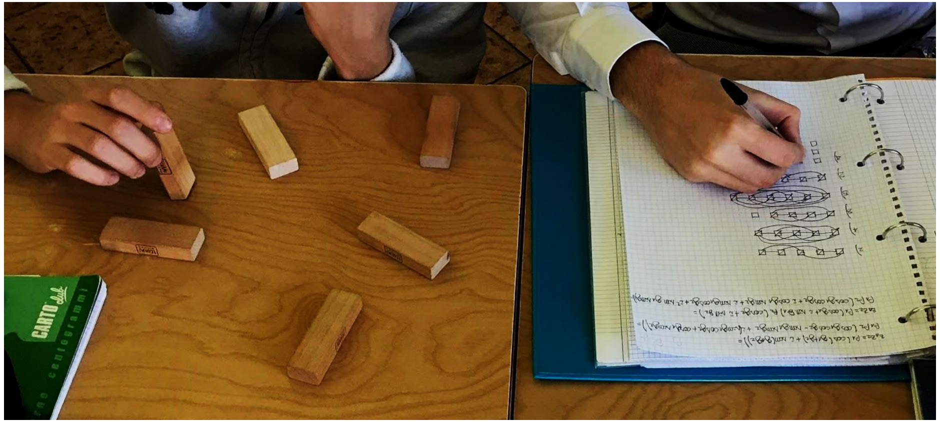




Rappresentazioni grafiche degli studenti



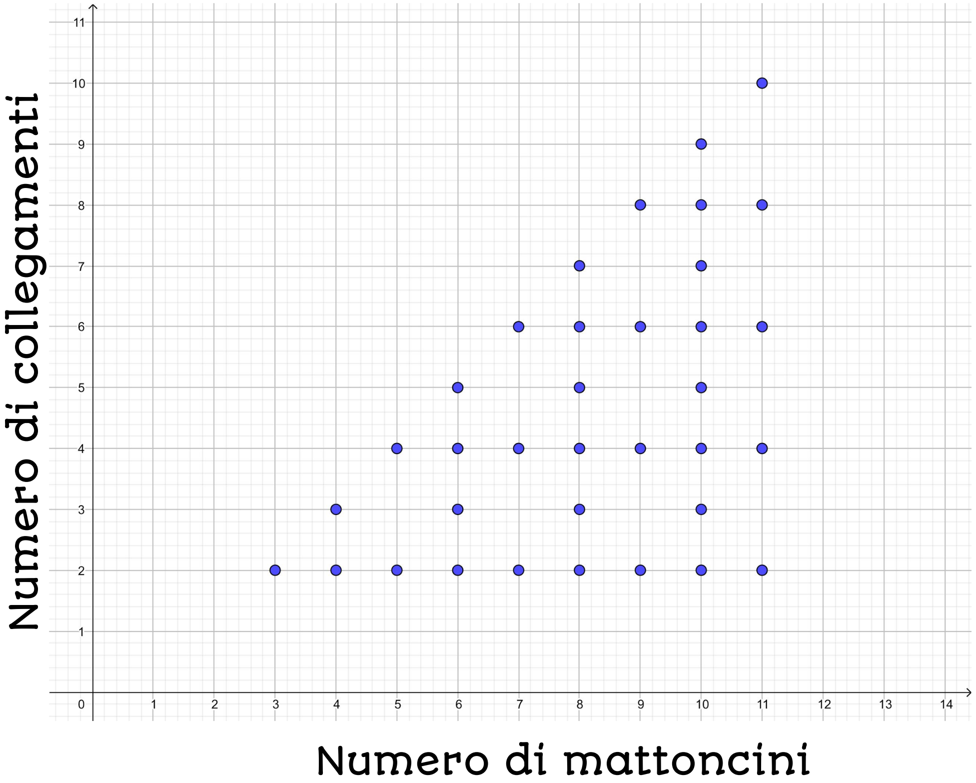




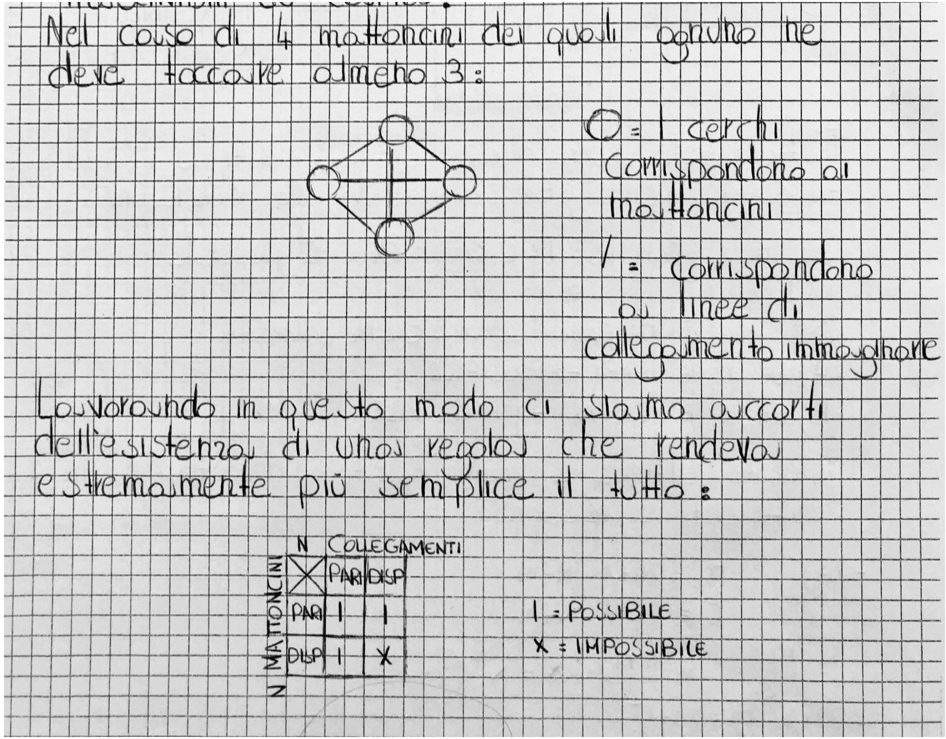
Potenziamento di Matematica - Classi da 1° a 4°
Liceo Scientifico "Collegio San Giuseppe" (TO)

Altre rappresentazioni grafiche

		Numero di mattoncini					
		3	4	5	6	7	8
Numero di collegamenti	2	sì	sì	sì	sì	sì	sì
	3	no	sì	no	sì	no	sì
	4	no	no	sì	sì	sì	sì
	5	no	no	no	sì	no	sì
	6	no	no	no	no	sì	sì
	7	no	no	no	no	no	sì



Rappresentazioni degli studenti



Nel caso di 4 mattoncini dei quali ognuno ne deve toccare almeno 3:

O = I cerchi corrispondono ai mattoncini

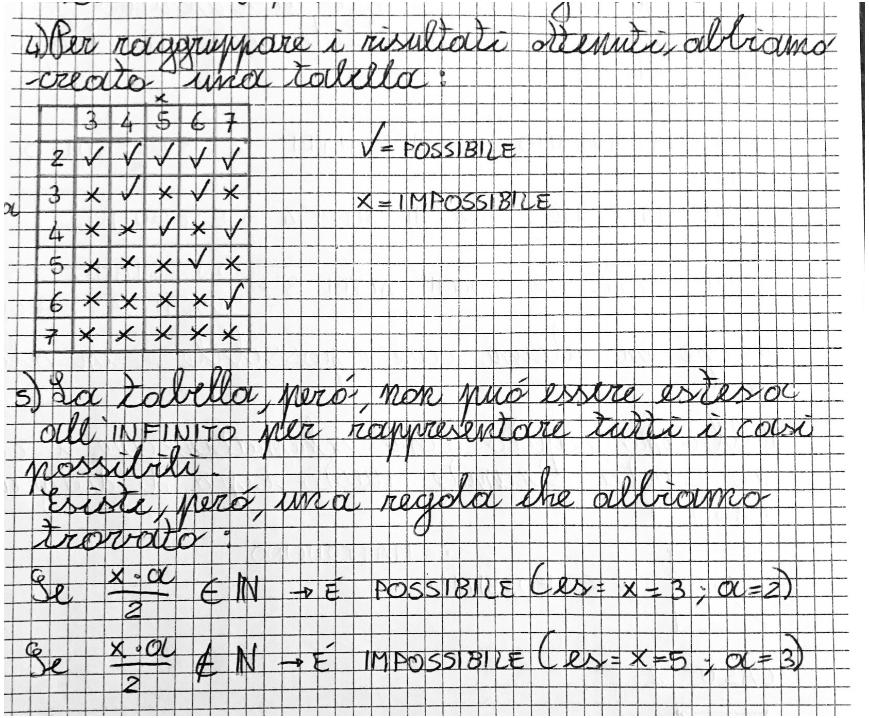
/ = corrispondono ai linee di collegamento immaginarie

Lavorando in questo modo ci siamo accorti dell'esistenza di una regola che rendeva estremamente più semplice il tutto:

N MATTONCINI \ N COLLEGAMENTI	PARI	DISP
PARI	I	I
DISP	I	X

I = POSSIBILE

X = IMPOSSIBILE



4) Per raggruppare i risultati ottenuti, abbiamo creato una tabella:

a \ x	3	4	5	6	7
2	✓	✓	✓	✓	✓
3	×	✓	×	✓	×
4	×	×	✓	×	✓
5	×	×	×	✓	×
6	×	×	×	×	✓
7	×	×	×	×	×

√ = POSSIBILE

X = IMPOSSIBILE

5) La tabella, però, non può essere estesa all'INFINITO per rappresentare tutti i casi possibili.
Esiste, però, una regola che abbiamo trovato:

Se $\frac{x \cdot a}{2} \in \mathbb{N} \to$ É POSSIBILE (es: $x = 3$; $a = 2$)

Se $\frac{x \cdot a}{2} \notin \mathbb{N} \to$ É IMPOSSIBILE (es: $x = 5$; $a = 3$)

Vogliamo dunque dimostrare che
il numero dei collegamenti per
mattoncino moltiplicato per
il numero di mattoncini diviso 2
sia un numero naturale.

Dimostrazione

Siano:

m = # mattoncini
c = # collegamenti per mattoncino

Bisogna far vedere che:

$$\boxed{\frac{m \cdot c}{2} \in \mathbb{N}}$$

Dimostrazione

Se m è pari: $\boldsymbol{m = 2x}$ con $x \in N$

- <u>c pari</u>: $c = 2y$ con $y \in N, c < m$

$$\frac{m \cdot c}{2} = \frac{4xy}{2} = 2xy \in \mathbb{N}$$

Dimostrazione

Se m è pari: $\boldsymbol{m} = \mathbf{2}\boldsymbol{x}$ con $x \in N$

- <u>c pari</u>: $c = 2y$ con $y \in N, c < m$

$$\frac{m \cdot c}{2} = \frac{4xy}{2} = 2xy \in \mathbb{N}$$

- <u>c dispari</u>: $c = 2y + 1$ con $y \in N, c < m$

$$\frac{m \cdot c}{2} = \frac{2x(2y+1)}{2} = 2xy + x \in \mathbb{N}$$

Dimostrazione

Se m è dispari: $\boldsymbol{m = 2x + 1}$ con $x \in \mathbb{N}$

- <u>c pari</u>: $c = 2y$ con $y \in \mathbb{N}, c < m$

$$\frac{m \cdot c}{2} = \frac{(2x+1)2y}{2} = 2xy + y \in \mathbb{N}$$

Dimostrazione

Se m è dispari: $\boldsymbol{m = 2x + 1}$ con $x \in \mathbb{N}$

- c pari: $c = 2y$ con $y \in \mathbb{N}, c < m$

$$\frac{m \cdot c}{2} = \frac{(2x+1)2y}{2} = 2xy + y \in \mathbb{N}$$

- c dispari: $c = 2y + 1$ con $y \in \mathbb{N}, c < m$

$$\frac{m \cdot c}{2} = \frac{(2x+1)(2y+1)}{2} = 2xy + x + y + \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$$

Le dimostrazioni degli studenti...

(A) PARI $x = 2n+1$

$a = 2m$

$$\frac{x \cdot a}{2} \in \mathbb{N}?$$

$$\frac{(2n+1)(\cancel{2}m)}{\cancel{2}} = (2n+1)(m) = \overbrace{2nm}^{\in \mathbb{N}} + m \in \mathbb{N}$$

(B) DISPARI $x = 2n+1$

$a = 2m+1$

$$\frac{(2n+1)(2m+1)}{2} = \frac{\overbrace{\overbrace{\overbrace{4nm}^{PARI} + \overbrace{2n}^{PARI} + \overbrace{2m}^{PARI}}^{PARI} + 1}^{DISPARI}}{2} \notin \mathbb{N}$$

Avevamo RAGIONE!!!

Da lì abbiamo provato a trovare delle formule che verificassero tutto ciò.

m = mattoncini

c = legami

se m è pari allora è possibile per ogni $1 < c < m$

se m è dispari allora è possibile se c pari e $1 < c < m$ ed è impossibile se c dispari e $1 < c < m$.

da cui → $\frac{m \cdot c}{2} = \in \mathbb{N}$

se il risultato appartiene ai numeri naturali allora è possibile.

Potenziamento di Matematica - Classi 2° e 3°
Liceo Scientifico "Collegio San Giuseppe" (TO)

Le dimostrazioni degli studenti...

STEP 5 (conclusione)

→ quindi se $\frac{ax}{2} \in \mathbb{N}$ allora è possibile il collegamento

in particolare ...

Se $x = 2n+1$ e

$a = 2m$ (PARI) $\vee$ $2m+1$ (DISPARI)

• DIMOSTRAZIONE PER UN NUMERO DISPARI E COLLEGAMENTO PARI

$$\frac{(2n+1)\cancel{2}m}{\cancel{2}} = \underbrace{2mn + m}_{\in \mathbb{N}} \Rightarrow \in \mathbb{N}$$

• DIMOSTRAZIONE PER NUMERO DISPARI E COLLEGAMENTI DISPARI

$$\frac{(2n+1)(2m+1)}{2} = \underbrace{\underbrace{4mn}_{PARI} + \underbrace{2n}_{PARI} + \underbrace{2m}_{PARI}}_{PARI} + 1$$

$$PARI + 1 = \frac{DISPARI}{2} \notin \mathbb{N}$$

•• DIM PER N. PARI E COLLEGAMENTI PARI/DISP. $\left(\begin{array}{l} x = 2n \\ a = 2m \vee 2m+1 \end{array}\right)$

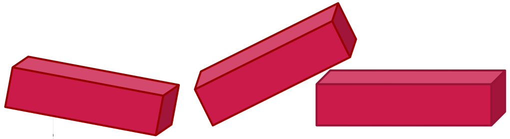
$$\frac{2n \cdot 2m}{2} = \frac{4mn}{2} = \underbrace{2}_{PARI}\underbrace{mn}_{PARI} \in \mathbb{N}$$

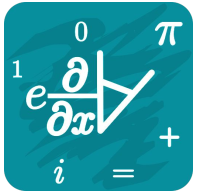
$$\frac{\cancel{2}n(2m+1)}{\cancel{2}} = \underbrace{2mn + n}_{\in \mathbb{N}} \rightarrow \in \mathbb{N}$$

Potenziamento di Matematica - Classe 2° Liceo Scientifico “Collegio San Giuseppe” (TO)

caso reale → **generalizzazione**

rappresentazioni differenti



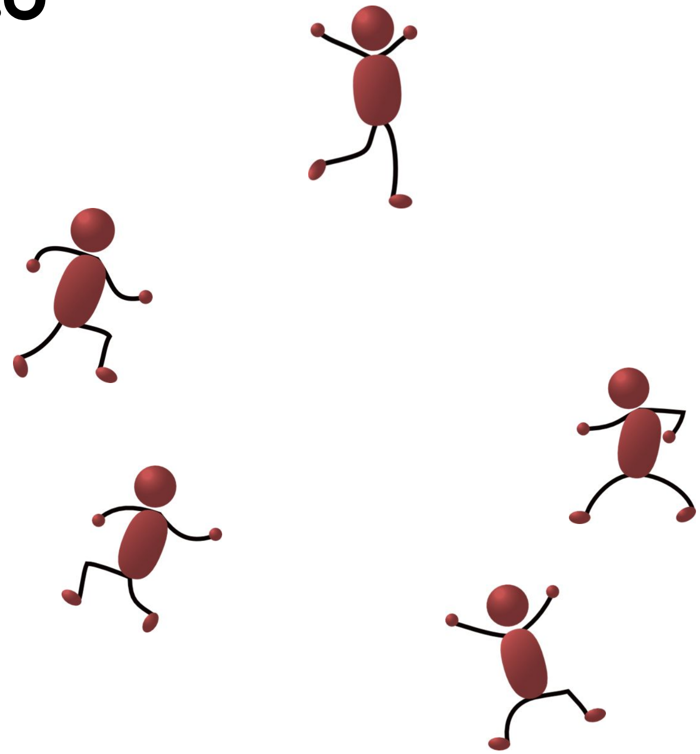


a primo impatto,

Mi sembrava strano che una cosa tanto complicata venisse risolta con una regola così ~~[illegible]~~ semplice, e quasi "fuoriposto" in un caso così complicato. Siamo riusciti, in poche lezioni, da ~~[illegible]~~ capire in venti minuti se undici mattoncini e quattro collegamenti fosse possibile, a capire in pochi secondi se milleduecentottantaquattro mattoncini e settantatre collegamenti fosse possibile. Ecco cosa vuol dire generalizzare.

Il lemma delle strette di Mano

In un grafo, il numero di vertici di grado dispari è pari.

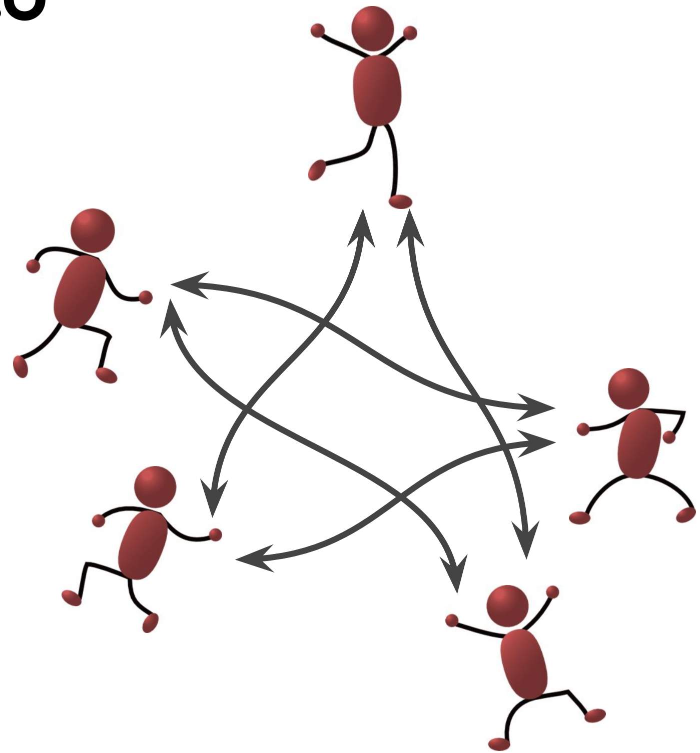


Il lemma delle strette di Mano

In un grafo, il numero di vertici di grado dispari è pari.

Provate tra di voi a stringere un numero dispari di mani.

Il lemma è verificato?



Il lemma delle strette di Mano

Il doppio del numero delle strette di mano
tra un numero finito di persone
è uguale alla somma delle strette di mano
effettuate da ogni singola persona.

Possibili sviluppi

Cos’è Matepraticamente

DI.FI.MA. 2019 - Gallipoli, Olivero & Tallone

Piano Nazionale
Lauree Scientifiche

RESTIAMO CONNESSI

2014

Nasce l'idea di creare il progetto Matepraticamente da portare nelle scuole

2015

Prima edizione al ITC Bonelli di Cuneo (CN)

2016

Il progetto continua anche in altre scuole cuneesi

Pagina Facebook

2017

Il progetto continua a estendersi grazie al PLS

Mathesis

Di.Fi.Ma

2018

Il progetto continua in scuole del torinese, cuneese, astigiano, verbano cusio-ossola

Matepraticamente

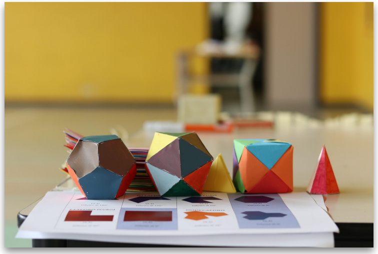
Come funziona

RELAZIONI E FUNZIONI

DATI E PREVISIONI

NUMERI

SPAZIO E FIGURE



Contatti

www.instagram.com/matepraticamente

www.facebook.com/matepraticamente

matepraticamente.info@gmail.com

NEW! sito web:

matepraticamente.jimdofree.com/