

IX CONVEGNO NAZIONALE DI DIDATTICA DELLA FISICA E DELLA MATEMATICA

DI.FI.MA. 2019

MATEMATICA E FISICA NELLA CULTURA E NELLA SOCIETÀ

9-10-11 ottobre 2019

## Trasposizione culturale in didattica della matematica: alla ricerca dei nostri impensati

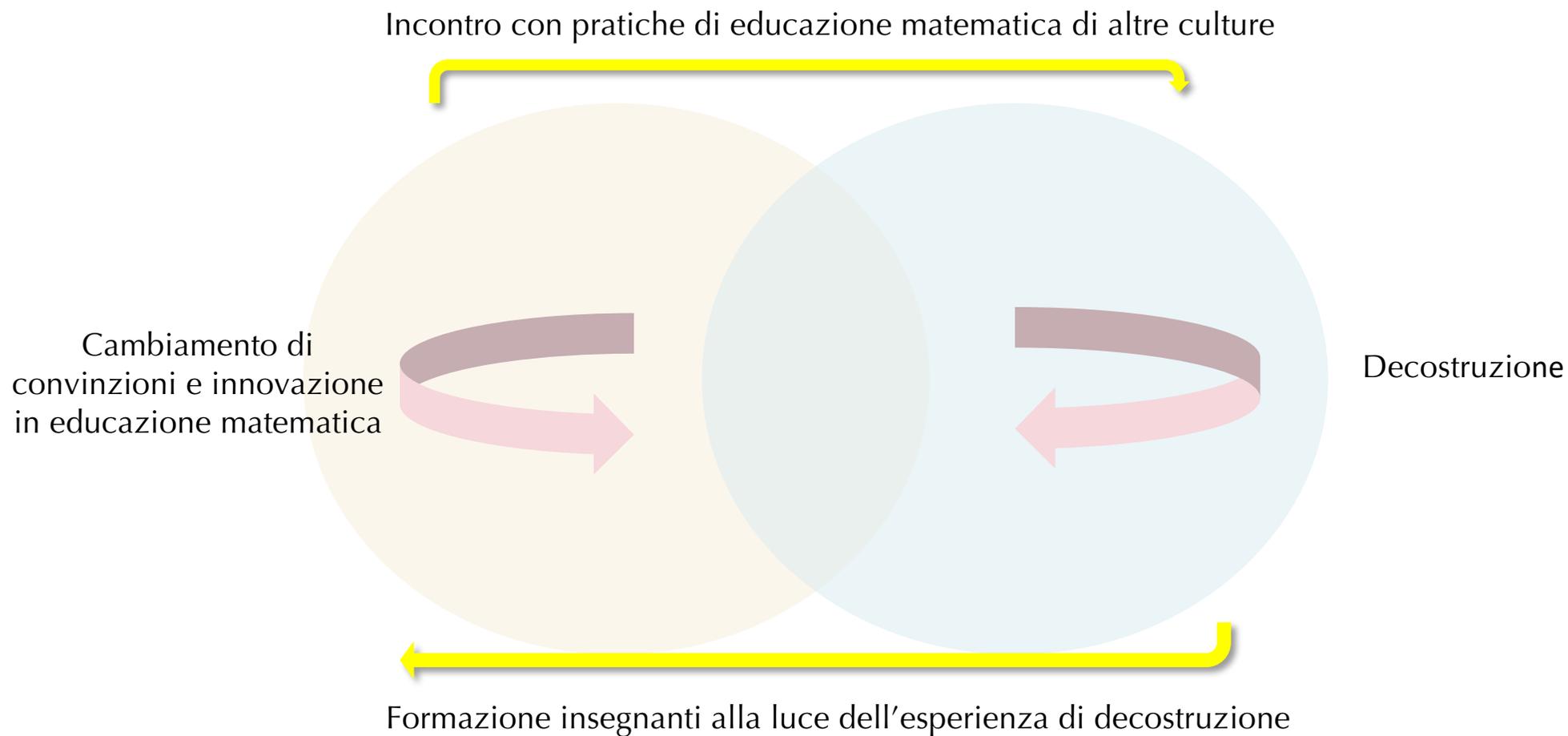
**Maria Mellone**

Università Federico II di Napoli

Dipartimento di Matematica e Applicazioni «R. Caccioppoli»



# Trasposizione Culturale (TC)



# Trasposizione Culturale (TC)



Transporre:

- Il prefisso passaggio, cambiamento da una condizione a un'altra;
- Il verbo 'porre' inteso come 'posizionare', 'porre', 'mettere'.

La Trasposizione Culturale fa riferimento a qualcosa che "poniamo" dopo avere viaggiato attraverso pratiche di educazione matematica sviluppate in contesti culturali diversi dal nostro. Sono radicati nei linguaggi usati da una certa comunità. Questi linguaggi riproducono l'organizzazione interna, le convinzioni, i valori (etc.) di queste comunità (Lotman & Uspenkij, 1975).

# Trasposizione Culturale (TC)

La Matematica è una "pan-cultural activity», presente in tutte le culture con delle caratteristiche **invarianti**. Possiamo riconoscere 6 attività universali collegate allo sviluppo di conoscenze e competenze matematiche:

- contare;
  - localizzare;
  - misurare;
  - progettare;
  - giocare;
  - modellizzare.
- (Bishop, 1988)



Alan Bishop

# Trasposizione Culturale (TC)

La conoscenza matematica è più che semplicemente concomitante al suo ambiente culturale: le configurazioni della conoscenza matematica sono propriamente e intimamente definite dalla cultura in cui si sviluppano. In altre parole la matematica, così come l'arte e altre espressioni simboliche sono prima di tutto **manifestazioni semiotiche** di certe sensibilità che i **membri di una determinata cultura** sviluppano attraverso esperienze condivise e da dove viene formato il **significato dei prodotti** (Radford, 1997).



Luis Radford

# Trasposizione Culturale (TC)

Da un'analisi delle differenti modalità di darsi dei numeri negative in diverse culture è evidente che le concezioni matematiche sono profondamente radicate nelle convinzioni, nelle paure, nei pregiudizi, ovvero nelle forme di immaginazione collettiva sottese ai diversi modi di guardare ed esprimere la «negatività».

Un meraviglioso esempio del « principio di opposizione» presa da una poesia Cinese:

Perfume lotus emerald water agitate breeze cool  
water agitate breeze cool summer day long  
long day summer cool breeze agitate water  
cool breeze agitate water emerald lotus perfume.

[See Cheng Chi-hsien, 1972, p.38; traduzione di Radford]



Luis Radford

# Trasposizione Culturale (TC)

Ogni linguaggio contiene il proprio mondo matematico. I mondi possono essere impliciti, con prospettive limitate o non sviluppate, ma questi mondi esistono - essi non sono solo versioni rudimentali e informali della matematica convenzionale. Questi universi rappresentano sistemi di significato che riguardano le quantità, le relazioni, lo spazio (etc.) e sono, in un certo senso, incommensurabili con la matematica convenzionale (Barton, 2008)



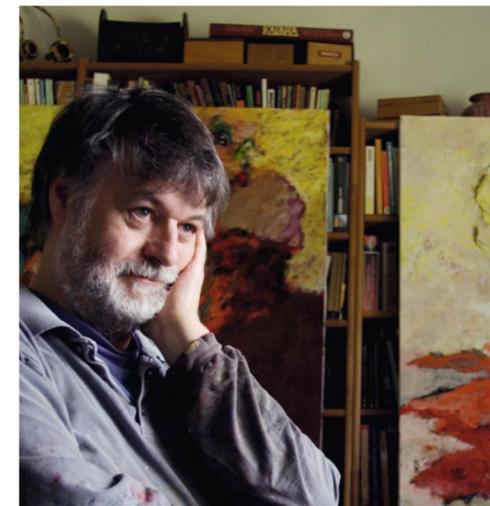
Bill Barton

# Trasposizione Culturale (TC)

La Matematica è una struttura invisibile che ha un ruolo nei processi in cui le società si sono formate e evolute, in particolare la matematica può rappresentare uno strumento di emancipazione sociale.

Chi apprende non viene visto come ricettore/recipiente passivo per la «conoscenza istituzionalizzata» (la matematica da insegnare), ma piuttosto è riconosciuto come parte attiva dei processi educativi in cui domanda, sfida e forma la natura del proprio processo di apprendimento (Skovsmose, 1994)

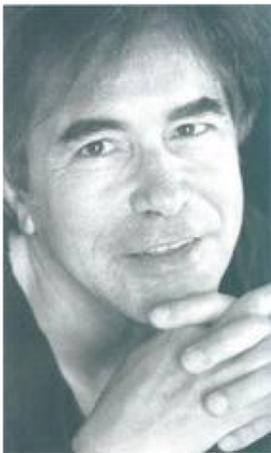
Allo stesso modo, l'insegnante non dovrebbe essere più visto soltanto come sorgente «passiva» di conoscenze istituzionalizzate, ma piuttosto come colui che determina la natura dell'esperienza di apprendimento che offre. Nella nostra prospettiva il contatto con pratiche educative diverse da quelle del proprio contesto culturale possono aumentare la consapevolezza degli insegnanti nel definire la natura della propria proposta educativa (Ramploud & Mellone, 2018).



Ole Skovsmose

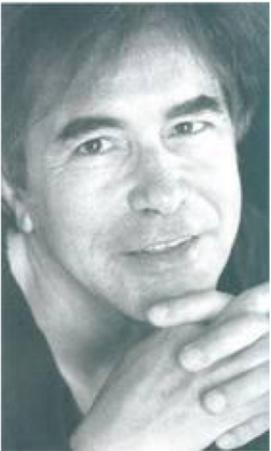
## Quadro filosofico di riferimento

*Non si tratta di filosofia comparata, della messa in parallelo delle diverse concezioni, bensì di un dialogo filosofico dove ogni pensiero, nel farsi incontro all'altro, si interroga sul proprio impensato.*

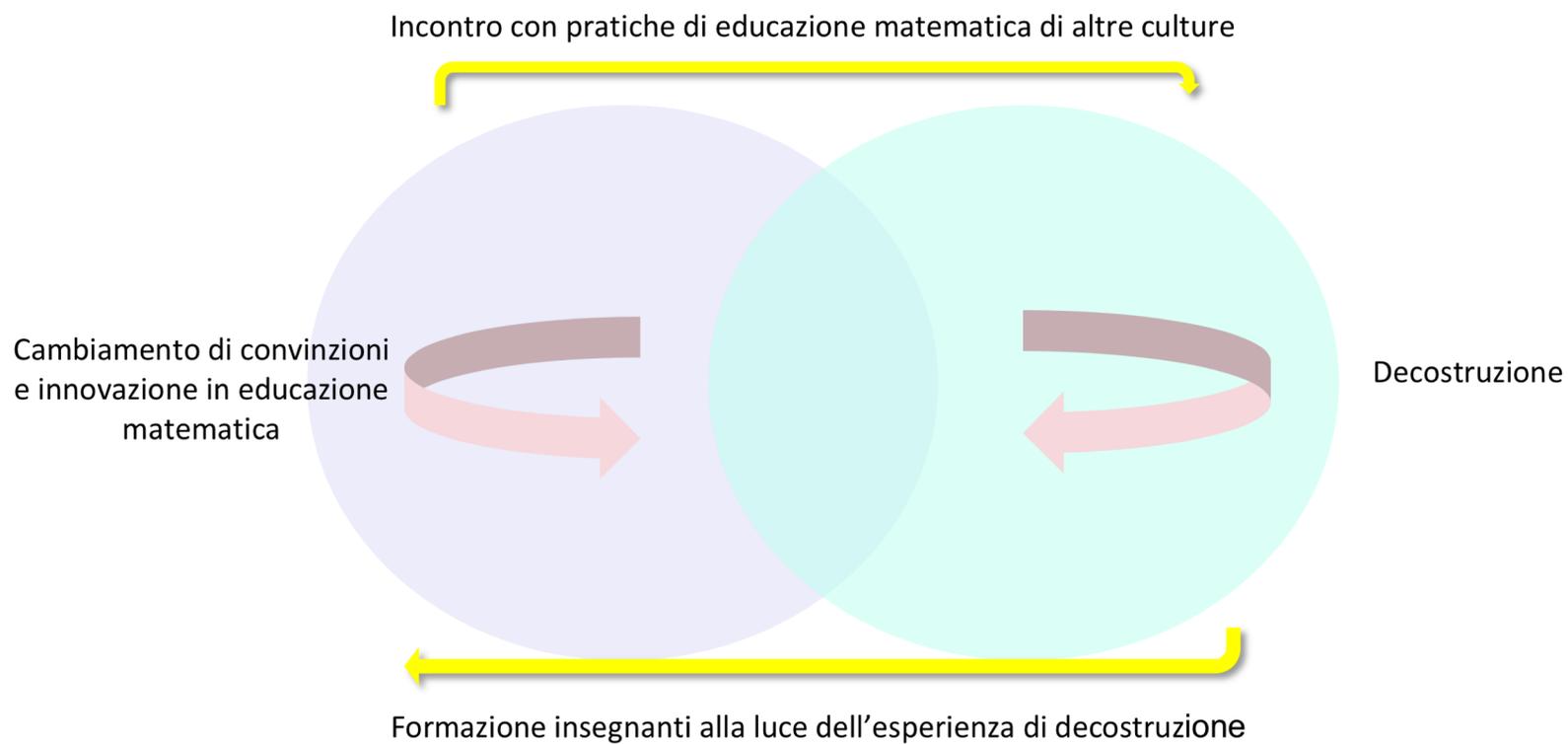


François Jullien

- «[...] *farsi incontro all'altro* [...]»  
struttura attiva/passiva
- «*Non si tratta di filosofia comparata* [...]»  
rifiuto di qualsiasi prospettiva comparativista
- «[...] *si interroga sul proprio impensato.*»  
tentare di ri-pensare le ipotesi implicite nelle quali un  
paradigma culturale è radicato



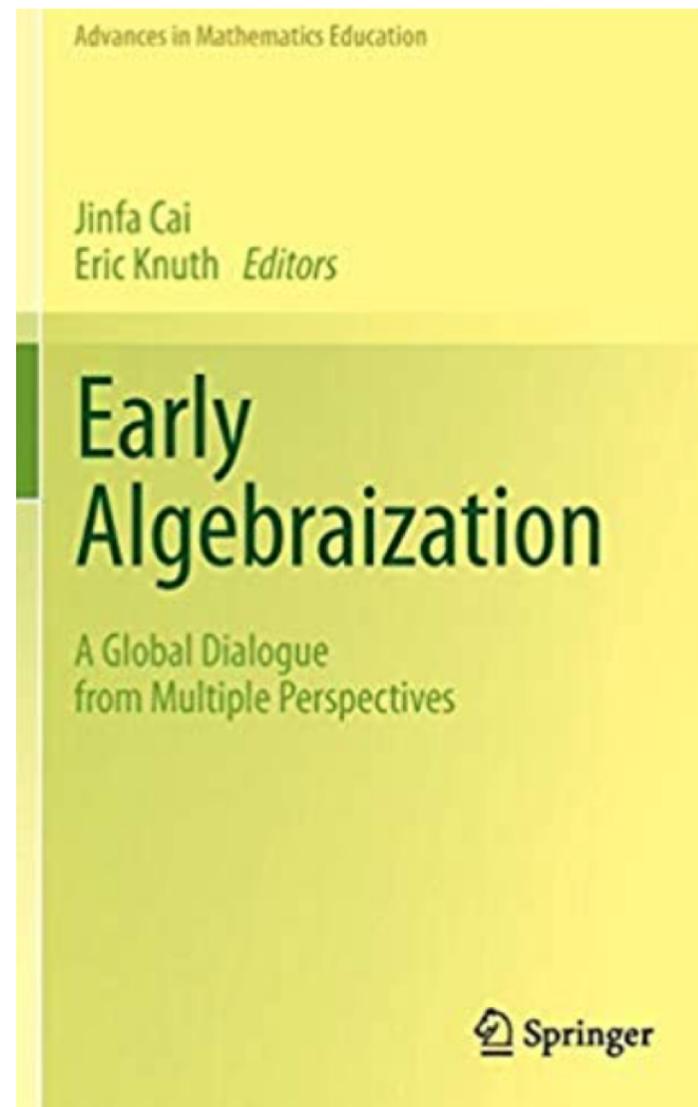
# Trasposizione Culturale (TC)



# Trasposizione Culturale (TC)

## **Early Algebraization** [Jinfa Cai, Eric Knuth]

La caratteristica comune che appare nei curriculum cinese e singaporiano, ma anche in quello russo (in particolare nelle scuole che seguono il curriculum di Davydov), è una cura specifica all'avvio al pensiero algebrico, radicato in una diversa prospettiva del fare aritmetica e nell'uso di particolari rappresentazioni grafiche.



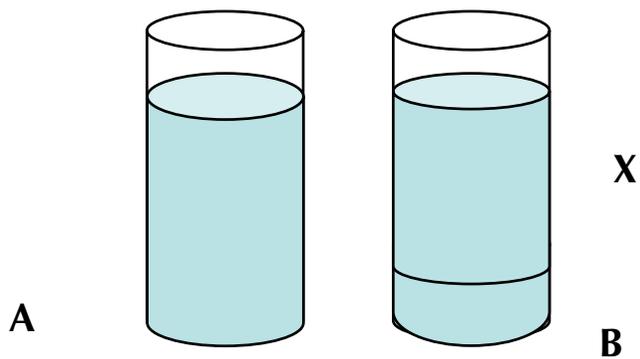
# Trasposizione Culturale (TC)

Problemi con variazione  
(libretto cinese del II semestre  
della seconda elementare)

<p>(1) Nello stagno abbiamo 45 anatre bianche, 30 anatre nere, in totale abbiamo quante anatre?</p>	<p>(2) Nello stagno abbiamo anatre bianche e anatre nere in totale 75, tra queste 45 sono anatre bianche, abbiamo quante anatre nere?</p>	<p>(3) Nello stagno abbiamo anatre bianche e anatre nere in totale 75, abbiamo 30 anatre nere, abbiamo quante anatre bianche?</p>
<p>(1) Nello stagno abbiamo un gruppo di anatre, ne nuotano via 30, ancora ne restano 45. Questo gruppo di anatre ne ha quante?</p>	<p>(2) Nello stagno abbiamo 75 anatre, nuotano via alcune, ancora ne restano 45, sono nuotate via quante?</p>	<p>(3) Nello stagno abbiamo 75 anatre, ne nuotano via 30, ancora ne restano quante?</p>
<p>(1) Nello stagno abbiamo 30 anatre nere, anatre bianche rispetto anatre nere maggiore di 15 unità (anatre nere rispetto anatre bianche minore di 15 unità), anatre bianche quante ne abbiamo?</p>	<p>(2) Nello stagno abbiamo 30 anatre nere, 45 anatre bianche, anatre bianche rispetto anatre nere di quante unità maggiore? (anatre nere rispetto anatre bianche di quante unità minore?)</p>	<p>(3) Nello stagno abbiamo 45 anatre bianche, anatre nere rispetto anatre bianche minore di 15 unità (anatre bianche rispetto anatre nere maggiore di 15 unità), anatre nere quante ne abbiamo?</p>

(Bartolini Bussi, Ramploud & Baccaglini Frank, 2013)

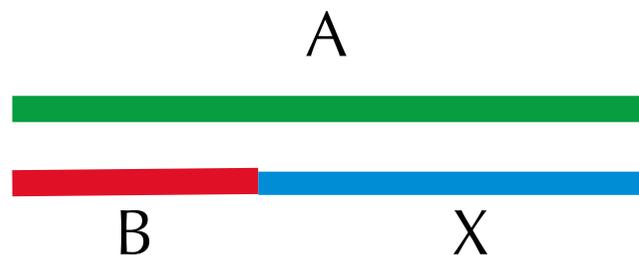
# Trasposizione Culturale (TC)



$$A > B$$

$$A = B + X$$

$$X = A - B$$



$$X = A - B$$

(Davydov, 1982)

## Modellizzare fenomeni come lavoro di Early Algebra

Sperimentazione in due terze elementari del 73° Circolo didattico di Napoli, Madonna Assunta:

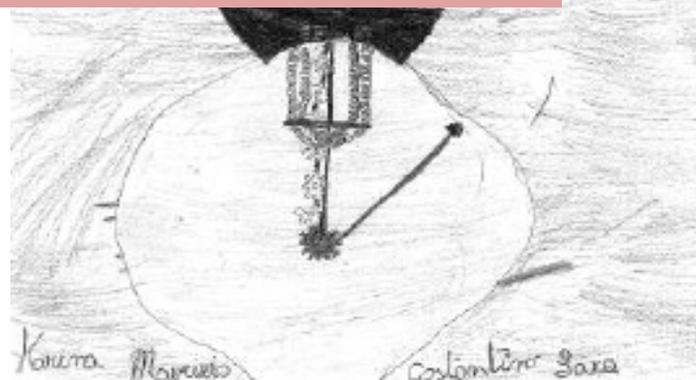
- esplorazione del funzionamento di una bilancia da cucina (con focus sul comportamento della molla)
- modello di relazione lineare tra l'estensione della molla e il numero di "pesi" attaccati a essa
- costante additiva della lunghezza a riposo della molla per tenere conto dell'osservazione (integrale) della sua lunghezza.

$$l(p) = l_0 + k \cdot p$$

## 1° fase

L'attività è iniziata chiedendo ai bambini (divisi in gruppi di tre ognuno con una bilancia da cucina) di utilizzare la bilancia analogica in modo da capire il suo funzionamento

“immagina” come potrebbe essere fatto il ‘dentro’ di questa bilancia per farla funzionare



Maurizio: *“Noi abbiamo disegnato un cerchio con il supporto, poi c’erano delle molle, queste molle andavano giù e quando andavo giù c’era un filo”*



## II° Fase: guardiamo com'è fatta dentro (Lo stupore dei bambini: fonte di energia)

L'emozione come risorsa dell'attività cognitiva e viceversa



Federico: *abbiamo scoperto che se si mette qualcosa sopra il piatto poi la molla si tira e invia il movimento alle ali che muovono le piccole rotelle che spostano l'ago che segna il numero.*



Cfr. anche le ricerche sugli ingranaggi (Bussi, Boni, Ferri Garuti, 2004)

Quando si preme la molla si abbassa  
contemporaneamente si muovono le alette  
che muovono la mazzarella che  
fa muovere gli ingranaggi e fanno  
muovere la lancetta

Quando si preme, la molla si abbassa e contemporaneamente si muovono le alette che muovono la mazzarella, che fa muovere gli ingranaggi che fanno muovere la lancetta.

Quando si spinge l'appoggio si abbassa la pittorella che  
fa muovere un gancio. Il gancio fa muovere la rotella  
che fa muovere l'ago di cui fa sapere il peso  
quando fa sapere il peso la rotella si ferma.  
Poi la molla mentre si muove la rotella si muove ancora  
la molla

Quando si spinge l'appoggio, si abbassano due pittorelle (alette) che fanno abbassare un gancio. Il gancio fa muovere la rotellina (interna) che fa muovere l'ago, che ci fa sapere il peso quando la rotellina si ferma. Poi la molla mentre si muove, la rotellina si muove ancora

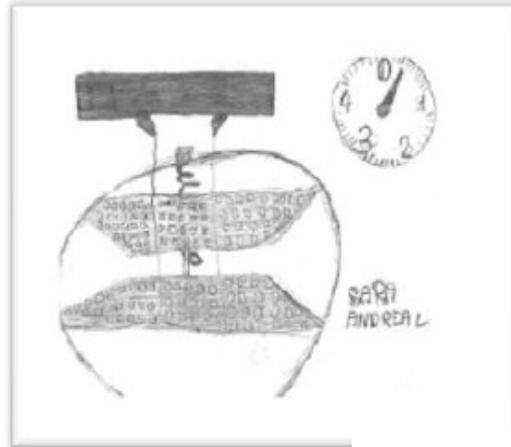
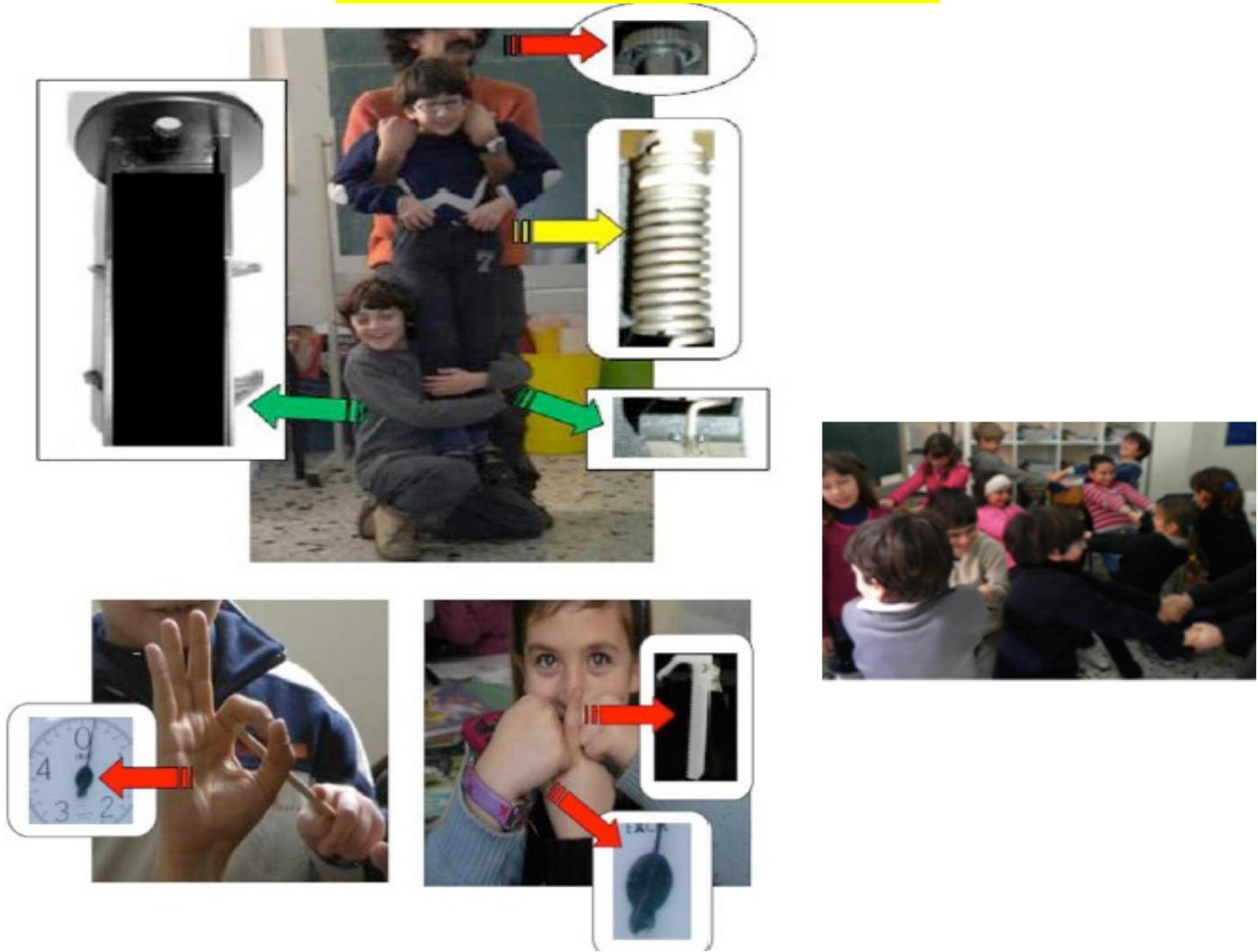


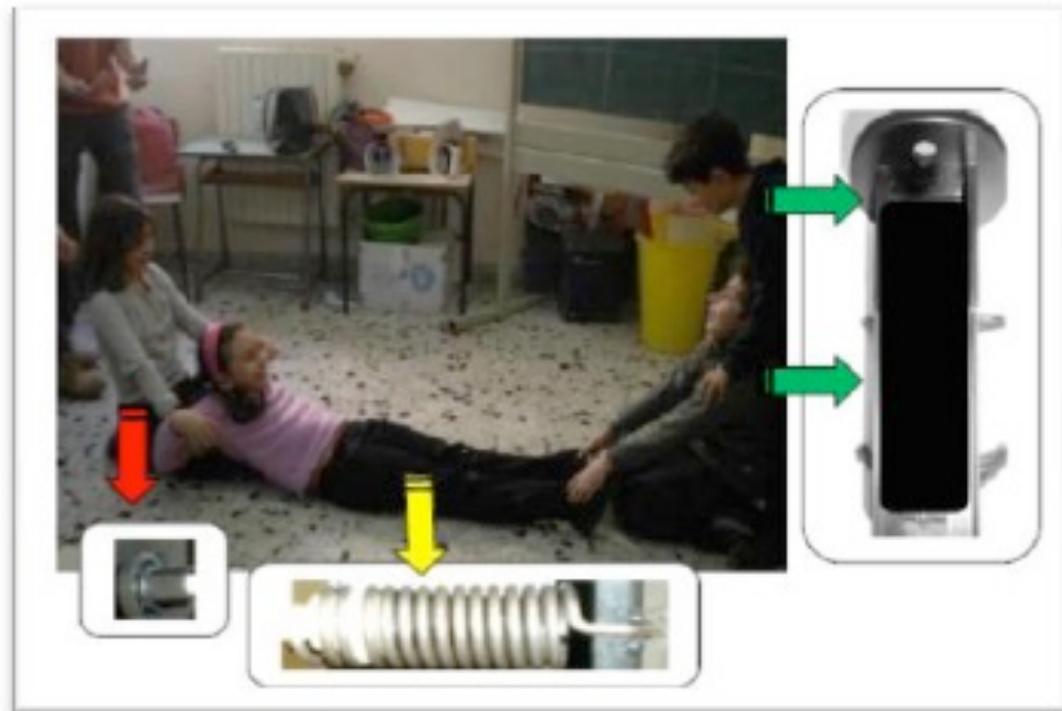
Figura 3.11- Disegno di



Figura 3.12- Disegno del contesto di forze dell'artefatto

### III° Fase: la bilancia umana





# Mediare azioni e linguaggi

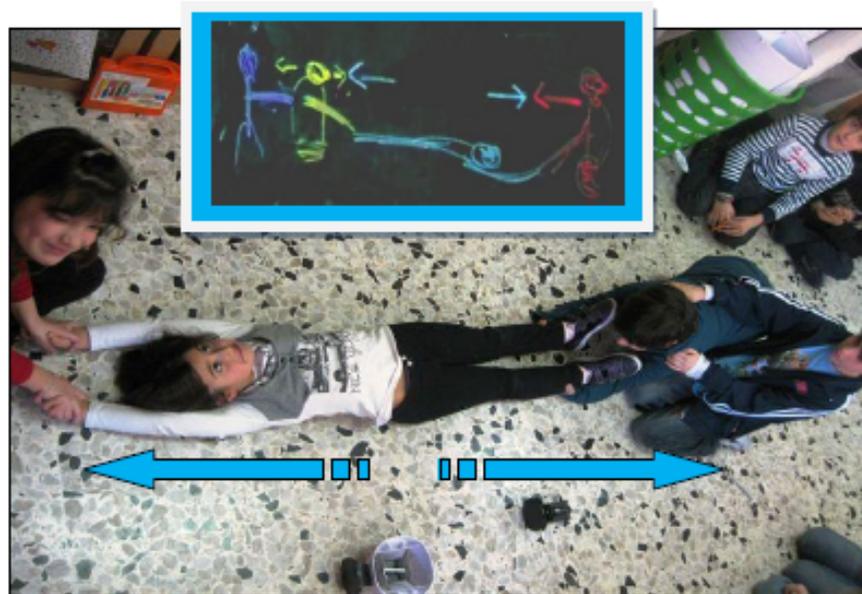
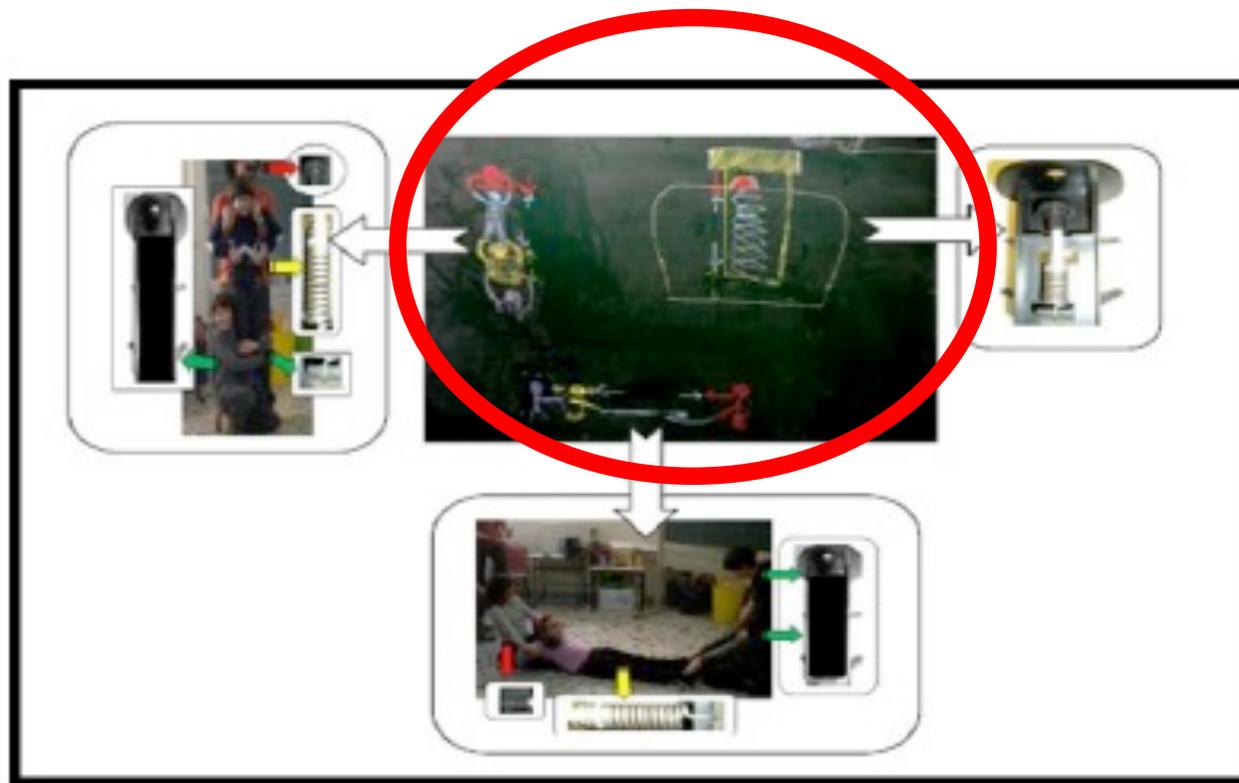


Figura 3.17- Uso delle frecce



**Figura 3.10- linguaggio grafico condiviso ed esperienze vissute/osservate ad esso collegate.**

## IV° Fase: L'esperienza mentale

Prova a immaginare il comportamento della molla mentre ci attacchiamo diversi oggetti uguali (avendo il materiale per l'esperimento organizzato sul tavolo) ...

Ilario: *Se attacchiamo un oggetto possiamo misurare la lunghezza, e penso che se aggiungiamo un altro oggetto uguale allora la lunghezza raddoppia, e se ne aggiungiamo tre, triplica.*

Carmine: *No senti, misuriamo la molla da zero, metti che è lunga sette centimetri, poi ci attacco una palla e si allunga, se ce ne metto un'altra uguale allora si allunga il doppio, ma partendo da sette.*

Eleonora: *Se metto un bullone che pesa tre millimetri e poi ne metto un altro, si dovrebbe allungare di sei millimetri perchè pesa uguale ... ma si allunga, non so di sette, perchè anche la busta pesa.*



Figura 3.21- Materiale da inserire nei sacchetti

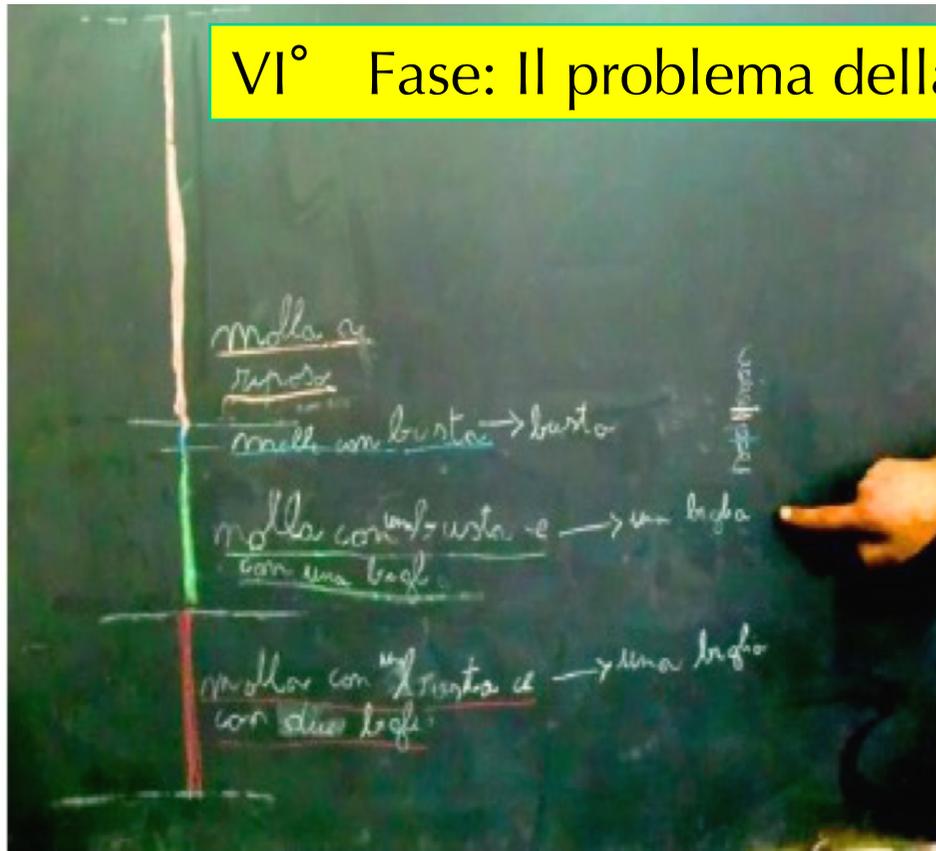
## V° Fase: L'esperienza vera

Abbiamo proposto ai bambini (divisi in gruppi da tre) di iniziare un'esperienza più sistematica prendendo le misure degli allungamenti con diversi materiali a disposizione :

- Righe (lunghe 50 cm o più corte)
- Molle di diversa durezza e dimensioni
- Una bustina di plastica o di carta
- Ganci
- Carta e penna



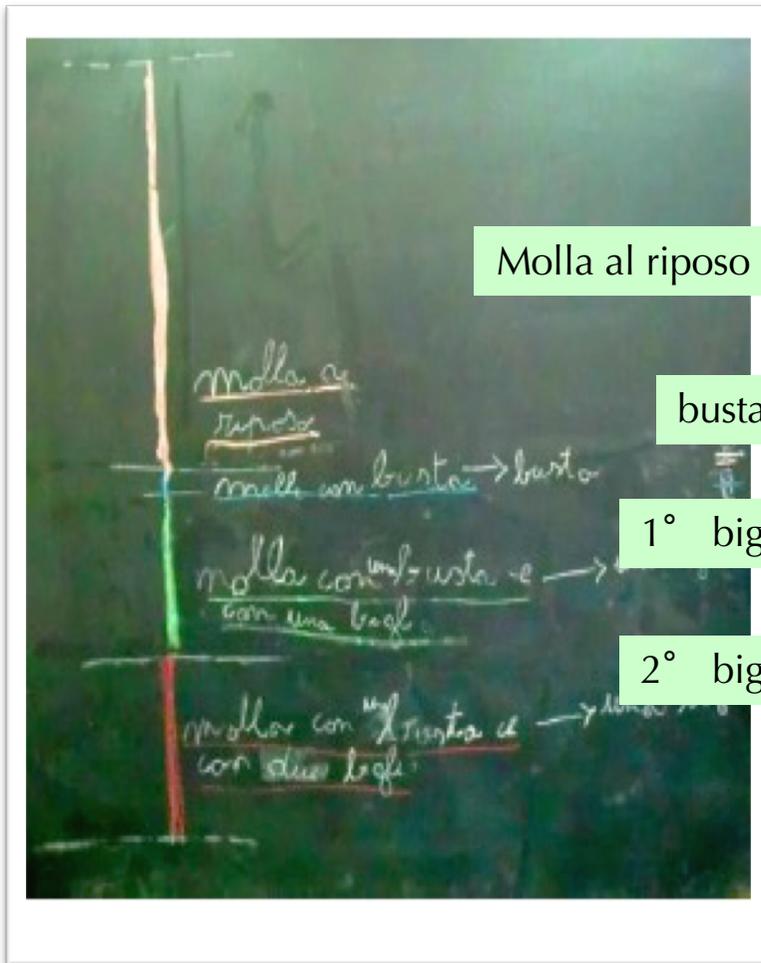
## VI° Fase: Il problema della rappresentazione



1. Elena: *lo avevo pensato bene, questa linea è la molla senza pesi, un altro pezzo è il peso della busta, e questa è la parte della biglia che è uguale all'altra, le biglie sono tutte uguali. Ma ho fatto la molla dritta così si vede meglio.*

2. Ric.: *Elena ha disegnato la molla dritta.*
3. Elena: *Si, perché storta la lunghezza non si vede bene.*
4. Ric.: *Cosa ne pensate?*
5. Ilario: *Secondo me non va bene, non so, ma secondo me qualcosa potrebbe cambiare e quindi possiamo sbagliare.*
6. Ric.: *Proviamo a capire, quali sono le cose che cambiano?*
7. Elena: *Le cose che ci interessano non cambiano.*
8. Ric.: *Cosa ci interessa?*
9. Elena: *Di quanto si allunga la molla.*
10. Ilario: *Ma una molla così [Ilario indica la rappresentazione di Elena] è difficile che si allunghi, è come se cercassi di allungare un chiodo.*

11. Elena: *Ma un elastico si allunga ed è dritto.*
12. Ric.: *Ma può essere dritto o può essere disegnato dritto? perché è diverso. Disegnando in questo modo, per esempio, non sappiamo il numero di spire delle molla, ma ci interessa?*
13. Elena: *In un altro problema poteva essere interessante ... ma per la nostra domanda non è interessante.*
14. Ric.: *Quindi, è molto importante quello che stiamo dicendo, perché dobbiamo decidere come e cosa disegnare rispetto alla nostra domanda. Per esempio, ci interessa sapere se la molla è fredda o calda?*
15. Camilla: *Questo disegno non ce lo dice.*
16. Elena: *A noi interessa solo la lunghezza e quindi basta disegnarlo come una linea.*
17. Camilla: *La linea non ha spirali quindi si capisce meglio ...*

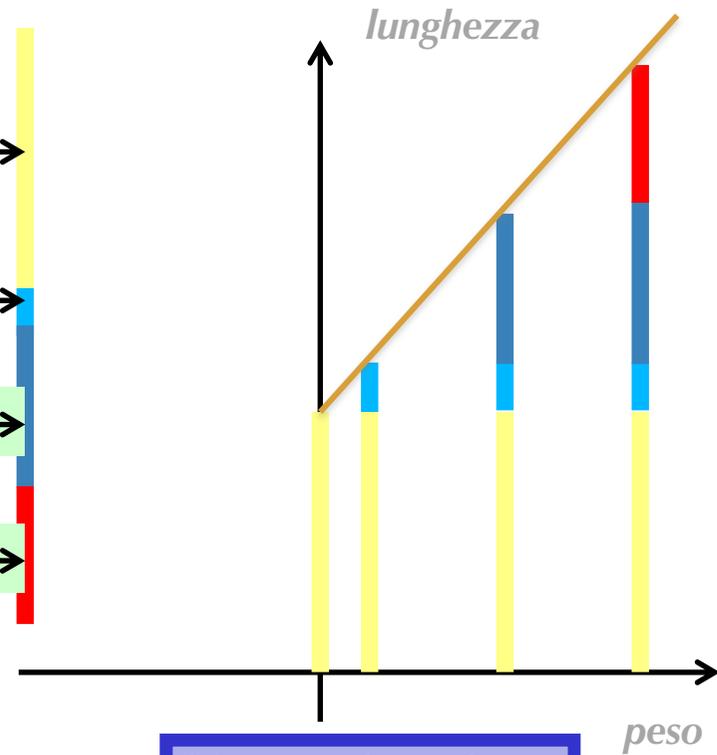


Molla al riposo →

busta →

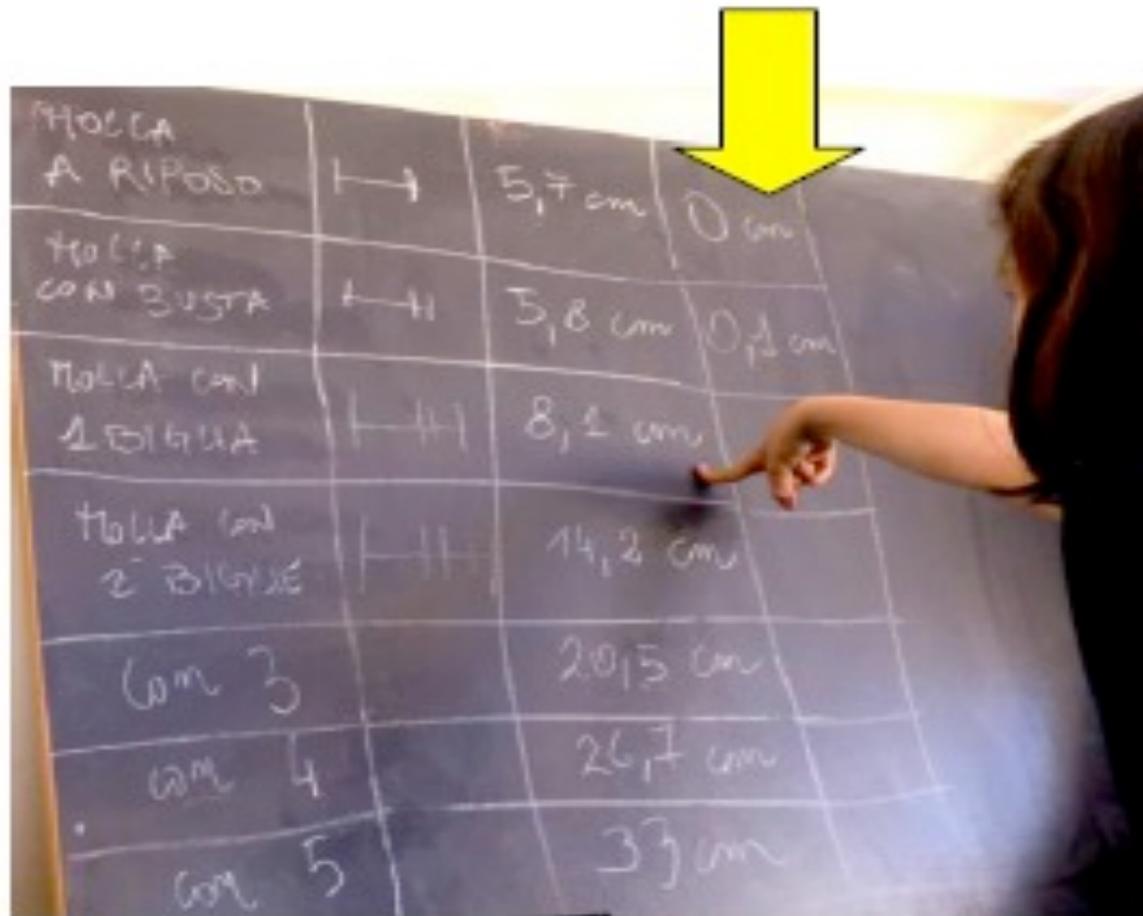
1° biglia →

2° biglia →



$$l(p) = l_0 + k \cdot p$$

## La fatica di costruire tabelle



A hand-drawn table on a chalkboard showing the cumulative length of a spring under different loads. The table has four columns: a description of the load, a diagram of the spring, the length in centimeters, and the displacement in centimeters. A yellow arrow points to the first row, and a hand points to the second row.

Carico	Diagramma	lunghezza (cm)	spostamento (cm)
MOLLA A RIPOSO		5,7 cm	0 cm
MOLLA CON BUSTA		5,8 cm	0,1 cm
MOLLA con 1 BIGLIA		8,4 cm	
MOLLA con 2 BIGLIE		14,2 cm	
con 3		20,5 cm	
con 4		26,7 cm	
con 5		33 cm	

OFF	LUNG	ALL	OFF	LUNG	ALL	OFF	LUNG	ALL
NIEME	5cm	0	0B	6cm	0cm	1B	7cm	0
2B	13,5cm	7,5cm	1B	9cm	3cm	2B	12cm	2,5
4B	20cm	22cm	2B	15cm	7cm	3B	15cm	5,5
6B	35,5cm	33,5cm	3B	17cm	11cm	4B	18,2cm	8,5
8B	39cm	33cm	4B	21cm	15cm	5B	21,1cm	11,5
9B	31cm	33cm	5B	26cm	20cm			14,5

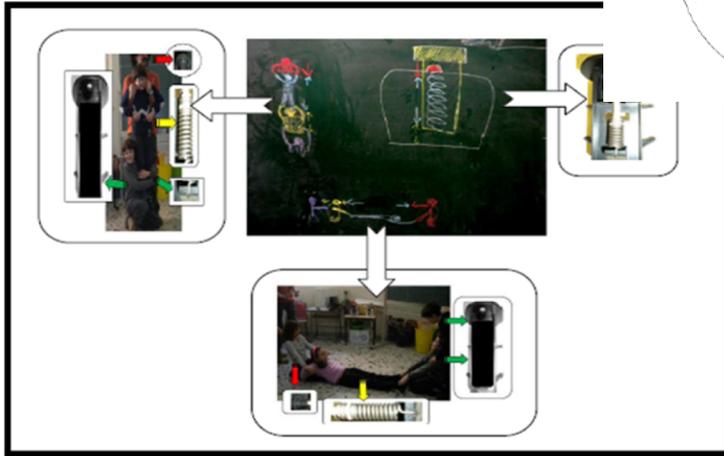
OFF	LUNG	ALL
NIEME	7cm	0
1V	10cm	3cm
2V	13cm	6cm
3V	16,5cm	9,5cm
4V	20cm	13cm
5V	23cm	16cm

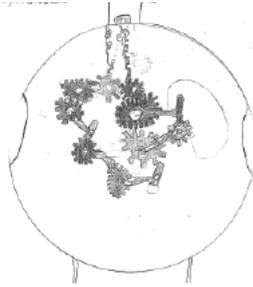
VIT	TRIOLE	VM	GRAND
0	0	0	0
3cm	3cm	3,5cm	7cm
6cm	6cm	7cm	10,5cm
9cm	9cm	10,5cm	14cm
12cm	12cm	14cm	17,5cm
15cm	15cm	17,5cm	

10cm

OFF	LUNG	ALL	VIT	TRIOLE	VM	GRAND
NIEME	7cm	0	0	0	0	0
1V	10cm	3cm	3cm	3cm	3,5cm	7cm
2V	13cm	6cm	6cm	6cm	7cm	10,5cm
3V	16,5cm	9,5cm	9cm	9cm	10,5cm	14cm
4V	20cm	13cm	12cm	12cm	14cm	17,5cm
5V	23cm	16cm	15cm	15cm	17,5cm	



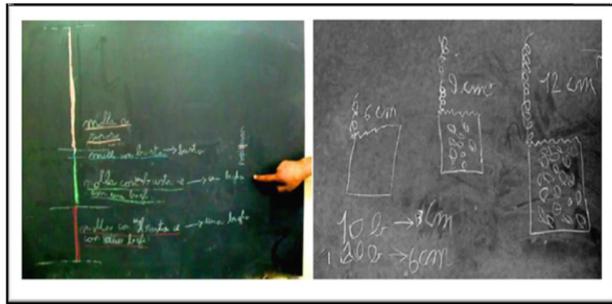
A



B



C



D

Off	Lang	All	7	0	Lang	All	7	0	Lang	All	7	0	Lang	All	7	0	Lang	All	7	0	
Nicht	5cm	0	0	0	Med	10cm	0	0	Med	10cm	0	0	Med	10cm	0	0	Med	10cm	0	0	
2.B	15cm	7,5cm	15cm	15cm	2.B	15cm	7,5cm	15cm	2.B	15cm	7,5cm	15cm	2.B	15cm	7,5cm	15cm	2.B	15cm	7,5cm	15cm	
4.B	20cm	22cm	36	48	4.B	20cm	22cm	36	48	4.B	20cm	22cm	36	48	4.B	20cm	22cm	36	48	4.B	20cm
4.B	35cm	33,5cm	55	24	4.B	35cm	33,5cm	55	24	4.B	35cm	33,5cm	55	24	4.B	35cm	33,5cm	55	24	4.B	35cm
4.B	30cm	33cm			4.B	30cm	33cm			4.B	30cm	33cm			4.B	30cm	33cm			4.B	30cm
4.B	30cm	33cm			4.B	30cm	33cm			4.B	30cm	33cm			4.B	30cm	33cm			4.B	30cm
Off	Med	1V	2V	3V	Off	Med	1V	2V	3V	Off	Med	1V	2V	3V	Off	Med	1V	2V	3V	Off	Med
2cm	10cm	13cm	16,5cm	20cm	2cm	10cm	13cm	16,5cm	20cm	2cm	10cm	13cm	16,5cm	20cm	2cm	10cm	13cm	16,5cm	20cm	2cm	10cm
3cm	9,5cm	13,0cm	16,5cm	20cm	3cm	9,5cm	13,0cm	16,5cm	20cm	3cm	9,5cm	13,0cm	16,5cm	20cm	3cm	9,5cm	13,0cm	16,5cm	20cm	3cm	9,5cm
4cm	16,5cm	20cm	23,5cm	27cm	4cm	16,5cm	20cm	23,5cm	27cm	4cm	16,5cm	20cm	23,5cm	27cm	4cm	16,5cm	20cm	23,5cm	27cm	4cm	16,5cm
5V	20cm	16,5cm	13,0cm	9,5cm	5V	20cm	16,5cm	13,0cm	9,5cm	5V	20cm	16,5cm	13,0cm	9,5cm	5V	20cm	16,5cm	13,0cm	9,5cm	5V	20cm

E

## Alcune osservazioni

- La “lettura” del comportamento lineare di una molla era nella zona di sviluppo prossimale di questi due gruppi di bimbi di terza elementare.
- Il continuo ricorso alla discussione matematica di classe ha dato l’opportunità di esplicitare le loro perplessità riguardo i modi di rappresentare (es. Interazione tra Ilario e Elena), di organizzare e guardare ai dati;
- La costruzione delle tabelle ha richiesto un lungo e duro lavoro;
- Problemi di gestione delle misure (necessità di discutere di approssimazione ... modello lineare da imporre più che da scoprire!!!);
- Modellizzazione fisica come lavoro di riconoscimento di struttura (Early Algebra)

## Trasposizione Culturale (TC)



Noi crediamo che non si tratti di didattica della matematica comparata o della messa in parallelo di diverse concezioni (anche per le differenze dei sistemi scolastici), ma vorremmo tentare di aprire un dialogo traspositivo fra le diverse didattiche della matematica, che nel farsi l'una incontro all'altra, *si interrogano sul proprio impensato* (Mellone & Ramploud, 2019).



Grazie!

maria.mellone@unina.it

## Bibliografia

- Bartolini Bussi, M.G., Sun, X., & Ramploud, A. (2014). A dialogue between cultures about task design for primary school. In C. Margolinas (Ed.), *Proceedings of the ICMI Study 22* (pp. 549-558). Oxford.
- Bartolini Bussi, M.G. & Sun, X. H. (Eds.) (2018). *Building the foundation: Whole Numbers in the Primary Grades*. Cham: Springer International Publishing AG.
- Barton, B. (2008). *The language of mathematics: Telling mathematical tales* (Vol. 44). New York, NY: Springer.
- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation. A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Cai, J., & Knuth, E. (Eds.). (2011). *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. New York, NY: Springer.
- Derrida, J. (1972). *La dissemination*, Paris, Edition du Seuil.
- Jullien, F. (2006). *Si parler va sans dire. Du logos et d'autres ressources*. Editions du Seuil.
- Lotman, J. M., & Uspenskij, B. A. (1975). *Tipologia della Cultura*. Milan, Italy: Bompiani.
- Mellone, M., Ramploud, A., Di Paola, B., Martignone, F. (2018). Cultural transposition: Italian didactic experiences inspired by Chinese and Russian perspectives on whole number arithmetic. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*,
- Radford, L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology, and the Teaching of Mathematics. Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*. Vol. 17, No. 1, pp. 26-33.
- Ramploud, A. (2015). 数学 [shùxué] matematica, sguardi (d)alla Cina, Ph.D. Thesis, University of Modena e Reggio Emilia (Italy). [https://morethesis.unimore.it/theses/browse/by\\_autore/r.html](https://morethesis.unimore.it/theses/browse/by_autore/r.html). Accessed 20 Dec 2017.
- Skovsmose, O. (1994). Towards a critical mathematics education. *Educational studies in mathematics*, 27(1), 35-57.