

IX CONVEGNO NAZIONALE DI DIDATTICA DELLA FISICA E DELLA MATEMATICA

DI.FI.MA. 2019

**Il design di attività esplorative con GeoGebra
a supporto dei processi argomentativi: il progetto STEP**

**Annalisa Cusi
Sapienza Università di Roma**

11 Ottobre 2019

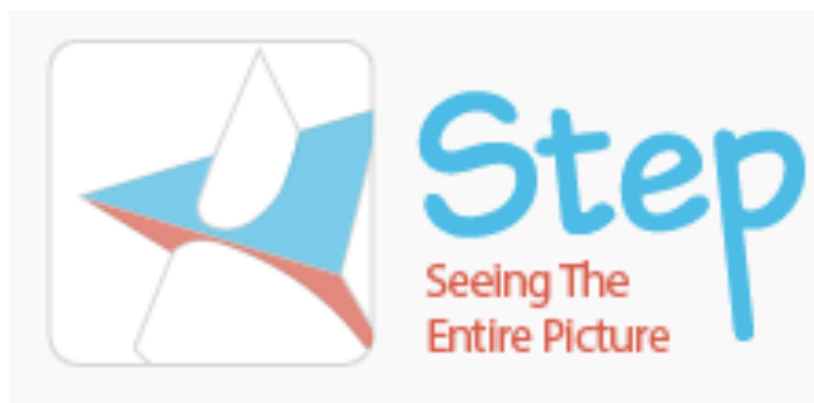
Contenuti che tratterò durante il mio intervento

- **Il progetto STEP**
- **La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione**
- **Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP: le sperimentazioni condotte in Italia**
- **Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante**

Contenuti che tratterò durante il mio intervento

- **Il progetto STEP**
- La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione
- Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP: le sperimentazioni condotte in Italia
- Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

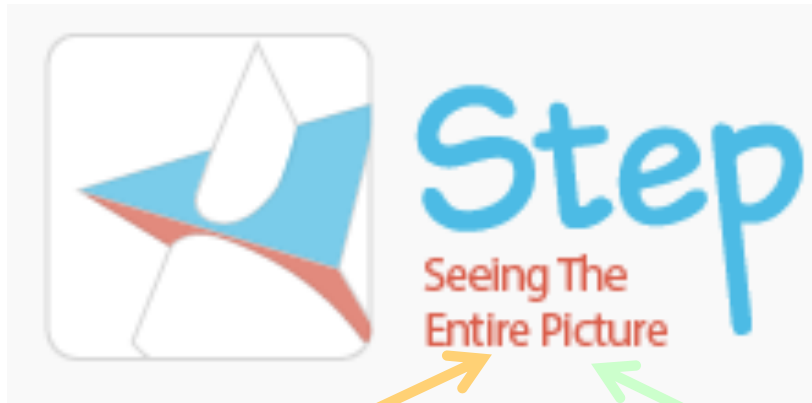
Il progetto STEP



**Progetto promosso dal
MERI Center
dell'Università di Haifa
(responsabili scientifici:
Shai Olsher e Michal
Yerushalmy)**



Il progetto STEP



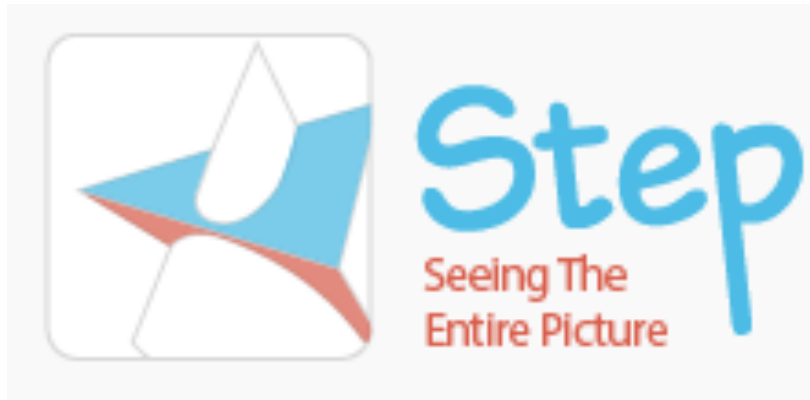
Per stimolare gli insegnanti a superare la dicotomia corretto/incorretto, supportandoli nell'analisi delle risposte degli studenti, in modo che sappiano prendere opportune decisioni.

Per fornire agli studenti un ambiente interattivo, che consenta loro di acquisire maggiore consapevolezza sul proprio modo di fare matematica.

Progetto promosso dal MERI Center dell'Università di Haifa (responsabili scientifici: Shai Olsher e Michal Yerushalmy)



Il progetto STEP



FOCUS SU ATTIVITA' ESPLORATIVE

La attività includono una **applet GeoGebra** per supportare l'**esplorazione**.

Principi alla base del DESIGN delle attività

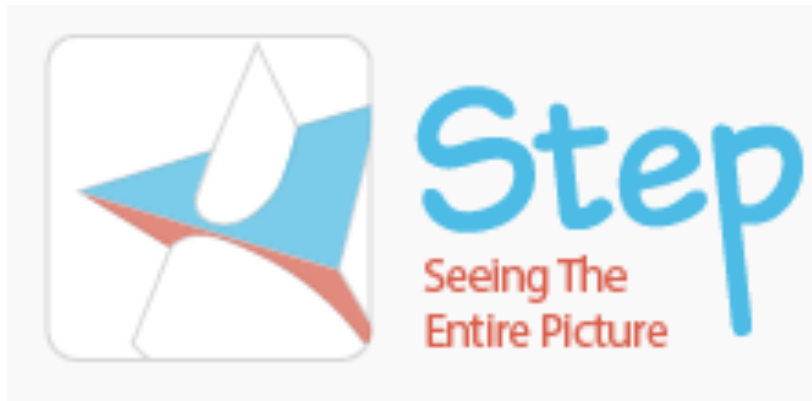
COSTRUZIONE E MANIPOLAZIONE DI OGGETTI MATEMATICI

Agli studenti è richiesto di **costruire e manipolare oggetti matematici** attraverso le loro diverse rappresentazioni.

USO DI DIVERSI STRUMENTI PER LA RAPPRESENTAZIONE DEGLI OGGETTI MATEMATICI

Molte attività coinvolgono l'uso di **diversi strumenti di rappresentazione** (grafica, verbale, tabulare...) e la possibilità di rispondere fornendo **diverse tipologie di input**.

Il progetto STEP



**Principi alla base
del DESIGN delle attività**

ANALISI DI ENUNCIATI E COSTRUZIONE DI ESEMPI

Attività che richiedono di analizzare enunciati (vero o falso?) e di giustificare le proprie osservazioni:

- **costruendo esempi**
- **costruendo contro-esempi**
- **evidenziando che non esistono esempi**
- **evidenziando che non esistono contro-esempi.**

Il progetto STEP

Costruzione di esempi
come speciale attività di
problem-solving

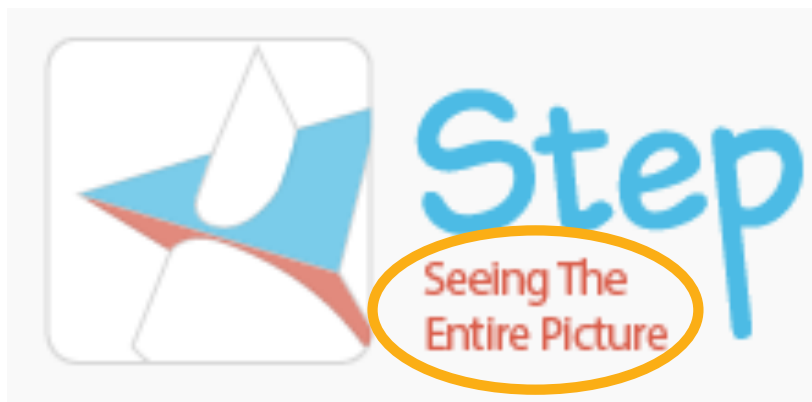
Per esplorare lo "spazio personale degli esempi" degli studenti (Watson & Mason, 2005) e per consentire loro di arricchirlo.

ANALISI DI ENUNCIATI E COSTRUZIONE DI ESEMPI

Attività che richiedono di analizzare enunciati (vero o falso?) e di giustificare le proprie osservazioni:

- **costruendo esempi**
- **costruendo contro-esempi**
- **evidenziando che non esistono esempi**
- **evidenziando che non esistono contro-esempi.**

Il progetto STEP



**Per fare VALUTAZIONE
FORMATIVA**

Contenuti che tratterò durante il mio intervento

- Il progetto STEP
- **La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione**
- Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP: le sperimentazioni condotte in Italia
- Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione

Cosa significa fare valutazione formativa?

*“La pratica in classe diventa **formativa** nel momento in cui consente ad insegnanti e studenti di **evidenziare i risultati degli studenti, condividerli, interpretarli e servirsi di essi per prendere decisioni sui passi successivi da fare nell’istruzione.**”*

Black e William, 2009

La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione

Le cinque strategie chiave nella valutazione formativa (William & Thompson, 2007)

	Dove sta andando lo studente?	Dove si trova lo studente?	Come può raggiungere la meta lo studente?
Insegnante	1) Chiarire gli obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	2) Progettare discussioni di classe efficaci ed attività che consentano di mettere in luce l'apprendimento degli studenti.	3) Fornire feedback che consente allo studente di migliorare.
Compagno	Capire e condividere obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	4) Attivare gli studenti come risorse gli uni per gli altri.	
Studente	Capire obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	5) Attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.	

La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione

Progetto Europeo FP7

Azione: Science in Society
Collaborative Project (n.612337)

**UN'ESPERIENZA DI RICERCA
SULLA VALUTAZIONE FORMATIVA
IN MATEMATICA**

**Improving Progress for Lower Achievers
through**



**Formative
Assessment in
Science and
Mathematics
Education**

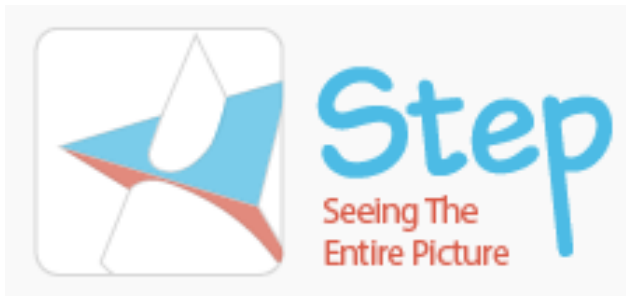
La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione



La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione



Collaborazione, assieme a Ferdinando Arzarello e Cristina Sabena, nelle ricerche condotte da Shai Olsher e Michal Yerushalmy presso l'Università di Haifa



A partire dal 2016



Contenuti che tratterò durante il mio intervento

- Il progetto STEP
- La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione
- **Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP: le sperimentazioni condotte in Italia**
- Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Vediamo alcuni esempi:

Ambito Relazioni e Funzioni

Ambito Geometria

Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Vediamo alcuni esempi:

Ambito Relazioni e Funzioni

**Attività "Studio di equazioni
che rappresentano la stessa
funzione"**

**Attività sperimentata
in una Classe Terza –
Liceo delle Scienze Applicate**

Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

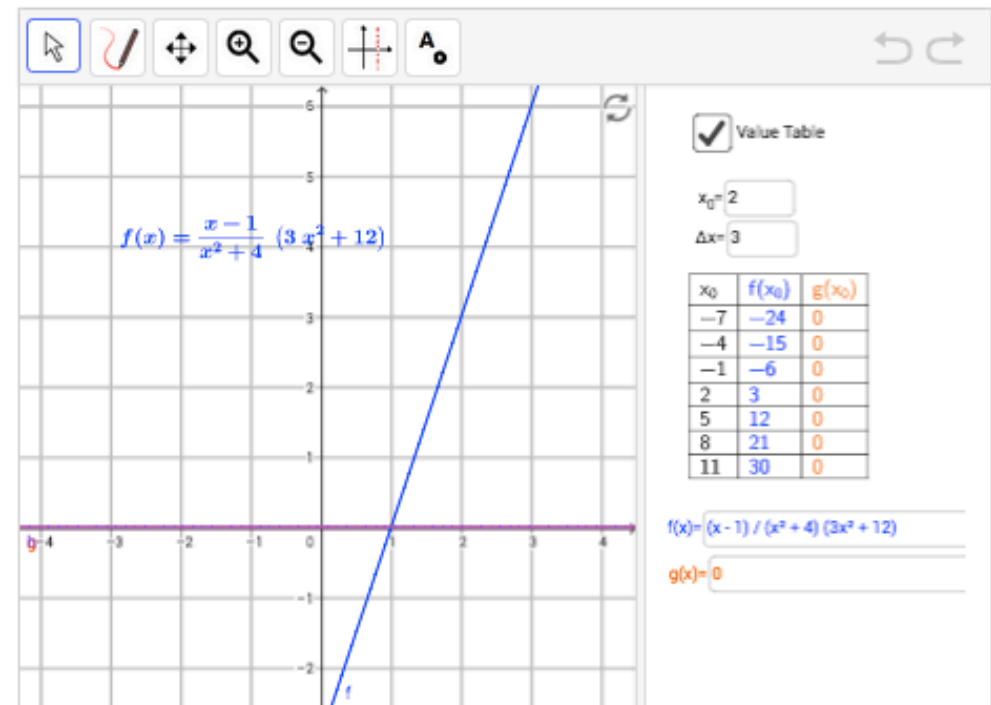
Attività "Studio di equazioni che rappresentano la stessa funzione"

TASK 1

Determina un'equazione $y=g(x)$ in modo che $g(x)$ ed $f(x)$ rappresentino la stessa funzione

$$f(x) = (x - 1) \frac{3x^2 + 12}{x^2 + 4}$$

Motiva la risposta.



Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Attività "Studio di equazioni che rappresentano la stessa funzione"

TASK 2

Enunciato: Le equazioni

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-4} (3x^2 - 12) \text{ e}$$

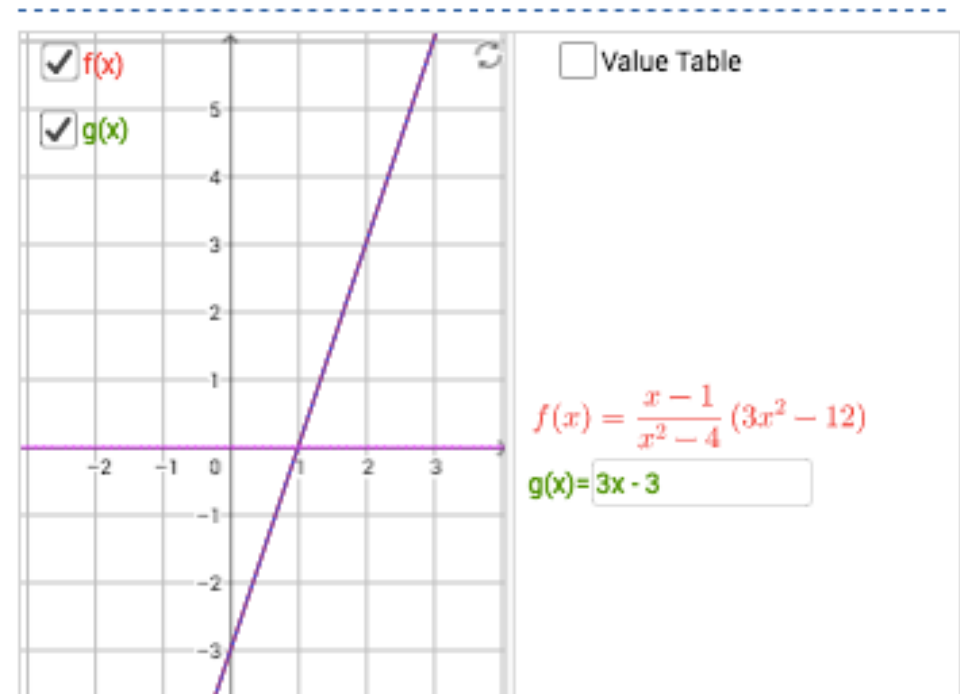
$$g(x) = 3x - 3$$

rappresentano la stessa funzione.

Vero o falso? (sì/no)

Spiega perché ritieni che l'enunciato sia vero/falso.

Invia inoltre un esempio che supporti la tua scelta.



Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Attività "Studio di equazioni che rappresentano la stessa funzione"

TASK 3

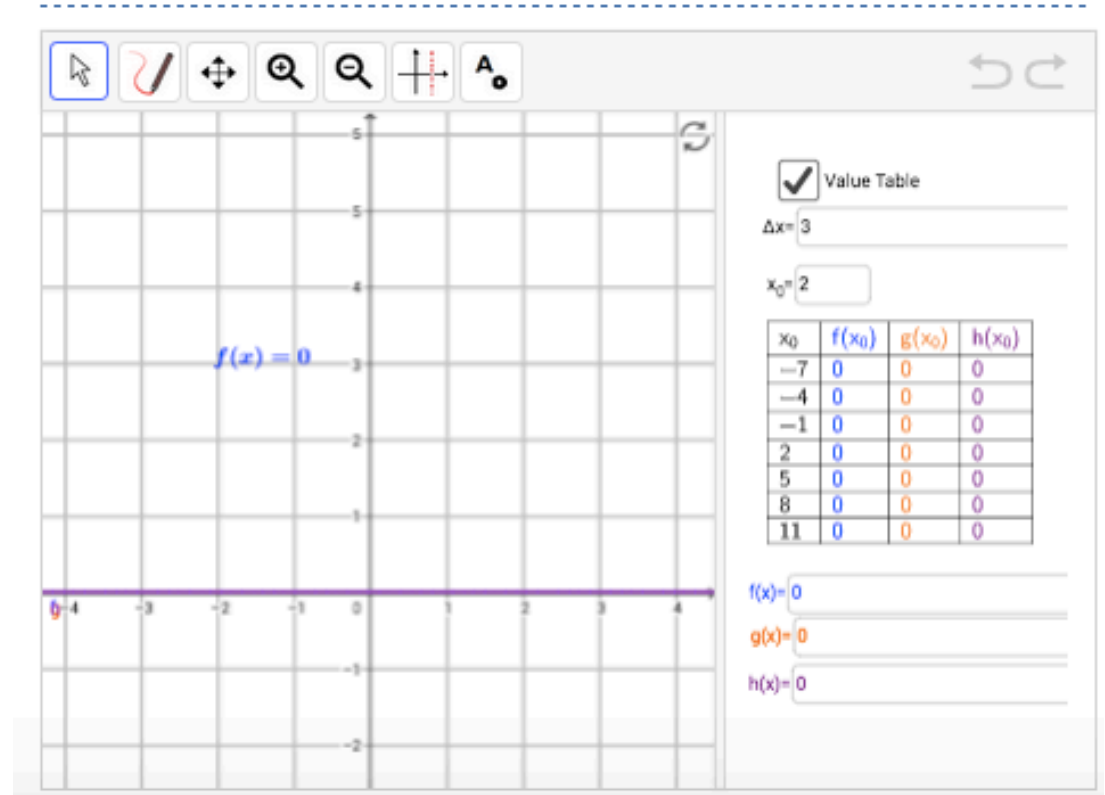
Enunciato: Se $y=f(x)$ e $y=g(x)$ sono le equazioni di due funzioni e

$$h(x) = \frac{f(x)g(x)}{g(x)}$$

allora le equazioni $y=f(x)$ e $y=h(x)$ rappresentano la stessa funzione.

Vero o falso? (sì/no)

Se ritieni che l'enunciato sia vero, spiega perché. Se ritieni che l'enunciato sia falso, invia un controesempio, individuando una coppia di equazioni $y=f(x)$ e $y=g(x)$ per le quali l'enunciato non risulti vero.



Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Attività "Studio di equazioni che rappresentano la stessa funzione"

TASK 3

Enunciato: Se $y=f(x)$ e $y=g(x)$ sono le equazioni di due funzioni e

$$h(x) = \frac{f(x)g(x)}{g(x)}$$

allora le equazioni $y=f(x)$ e $y=h(x)$ rappresentano la stessa funzione.

Vero o falso? (sì/no)

Se ritieni che l'enunciato sia vero, spiega perché. Se ritieni che l'enunciato sia falso, invia un controesempio, individuando una coppia di equazioni $y=f(x)$ e $y=g(x)$ per le quali l'enunciato non risulti vero.

Sì

Affermare " $h(x)=f(x)*g(x)/g(x)$ ", è come affermare " $h(x)=f(x)$ ", poiché $g(x)/g(x)$ si semplifica in 1. Sì

Numerose giustificazioni basate sulla possibilità di eseguire semplificazioni algebriche

La divisione fra due espressioni uguali è sempre uguale a 1 o 0. In più abbiamo un'altra equazione equivalente alle prime due che viene moltiplicata quindi per 1, valore neutro. Risulta quindi un'equazione del genere $h(x)=f(x)*1$, in pratica $h(x)=f(x)$. Può verificarsi il caso particolare $0=0$.

Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Attività "Studio di equazioni che rappresentano la stessa funzione"

TASK 3

Enunciato: Se $y=f(x)$ e $y=g(x)$ sono le equazioni di due funzioni e

$$h(x) = \frac{f(x)g(x)}{g(x)}$$

allora le equazioni $y=f(x)$ e $y=h(x)$ rappresentano la stessa funzione.

Vero o falso? (sì/no)

Se ritieni che l'enunciato sia vero, spiega perché. Se ritieni che l'enunciato sia falso, invia un controesempio, individuando una coppia di equazioni $y=f(x)$ e $y=g(x)$ per le quali l'enunciato non risulti vero.

Difficoltà nell'individuare esempi/controesempi efficaci

Value Table

$\Delta x = 3$

$x_0 = 2$

x_0	$f(x_0)$	$g(x_0)$	$h(x_0)$
-7	3	3	3
-4	3	3	3
-1	3	3	3
2	3	3	3
5	3	3	3
8	3	3	3
11	3	3	3

$f(x) = 3$

$g(x) = 3$

$h(x) = 3$

Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Attività "Studio di equazioni che rappresentano la stessa funzione"

TASK 3

Enunciato: Se $y=f(x)$ e $y=g(x)$ sono le equazioni di due funzioni e

$$h(x) = \frac{f(x)g(x)}{g(x)}$$

allora le equazioni $y=f(x)$ e $y=h(x)$ rappresentano la stessa funzione.

Vero o falso? (sì/no)

Se ritieni che l'enunciato sia vero, spiega perché. Se ritieni che l'enunciato sia falso, invia un controesempio, individuando una coppia di equazioni $y=f(x)$ e $y=g(x)$ per le quali l'enunciato non risulti vero.

Difficoltà nell'individuare esempi/controesempi efficaci

LO STUDENTE RISPONDE NO.



Value Table

$\Delta x = 3$

$x_0 = 2$

x_0	$f(x_0)$	$g(x_0)$	$h(x_0)$
-7	-8	0	-10
-4	-5	0	-7
-1	-2	0	-4
2	0	0	-1
5	0	0	0
8	0	0	0
11	0	0	0

$f(x) = x - 1$

$g(x) = 0$

$h(x) = x - 3$

Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Vediamo alcuni esempi:

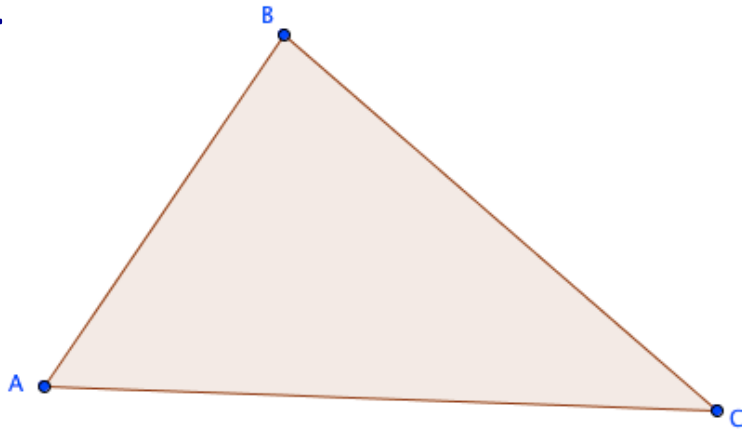
Attività "Luoghi di punti"

**Attività sperimentata con studenti
che hanno seguito il Laboratorio di
Fondamenti e Didattica della
Matematica (Scienze della
Formazione Primaria, 1° Anno)**

Ambito Geometria

Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Task 1

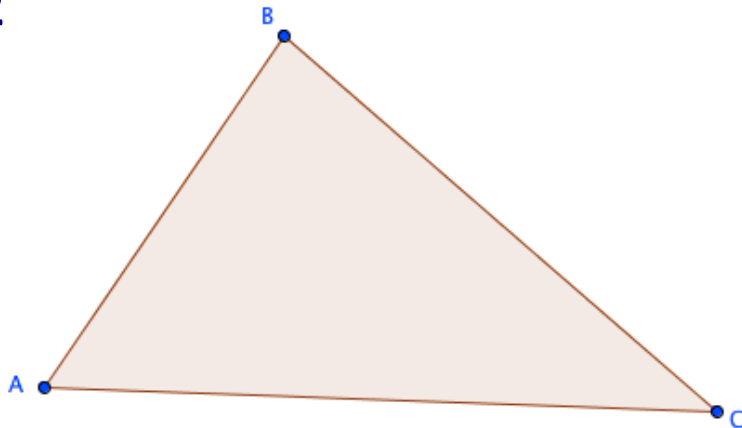


Attività "Luoghi di punti"

Sposta il punto B in modo che il triangolo ABC **diventi isoscele**.
Individua **almeno tre diverse** posizioni di B che soddisfino questa condizione.

Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Task 2



Attività "Luoghi di punti"

Quali sono tutte le possibili posizioni che B può occupare in modo che ABC sia isoscele?

Traccia il luogo dei punti B che soddisfano questa condizione.

Spiega il tuo ragionamento.

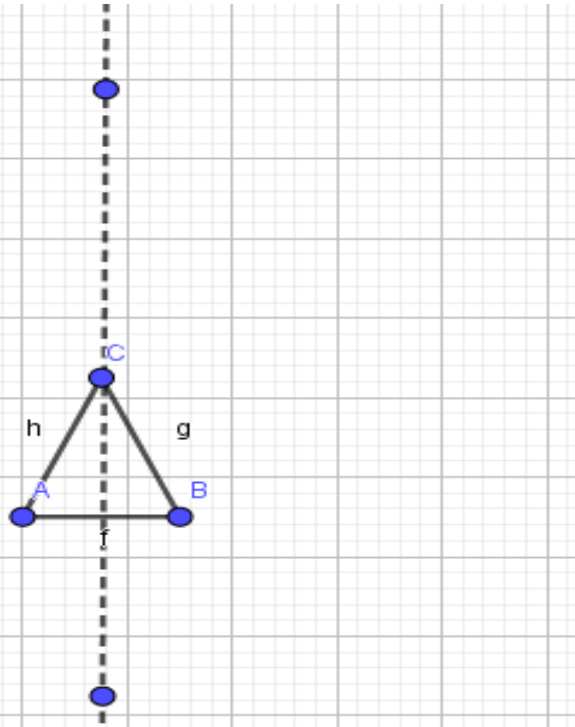
Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Attività "Luoghi di punti"

"Un triangolo isoscele è un triangolo che ha due lati di pari lunghezza. Il punto B del triangolo, affinché questo sia isoscele, può occupare qualsiasi punto sulla retta tratteggiata, salvo due eccezioni:

- Il punto che fa sì che i tre lati siano uguali, in quanto in questo caso si tratterebbe di un triangolo equilatero;*
- Il punto che interseca retta e segmento AB, in quanto in questo caso non si creerebbe nessun triangolo."*

Un esempio di risposta inviata: la discussione su di essa consente di riflettere su misconcetti e su idee ancora da approfondire.

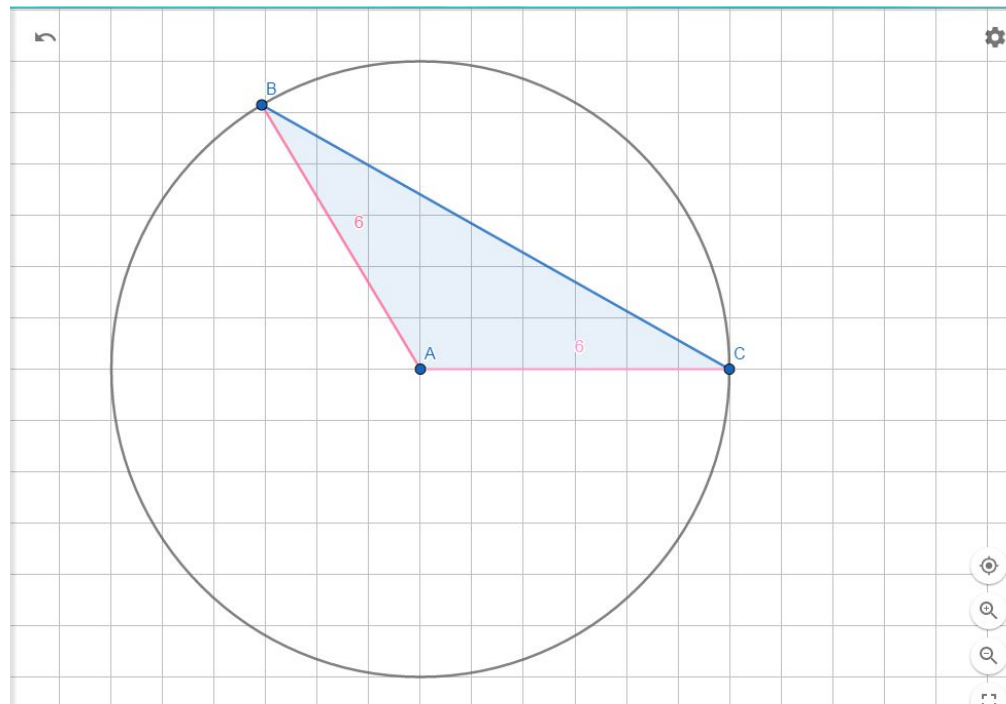


Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Attività "Luoghi di punti"

- 1) Procedimento: ho tracciato una circonferenza con centro il A e raggio AC. Dunque, ho spostato il punto B su un punto qualsiasi della circonferenza: tutti i punti sulla circonferenza hanno la stessa distanza dal centro (raggio) $\rightarrow AB=AC$ dunque il triangolo ABC è isoscele

Importanza di riflettere su quale sia la risposta più completa

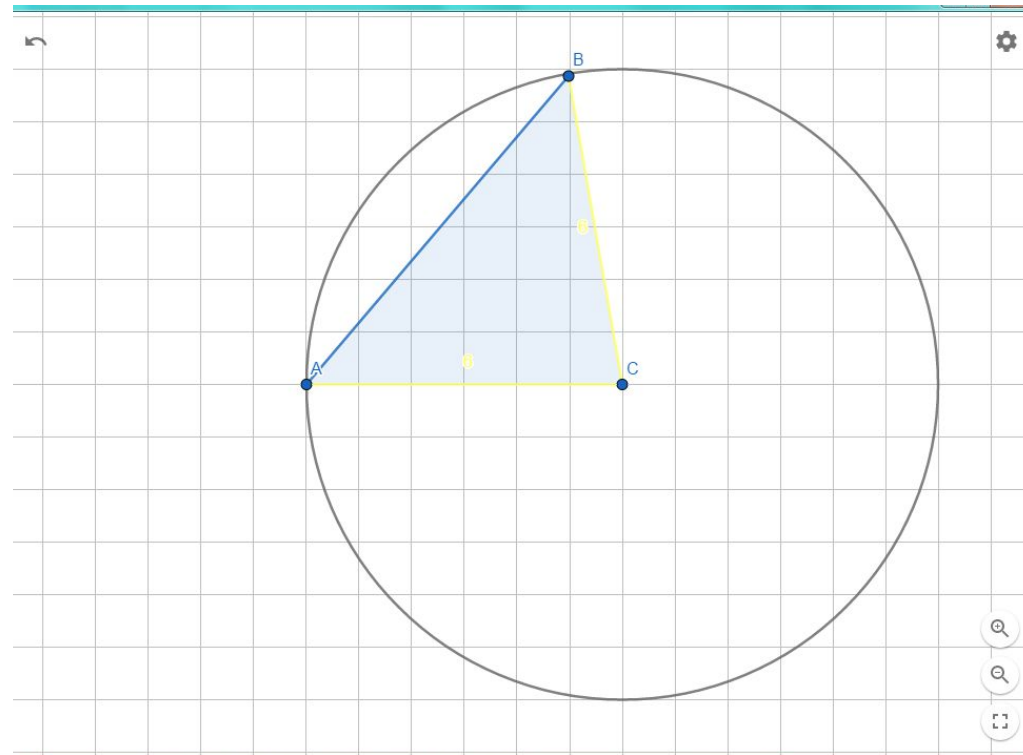


Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Attività "Luoghi di punti"

- 1) 2) Procedimento: ho tracciato una circonferenza con centro il C e raggio AC. Dunque, ho spostato il punto B su un punto qualsiasi della circonferenza: tutti i punti sulla circonferenza hanno la stessa distanza dal centro (raggio) $\rightarrow AB=AC$ dunque il triangolo ABC è isoscele

Importanza di
riflettere su quale sia
la risposta più
completa

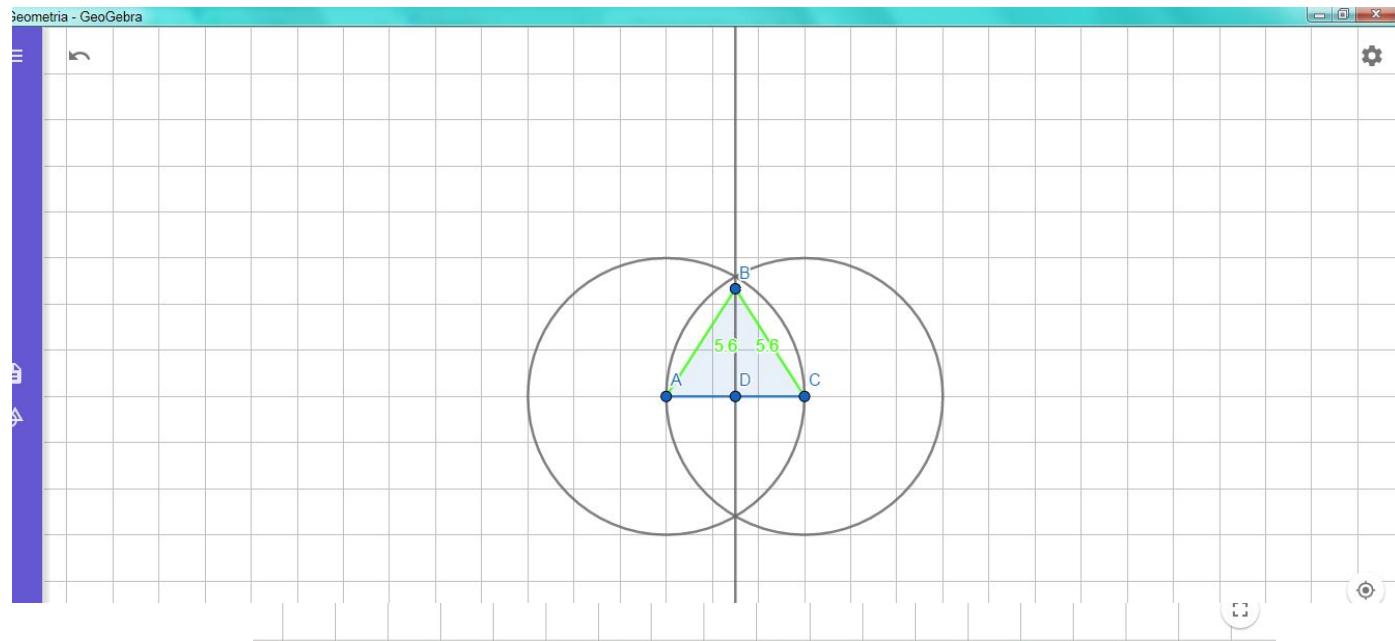


Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Attività "Luoghi di punti"

- 1) 2) 3) Procedimento: ho tracciato due circonferenze entrambe di raggio AC, una con centro in A e una pu con centro in C → ho tracciato una retta passante per i punti di intersezione delle due dis circonferenze → questa retta passa per il punto medio del segmento AC -> ho spostato il punto B in un punto qualsiasi sulla retta → $BA=BC$ → il triangolo ABC è isoscele


Importanza di riflettere su quale sia la risposta più completa



Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP

Raccogliere ed analizzare esempi e argomentazioni prodotti dagli studenti consente di riflettere su numerosi aspetti:

- **Le rappresentazioni utilizzate:** uso del linguaggio algebrico, uso di tabelle, riferimento ai grafici...
- **Le caratteristiche delle argomentazioni prodotte:** correttezza, chiarezza, completezza.
- **Il ruolo degli esempi costruiti:** esempi/controesempi banali, esempi/controesempi errati, esempi che non supportano le argomentazioni proposte.
- **I misconcetti che emergono.**
- **Gli aspetti teorici di riferimento.**



**FOCUS SULA PROGETTAZIONE E
GESTIONE DELLE
DISCUSSIONI DI CLASSE:
ATTIVITA' CRUCIALE** per stimolare
la riflessione, il confronto, l'analisi
di esempi ed argomentazioni
prodotte, la costruzione collettiva
di argomentazioni complete.

Contenuti che tratterò durante il mio intervento

- Il progetto STEP
- La valutazione formativa in matematica: il ruolo chiave dell'argomentazione
- Design di attività esplorative con GeoGebra nell'ambito di STEP: le sperimentazioni condotte in Italia
- **Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante**

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Primo esempio: attivazione di strategie di valutazione formativa e riflessioni collettive su alcuni esempi prodotti

- **Discussione condotta in una classe IV Liceo delle Scienze Applicate**
- **Attività STEP "Numero di punti di intersezione tra il grafico di una funzione polinomiale e le rette appartenenti ad un fascio assegnato"**

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

TASK 1: Osserva il grafico sottostante, che rappresenta la funzione di equazione

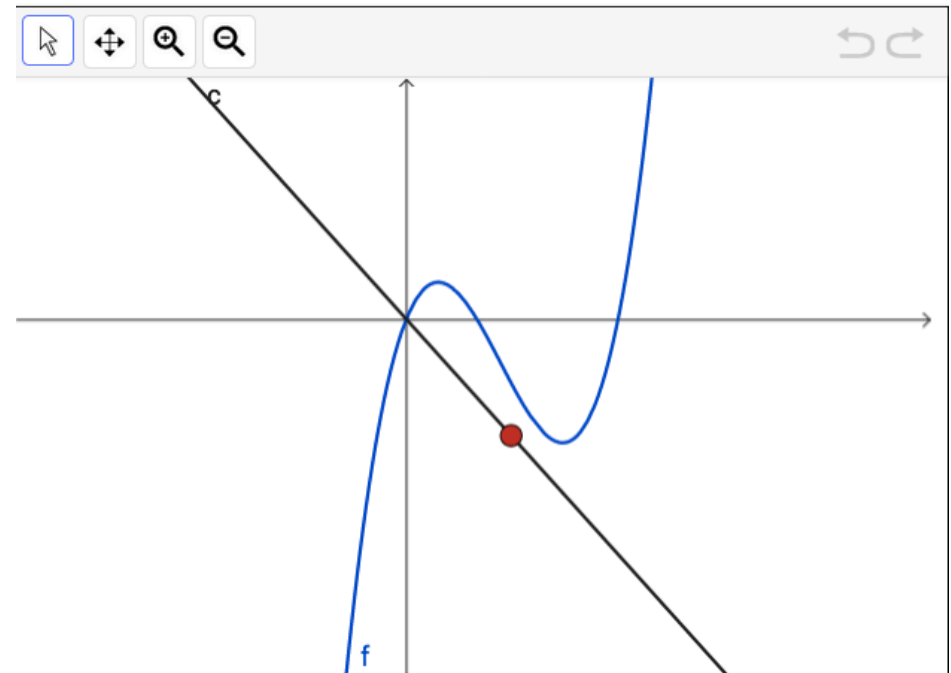
$$f(x) = x(x - 1)(x - 3)$$

e una delle rette del fascio $y = mx$.

Quanti punti di intersezione hanno i due grafici?

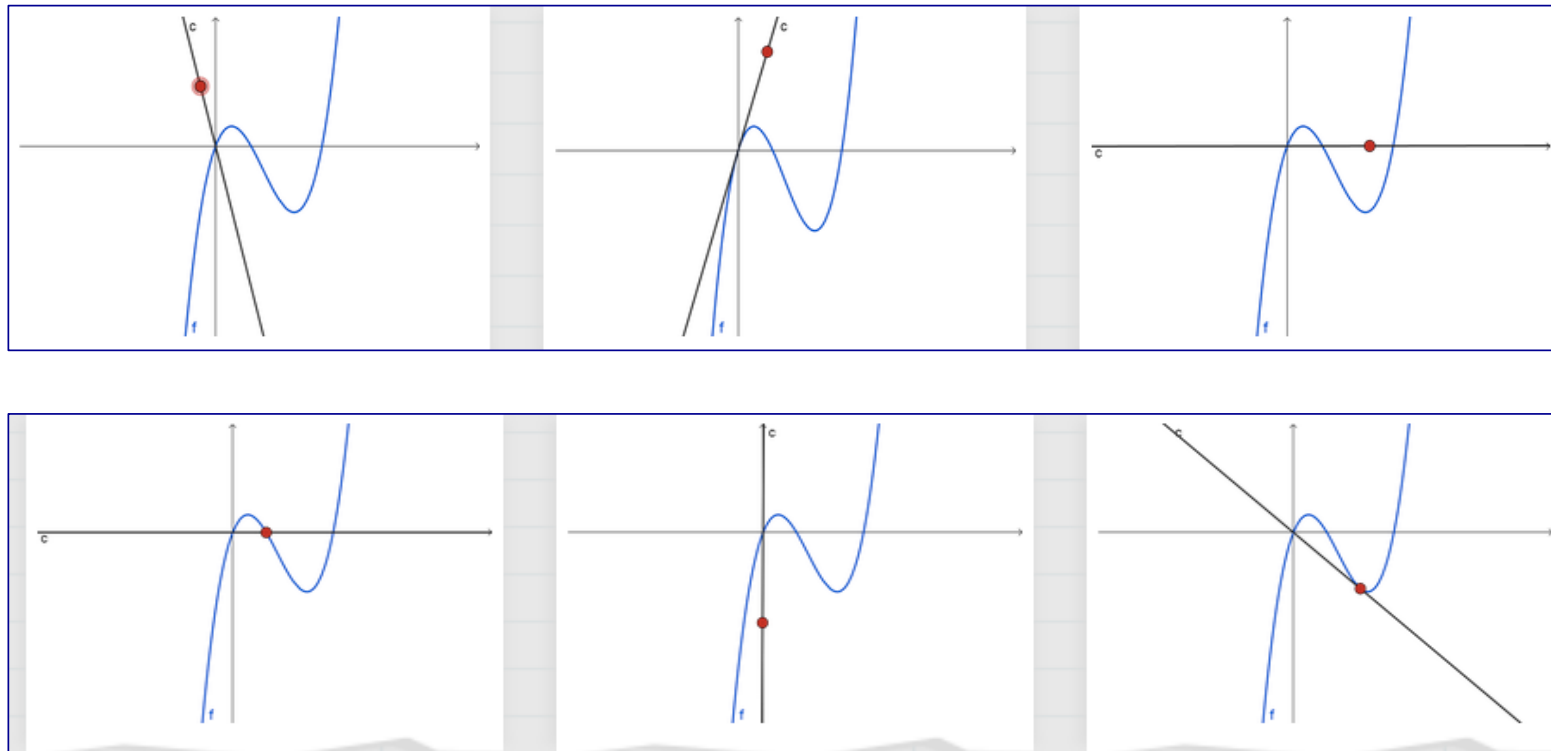
Invia 3 diversi grafici, ciascuno dei quali corrisponda ad un diverso numero di punti di intersezione tra il grafico della funzione di equazione $f(x) = x(x - 1)(x - 3)$ e le possibili rette del fascio.

Attività "Numero di punti di intersezione tra il grafico di una funzione polinomiale e le rette appartenenti ad un fascio assegnato".



Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni screenshots corretti e si chiede agli studenti di **esplicitare i tre diversi casi** (quante intersezioni?).

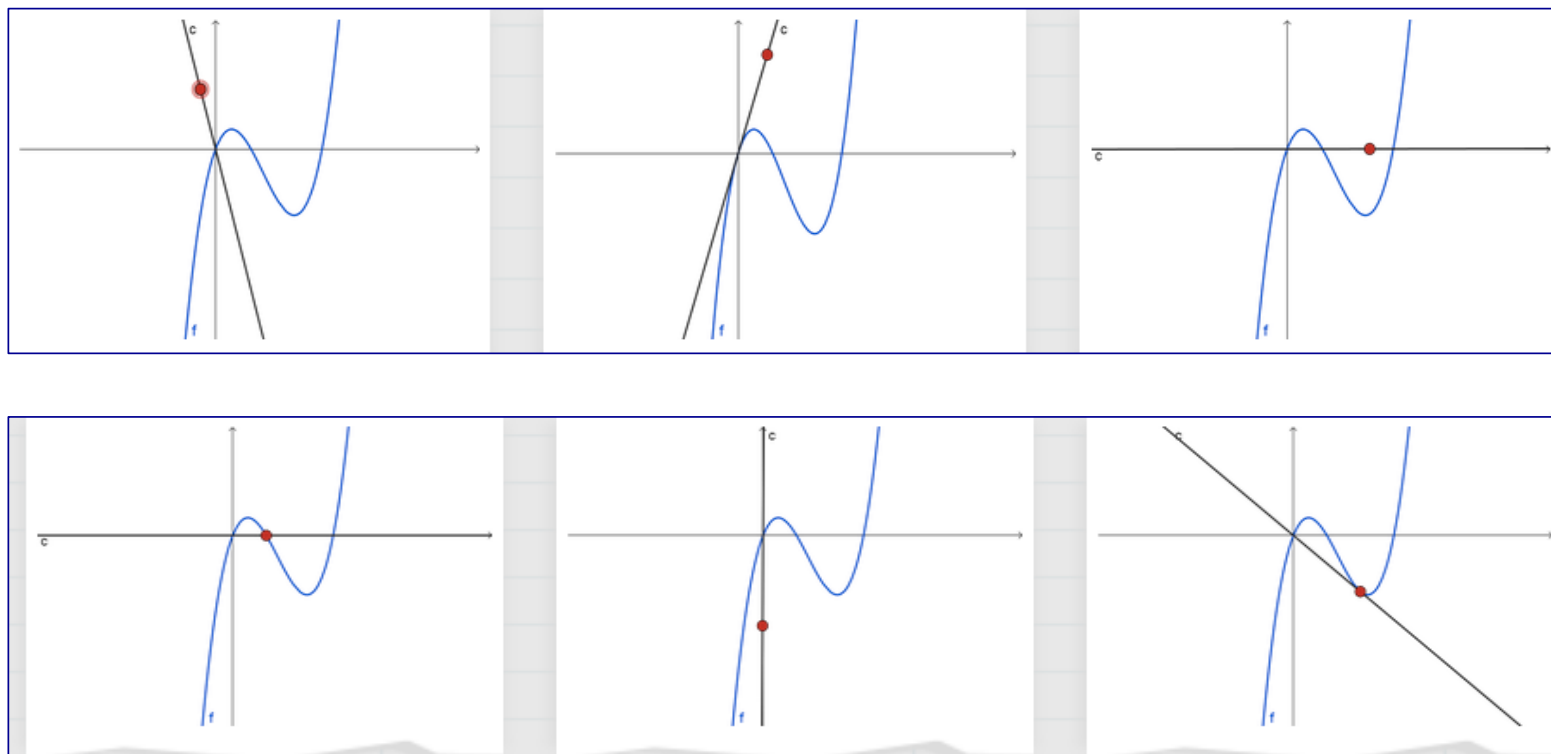


LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni screenshots corretti e si chiede agli studenti di **esplicitare i tre diversi casi** (quante intersezioni?).

Obiettivo: chiarire e condividere gli obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione (strategia A).

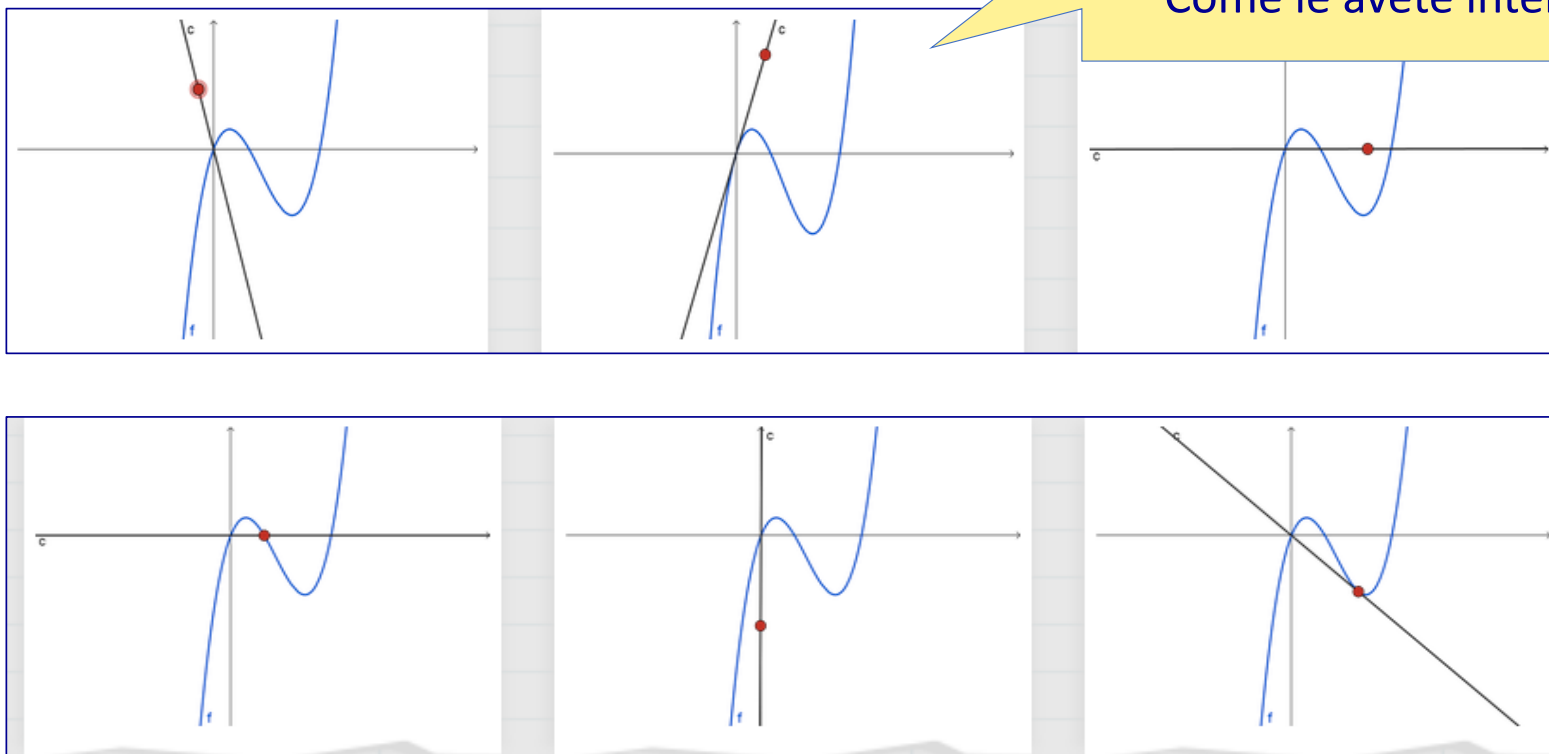


LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni screenshots corretti e si chiede agli studenti di **esplicitare i tre diversi casi** (quante intersezioni?).

Ins: Mi interessa ora concentrare l'attenzione su questa. Tutti avete inviato configurazioni del genere. Come le avete interpretate?

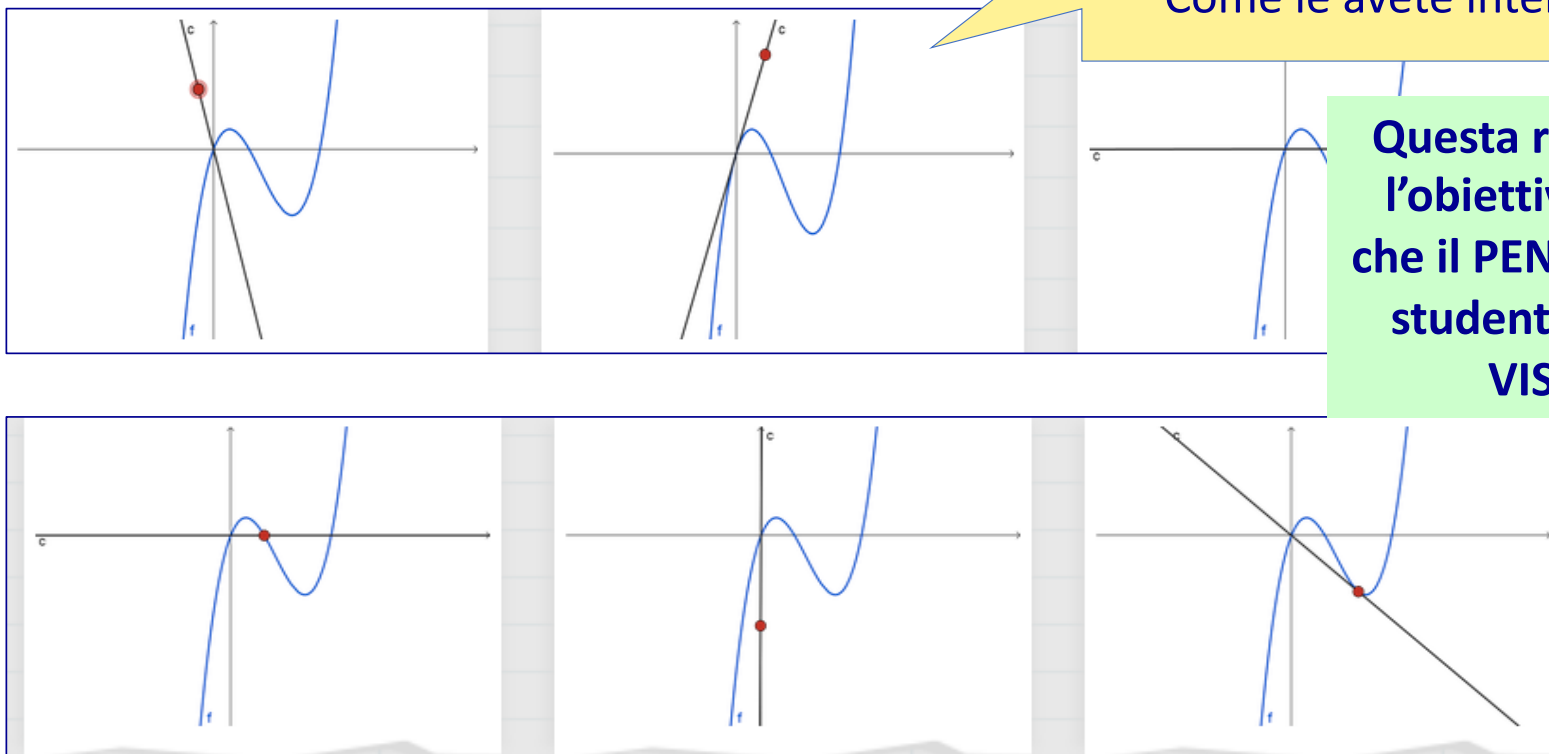


LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni screenshots corretti e si chiede agli studenti di **esplicitare i tre diversi casi** (quante intersezioni?).

Ins: Mi interessa ora concentrare l'attenzione su questa. Tutti avete inviato configurazioni del genere. Come le avete interpretate?



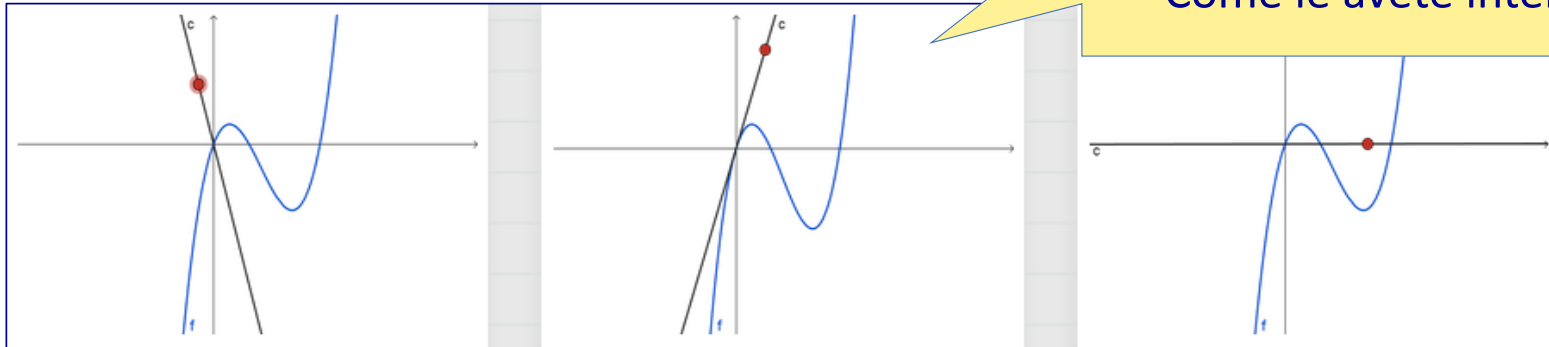
Questa richiesta ha l'obiettivo di far sì che il PENSIERO degli studenti sia RESO VISIBILE

LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

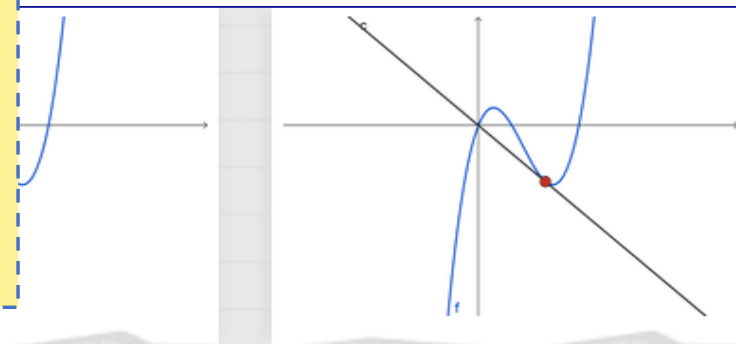
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni screenshots corretti e si chiede agli studenti di **esplicitare i tre diversi casi** (quante intersezioni?).

Ins: Mi interessa ora concentrare l'attenzione su questa. Tutti avete inviato configurazioni del genere. Come le avete interpretate?



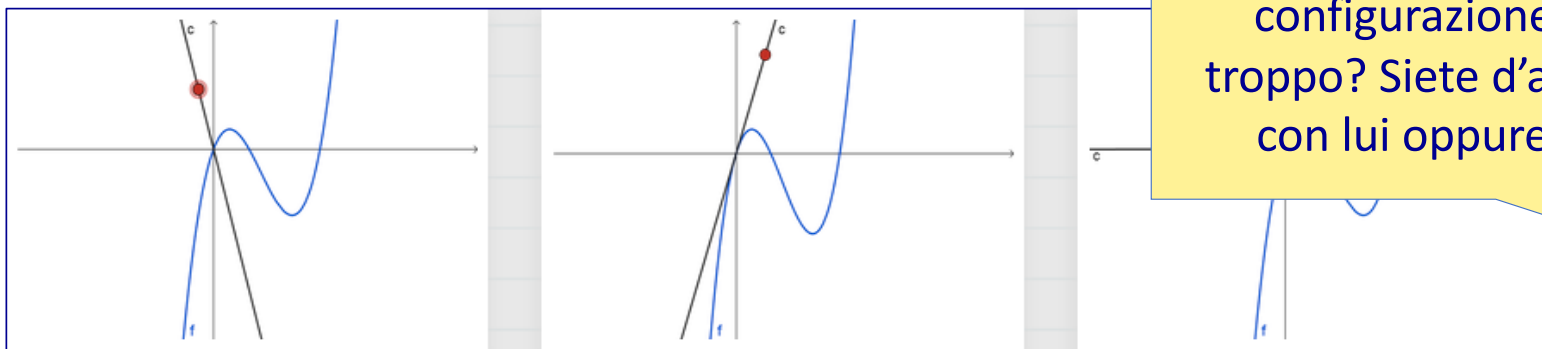
A: Secondo me, nella prima riga, il secondo caso sono tre punti di intersezione, poiché la retta è tangente. Di conseguenza ci sono due punti coincidenti nello stesso punto e un punto di intersezione in alto.



LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

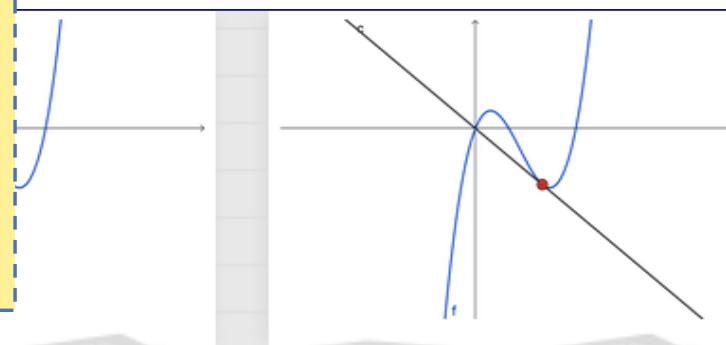
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni screenshots corretti e si chiede agli studenti di **esplicitare i tre diversi casi** (quante intersezioni?).



Ins: Quindi, in teoria, se consideriamo tre intersezioni, questa configurazione è di troppo? Siete d'accordo con lui oppure no?

A: Secondo me, nella prima riga, il secondo caso sono tre punti di intersezione, poiché la retta è tangente. Di conseguenza ci sono due punti coincidenti nello stesso punto e un punto di intersezione in alto.



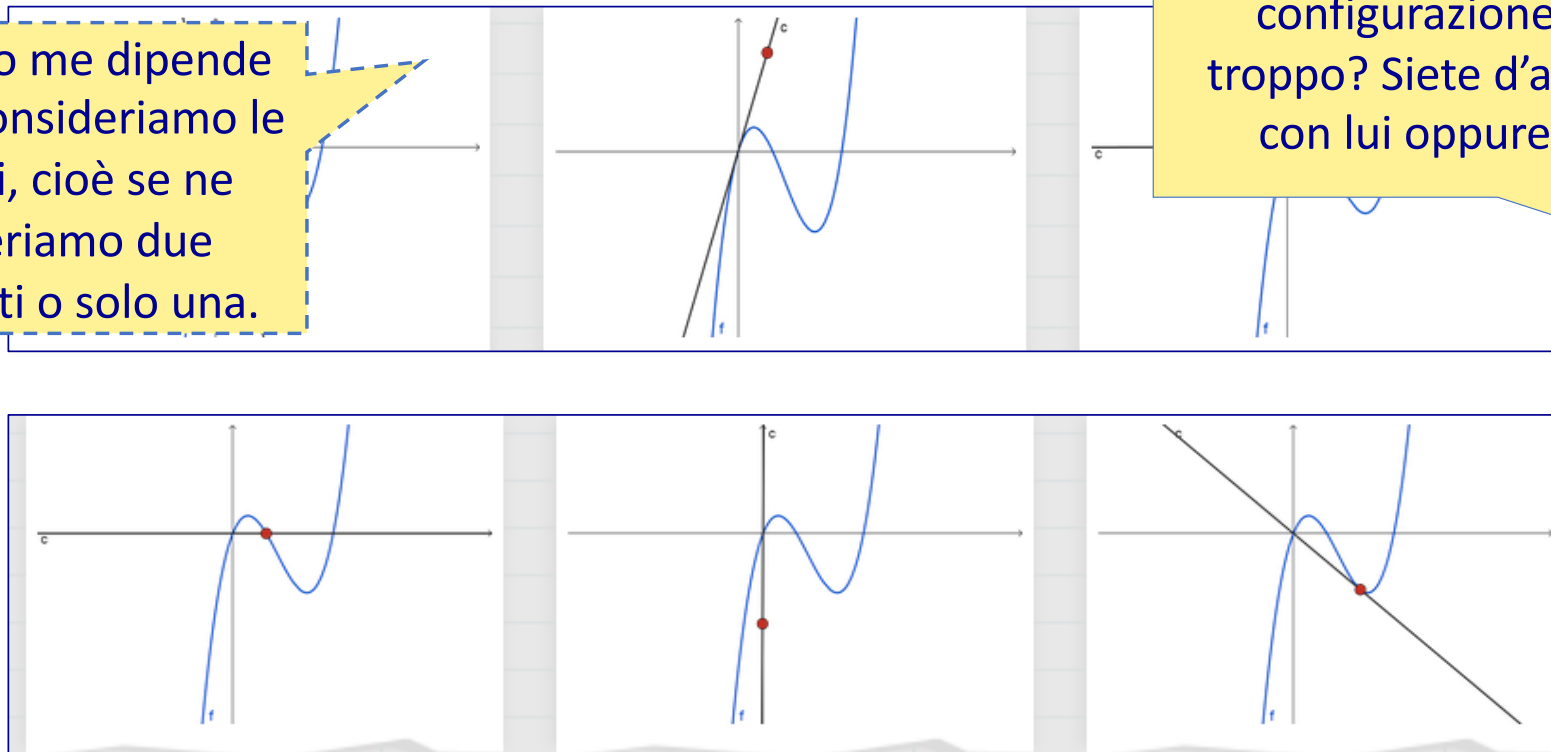
LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni screenshots corretti e si chiede agli studenti di **esplicitare i tre diversi casi** (quante intersezioni?).

B: Secondo me dipende da come consideriamo le soluzioni, cioè se ne consideriamo due coincidenti o solo una.

Ins: Quindi, in teoria, se consideriamo tre intersezioni, questa configurazione è di troppo? Siete d'accordo con lui oppure no?

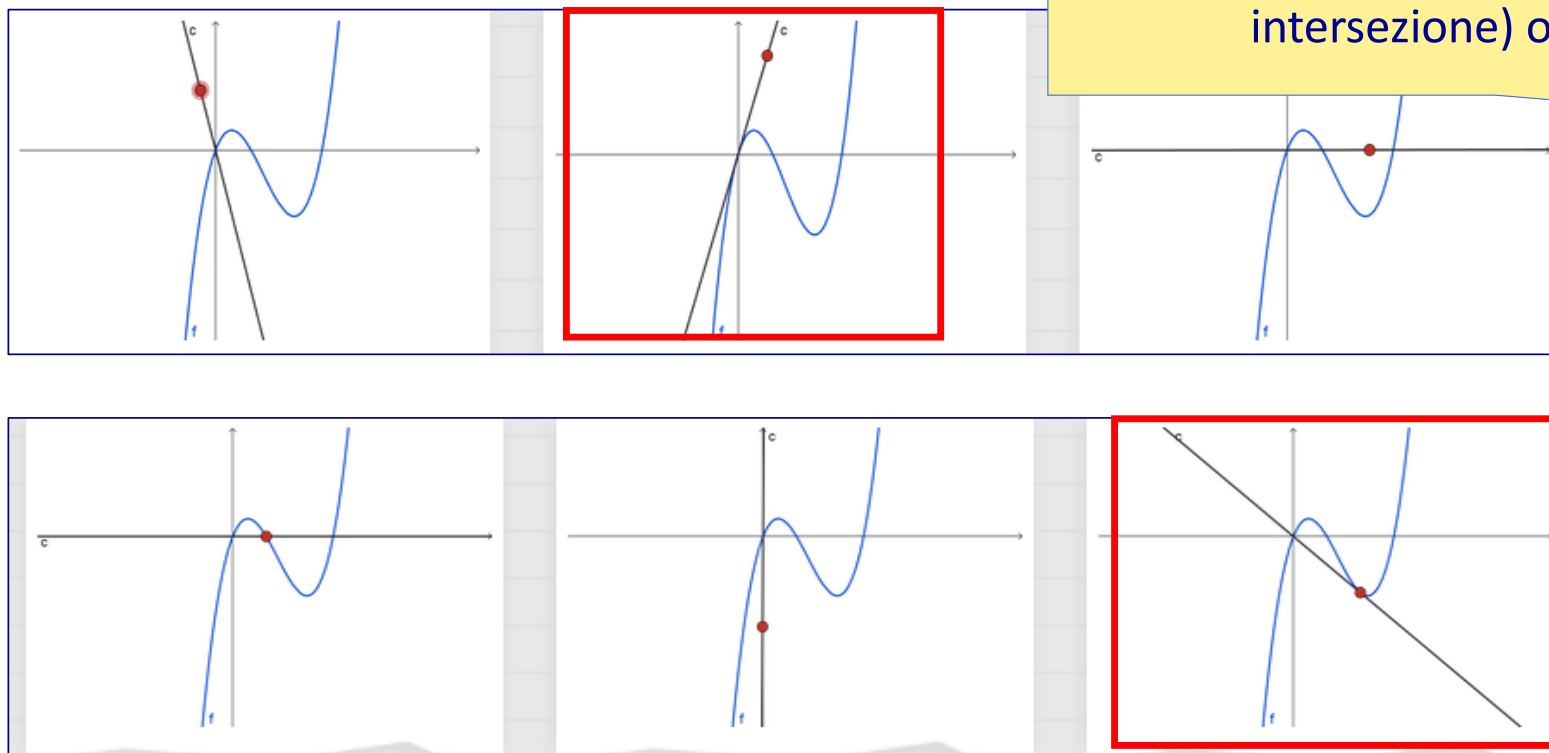


LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni screenshots corretti e si chiede agli studenti di **esplicitare i tre diversi casi** (quante intersezioni?).

Ins: Consideriamo 3 punti (di intersezione) o 2?



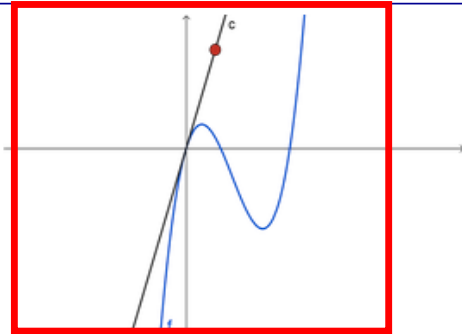
LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

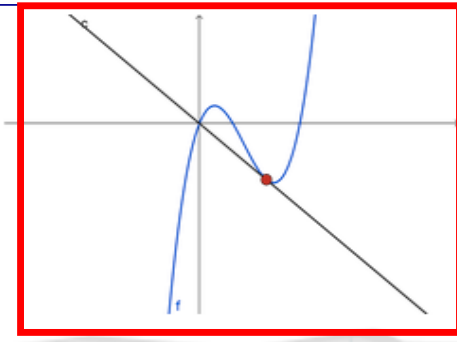
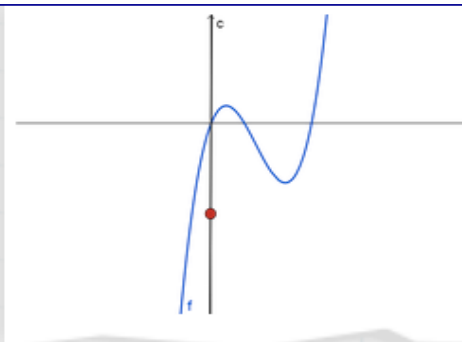
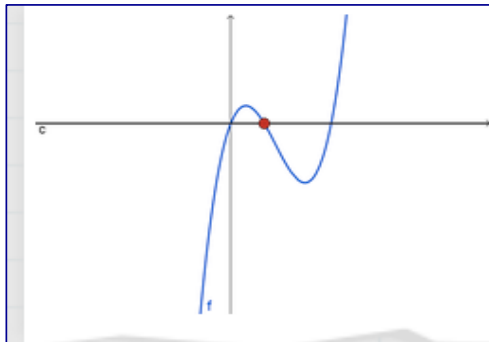
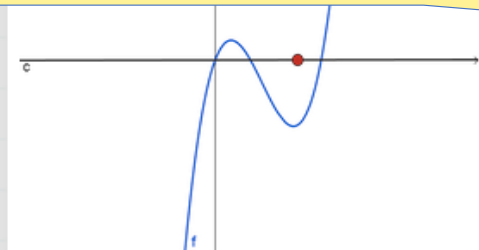
Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni studenti di **esplicitare i tre**

scree
dive

C: lo considererei 2 punti perché solitamente la tangente si considera un punto di tangenza. Poi, visto che quella lì (la retta tangente) ha un'inclinazione, prima o poi incontrerà la curva lassù.



Ins: Consideriamo 3 punti (di intersezione) o 2?



LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

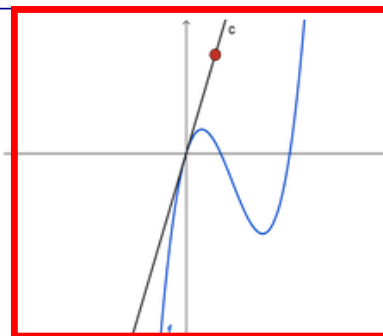
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni

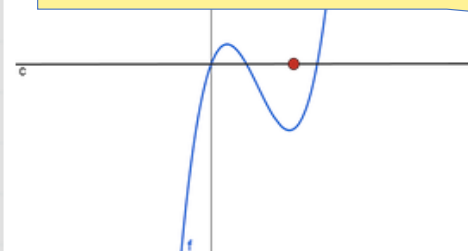
scree
diver

C: lo considererei 2 punti perché solitamente la tangente si considera un punto di tangenza. Poi, visto che quella lì (la retta tangente) ha un'inclinazione, prima o poi incontrerà la curva lassù.

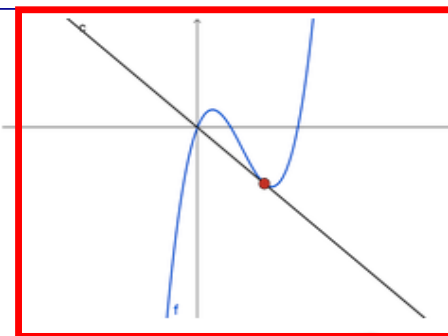
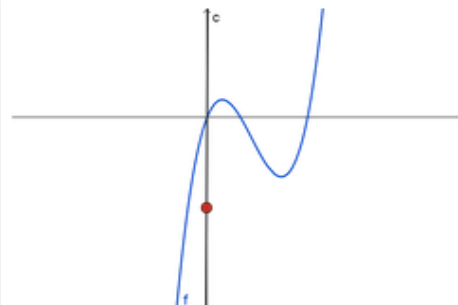
identi di **esplicitare i tre**



Ins: Consideriamo 3 punti (di intersezione) o 2?



D: Non ci sarebbe da distinguere che sono tre soluzioni, ma due intersezioni?



LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

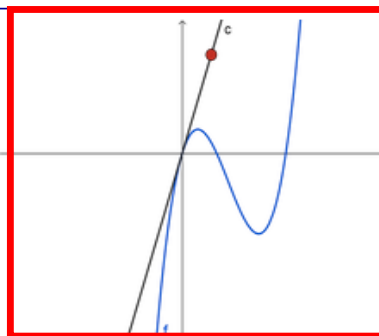
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Prevalenza di risposte corrette. → Vengono mostrati alcuni

scree
diver

C: Io considererei 2 punti perché solitamente la tangente si considera un punto di tangenza. Poi, visto che quella lì (la retta tangente) ha un'inclinazione, prima o poi incontrerà la curva lassù.

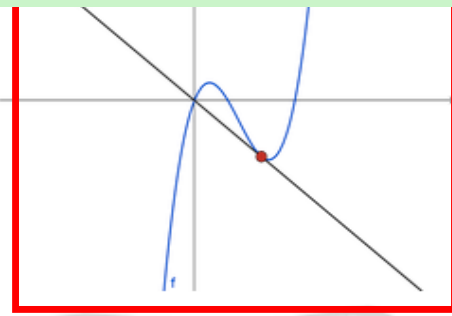
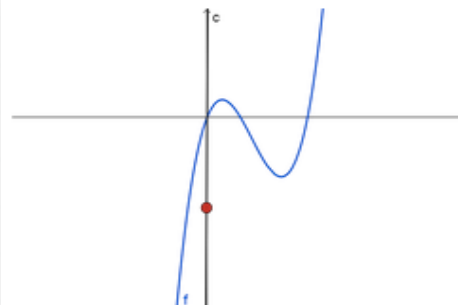
identi di **esplicitare i tre**



Ins: Consideriamo 3 punti (di intersezione) o 2?

La discussione continua. Gli studenti concludono che questo è un caso a parte perché la retta rappresentata e la curva hanno due punti distinti di intersezione.

D: Non ci sarebbe da distinguere che sono tre soluzioni, ma due intersezioni?



LA DISCUSSIONE SULLA TASK 1

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

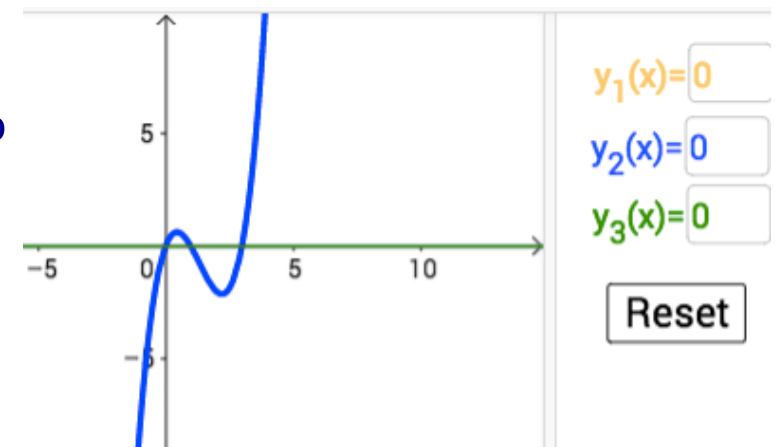
Attività "Numero di punti di intersezione tra il grafico di una funzione polinomiale e le rette appartenenti ad un fascio assegnato".

TASK 2: Nella figura qui sotto sono rappresentati il grafico della funzione di equazione $f(x) = x(x - 1)(x - 3)$ e quello di una retta del fascio $y = mx$.

Seleziona, dall'elenco di enunciati riguardanti il numero di intersezioni tra i due grafici, **quelli che ritieni siano corretti**. Puoi selezionare più di un enunciato.

Il grafico della funzione di equazione $f(x) = x(x - 1)(x - 3)$ e quello della retta del fascio di equazione $y = mx$ possono intersecarsi:

1. possono intersecarsi **in un punto**.
2. possono intersecarsi **in due punti distinti**.
3. possono intersecarsi **in tre punti distinti**.
4. possono avere **più di tre punti distinti di intersezione**.



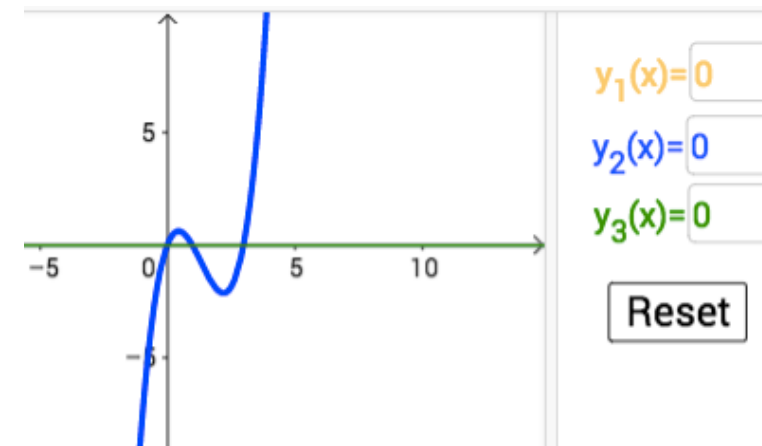
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Attività "Numero di punti di intersezione tra il grafico di una funzione polinomiale e le rette appartenenti ad un fascio assegnato".

TASK 2: Il grafico della funzione di equazione $f(x) = x(x - 1)(x - 3)$ e quello della retta del fascio di equazione $y=mx$ possono intersecarsi:

1. possono intersecarsi **in un punto**.
2. possono intersecarsi **in due punti distinti**.
3. possono intersecarsi **in tre punti distinti**.
4. possono avere **più di tre punti distinti di intersezione**.

Per ogni enunciato che selezioni, individua tre diverse rette del fascio $y=mx$ che soddisfino l'enunciato ed invia le immagini corrispondenti. Se ritieni che non esistano tre rette che soddisfino l'enunciato, invia meno di tre immagini.



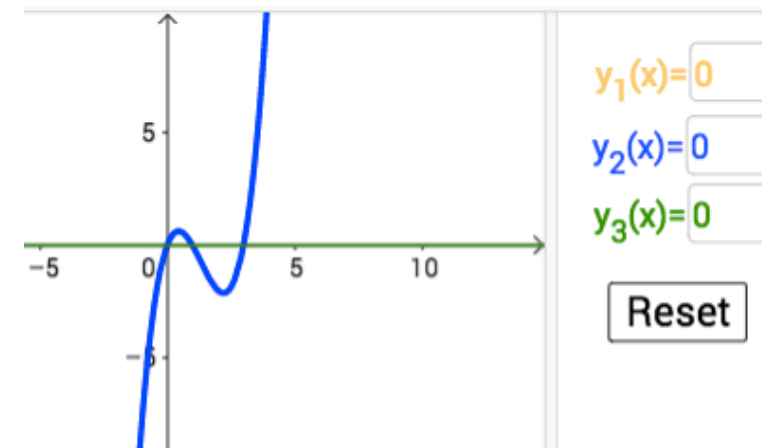
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Attività "Numero di punti di intersezione tra il grafico di una funzione polinomiale e le rette appartenenti ad un fascio assegnato".

TASK 2: Il grafico della funzione di equazione $f(x) = x(x - 1)(x - 3)$ e quello della retta del fascio di equazione $y=mx$ possono intersecarsi:

1. possono intersecarsi **in un punto.**
2. possono intersecarsi **in due punti distinti.**
3. possono intersecarsi **in tre punti distinti.**
4. possono avere **più di tre punti distinti di intersezione.**

Per ogni enunciato che selezioni, individua tre diverse rette del fascio $y=mx$ che soddisfino l'enunciato ed invia le immagini corrispondenti. Esistono tre rette che soddisfino meno di tre immagini.

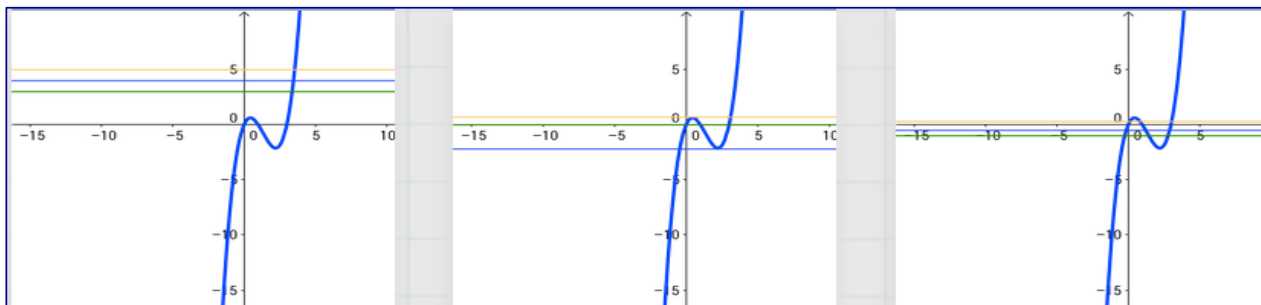
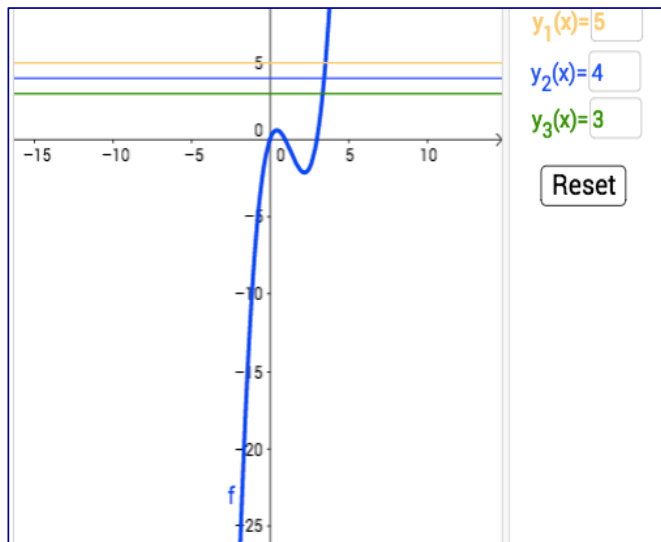


Tutti gli studenti selezionano gli enunciati 1, 2 e 3.
→ Focus sugli esempi che vengono inviati dagli studenti.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 2

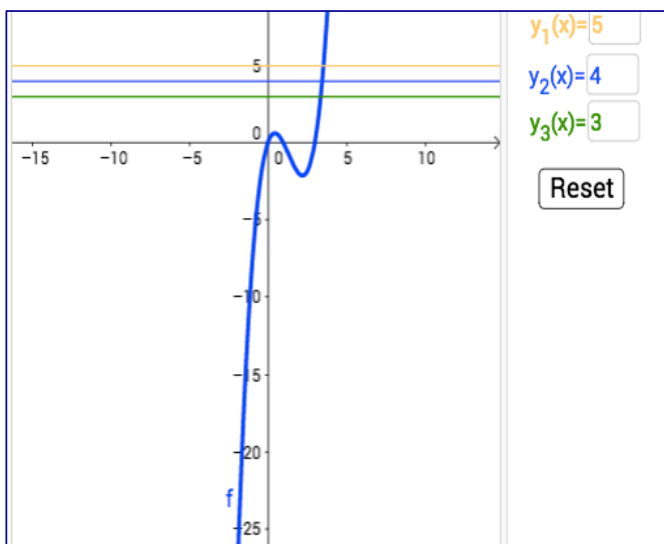
Viene identificata una risposta errata, che viene mostrata alla LIM, assieme alle equazioni inviate dallo studente che l'ha prodotta.



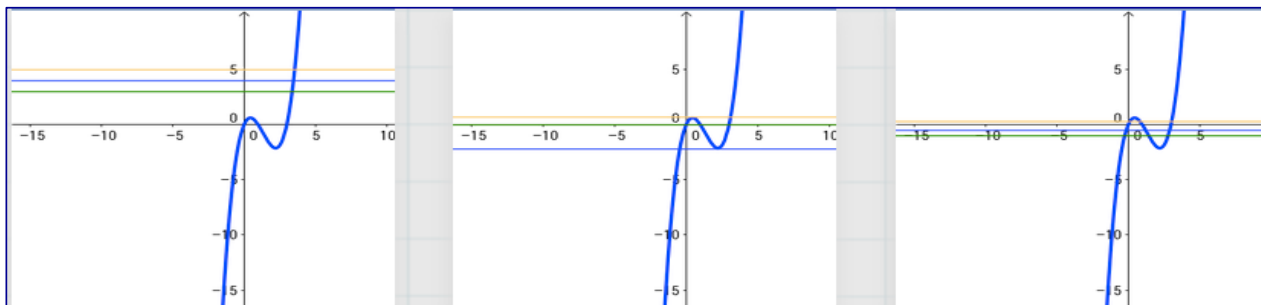
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 2

Viene identificata una risposta errata, che viene mostrata alla LIM, assieme alle equazioni inviate dallo studente che l'ha prodotta.

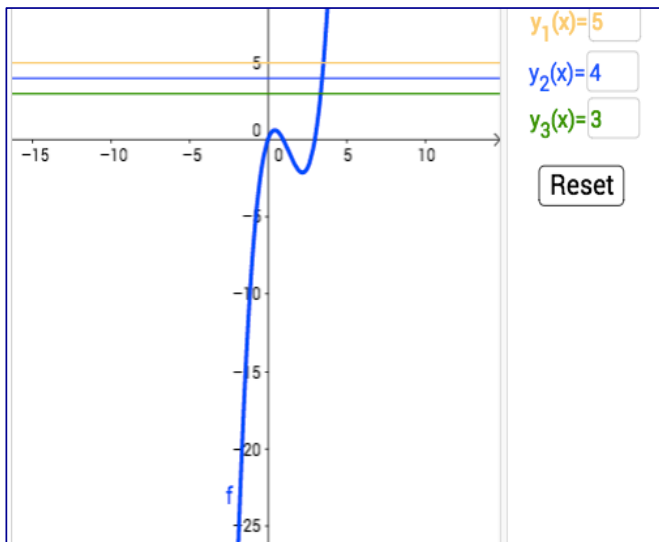


Ins: ... dovevate inviare, per ciascuno degli enunciati selezionati (1, 2, 3), tre diverse rette. Qui sono state inviate tre rette per ciascun caso. **Vorrei sentire come commentereste questa soluzione.**



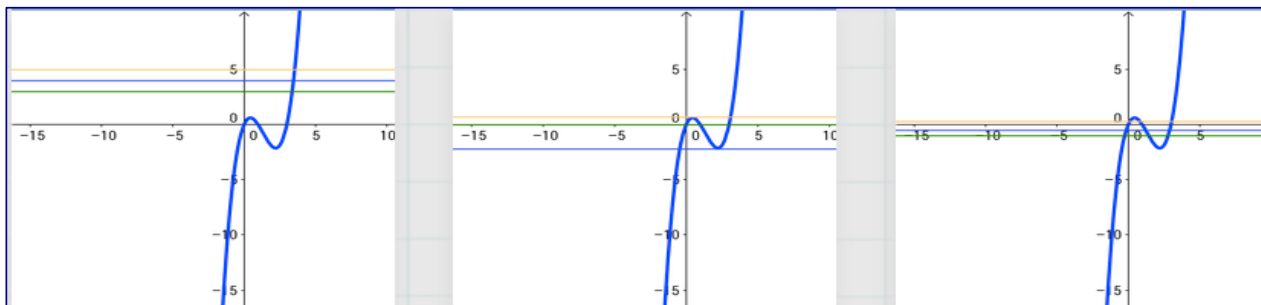
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 2



Viene identificata una risposta errata, che viene mostrata alla LIM, assieme alle equazioni inviate dallo studente che l'ha prodotta.

Ins: ... dovevate inviare, per ciascuno degli enunciati selezionati (1, 2, 3), tre diverse rette. Qui sono state inviate tre rette per ciascun caso. **Vorrei sentire come commentereste questa soluzione.**

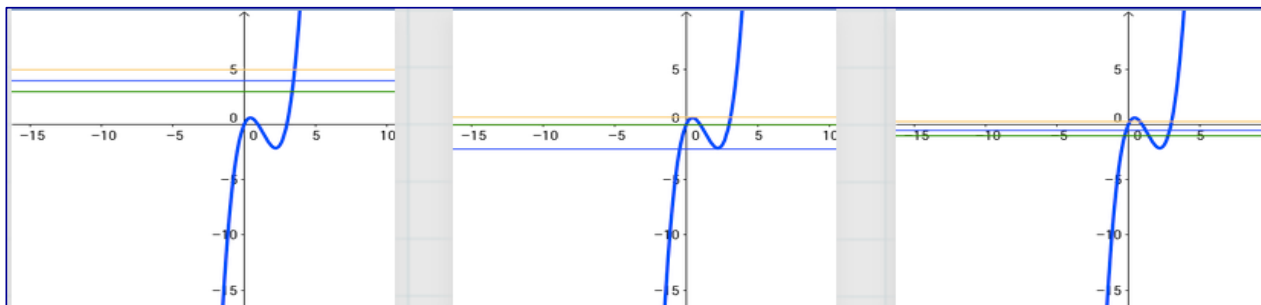


Obiettivo: ATTIVARE gli STUDENTI come RISORSE GLI UNI PER GLI ALTRI (strategia D)

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 2

F: Semplicemente non appartengono al fascio $y=mx$. L'equazione del fascio sarebbe soltanto $y=m$. Cioè non appartengono al fascio dato dall'esercizio.



Viene identificata una risposta errata, che viene mostrata alla LIM, assieme alle equazioni inviate dallo studente che l'ha prodotta.

Ins: ... dovevate inviare, per ciascuno degli enunciati selezionati (1, 2, 3), tre diverse rette. Qui sono state inviate tre rette per ciascun caso. **Vorrei sentire come commentereste questa soluzione.**

Obiettivo: ATTIVARE gli STUDENTI come RISORSE GLI UNI PER GLI ALTRI (strategia D)

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

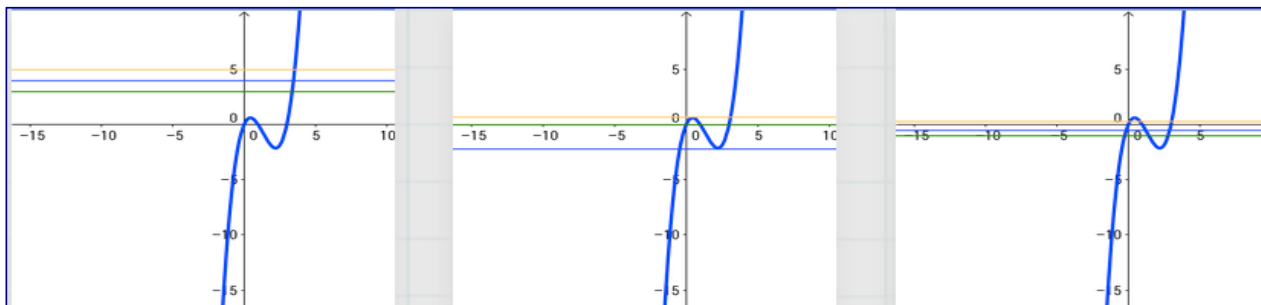
LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 2

F: Semplicemente non appartengono al fascio $y=mx$. L'equazione del fascio sarebbe soltanto $y=m$. Cioè non appartengono al fascio dato dall'esercizio.

Gli studenti FORNISCONO FEEDBACK (strategia C)

Viene identificata una risposta errata, che viene mostrata alla LIM, assieme alle equazioni inviate dallo studente che l'ha prodotta.

Ins: ... dovevate inviare, per ciascuno degli enunciati selezionati (1, 2, 3), tre diverse rette. Qui sono state inviate tre rette per ciascun caso. **Vorrei sentire come commentereste questa soluzione.**

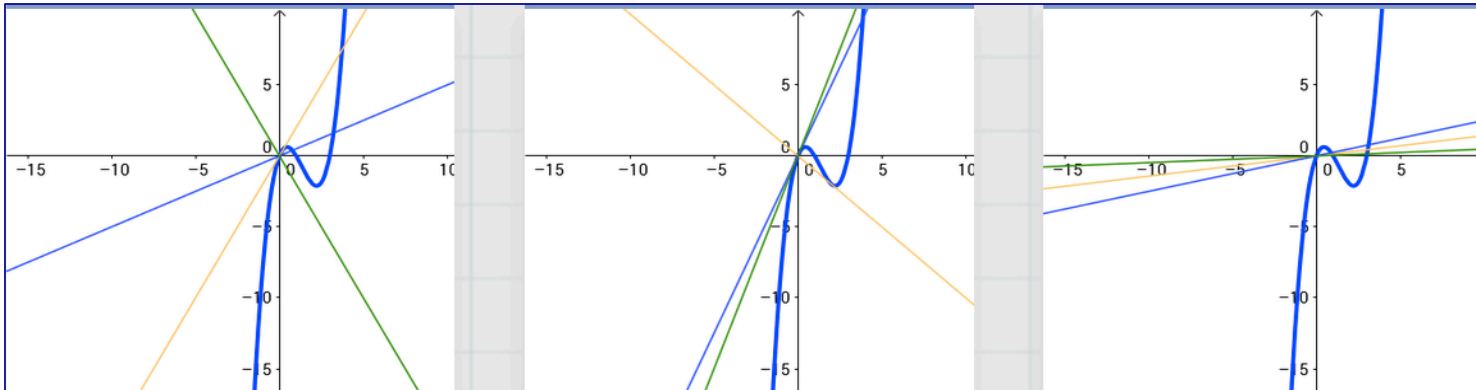


Obiettivo: ATTIVARE gli STUDENTI come RISORSE GLI UNI PER GLI ALTRI (strategia D)

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 2

Successivamente vengono mostrati gli screenshot inviati da un altro studente e si chiede alla classe di commentare.

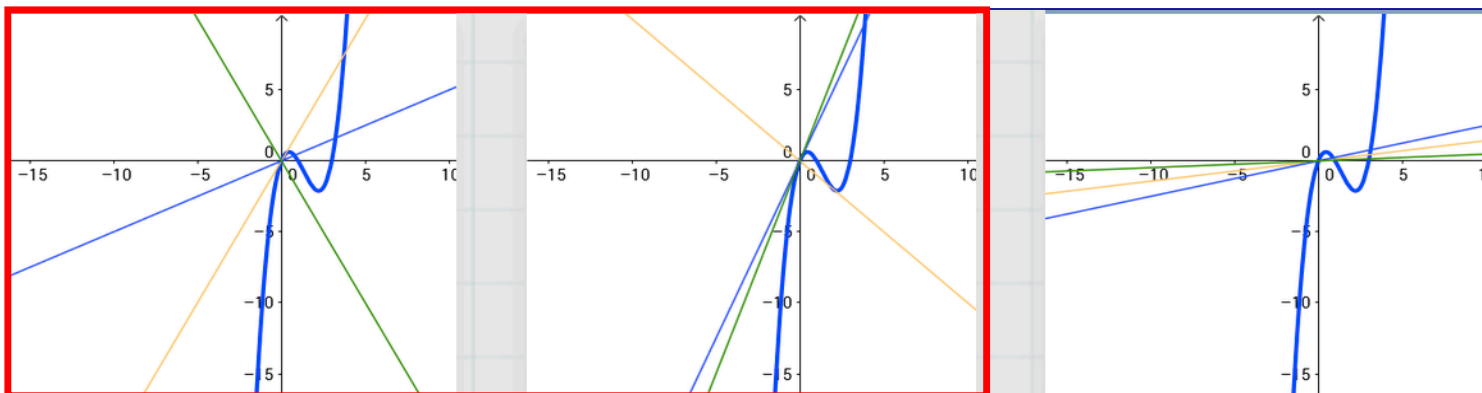


Ins: Concentriamoci su questa fila di screenshot. Secondo voi perché ve l'abbiamo mostrata?

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 2

Successivamente vengono mostrati gli screenshot inviati da un altro studente e si chiede alla classe di commentare.



Ins: Concentriamoci su questa fila di screenshot. Secondo voi perché ve l'abbiamo mostrata?

Vengono sviluppate RIFLESSIONI SU DIVERSI ASPETTI:

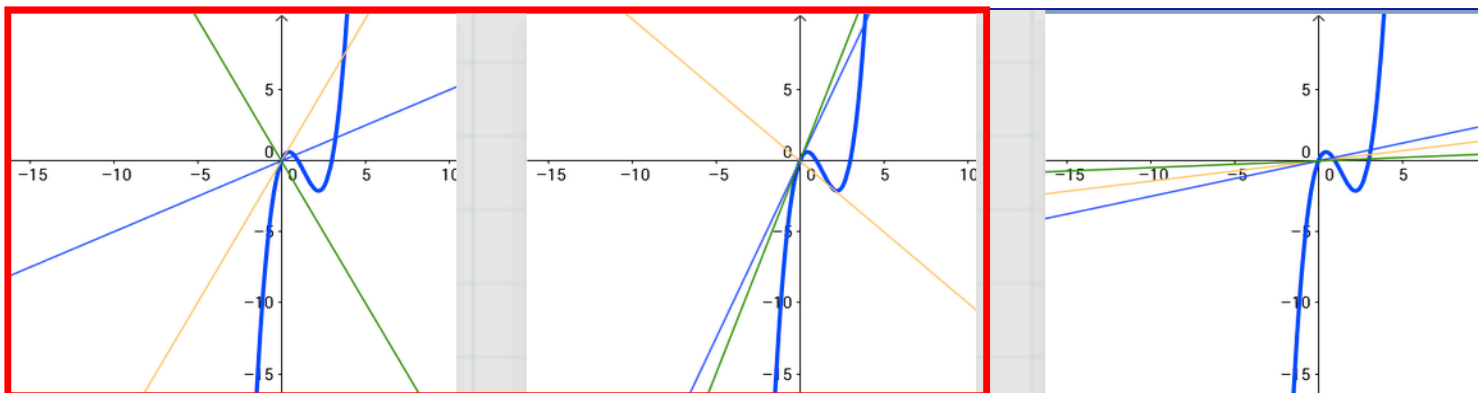
- iniziale interpretazione non corretta della richiesta (primo screenshot).
- identificazione delle rette che hanno solo due punti distinti di intersezioni con il grafico (secondo screenshot).
- Definizione di retta tangente ad una curva.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 2

Riflessioni a LIVELLO METACOGNITIVO per evidenziare la dialettica tra percezione e conoscenza teorica.

gli screenshot de alla classe di



Ins: Concentriamoci su questa fila di screenshot. Secondo voi perché ve l'abbiamo mostrata?

Vengono sviluppate RIFLESSIONI SU DIVERSI ASPETTI:

- Iniziale interpretazione non corretta della richiesta (primo screenshot).
- Identificazione delle rette che hanno solo due punti distinti di intersezioni con il grafico (secondo screenshot).
- Definizione di retta tangente ad una curva.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Secondo esempio: dalla riflessione sugli esempi prodotti, alla costruzione collettiva di argomentazioni complete

- **Discussione condotta in una classe
Il Liceo Scientifico**
- **Attività STEP "Intersezioni tra un fascio di rette ed un segmento "**

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Attività "Intersezioni tra un fascio di rette ed un segmento".

TASK 3: Considera il segmento di estremi $A(2,4)$ e $B(-3,2)$ e il fascio di rette di equazione $y=mx$.

Enunciato: Esistono due rette del fascio che intersecano il segmento AB e sono perpendicolari tra loro.

Se ritieni che sia vero, invia le equazioni di due rette che soddisfino l'enunciato.

Se ritieni che non sia vero, spiega perché ed invia una schermata che supporti la tua scelta.

Questo enunciato è vero?

The screenshot shows a digital geometry workspace. At the top, there is a question: "Questo enunciato è vero?" with two buttons, "Sì" and "No". Below this is a dashed horizontal line. The main workspace contains a coordinate plane with a red line segment connecting point A at (2, 4) and point B at (-3, 2). A toolbar with various geometric tools is visible above the workspace. On the right side, there is a control panel with two input fields labeled $g_1 = ?$ and $g_2 = ?$, and two checkboxes labeled "Griglia" and "tabella".

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Attività "Intersezioni tra un fascio di rette ed un segmento".

Enunciato: Esistono due rette del fascio di equazione $y=mx$ che intersecano il segmento AB e sono perpendicolari tra loro.

Una riflessione sugli esempi che possono essere costruiti

Per dimostrare che questo enunciato è falso, basta dimostrare uno dei seguenti enunciati:

1) Se due rette appartengono al fascio di equazione $y=mx$ e sono perpendicolari tra loro, allora non intersecano entrambe il segmento AB.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Attività "Intersezioni tra un fascio di rette ed un segmento".

Enunciato: Esistono due rette del fascio di equazione $y=mx$ che intersecano il segmento AB e sono perpendicolari tra loro.

Una riflessione sugli
esempi che possono
essere costruiti

Per dimostrare che questo enunciato è falso, basta dimostrare uno dei seguenti enunciati:

- 1)** Se due rette appartengono al fascio di equazione $y=mx$ e sono perpendicolari tra loro, allora non intersecano entrambe il segmento AB.
- 2)** Se due rette appartengono al fascio di equazione $y=mx$ ed intersecano entrambe il segmento AB, allora non sono perpendicolari tra loro.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Attività "Intersezioni tra un fascio di rette ed un segmento".

Enunciato: Esistono due rette del fascio di equazione $y=mx$ che intersecano il segmento AB e sono perpendicolari tra loro.

Una riflessione sugli esempi che possono essere costruiti

Per dimostrare che questo enunciato è falso, basta dimostrare uno dei seguenti enunciati:

- 1)** Se due rette appartengono al fascio di equazione $y=mx$ e sono perpendicolari tra loro, allora non intersecano entrambe il segmento AB.
- 2)** Se due rette appartengono al fascio di equazione $y=mx$ ed intersecano entrambe il segmento AB, allora non sono perpendicolari tra loro.
- 3)** Se due rette intersecano entrambe il segmento AB e sono perpendicolari tra loro, allora non appartengono entrambe al fascio di equazione $y=mx$.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Ruolo chiave degli "esempi limite confermanti"

(Cusi & Olsher, 2019):

si tratta di esempi limite che **confermano un enunciato di tipo universale** ed **incorporano tutti gli altri esempi** che confermano l'enunciato.

Una riflessione sugli
esempi che possono
essere costruiti

no dei seguenti enunciati:

- 1) Se due rette appartengono al fascio di equazione $y=mx$ e sono perpendicolari tra loro, allora non intersecano entrambe il segmento AB.
- 2) Se due rette appartengono al fascio di equazione $y=mx$ ed intersecano entrambe il segmento AB, allora non sono perpendicolari tra loro.
- 3) Se due rette intersecano entrambe il segmento AB e sono perpendicolari tra loro, allora non appartengono entrambe al fascio di equazione $y=mx$.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

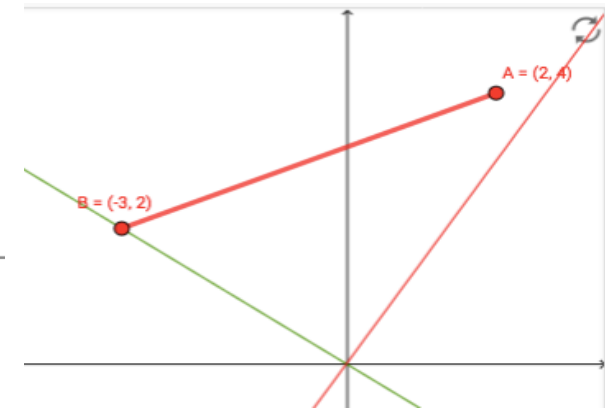
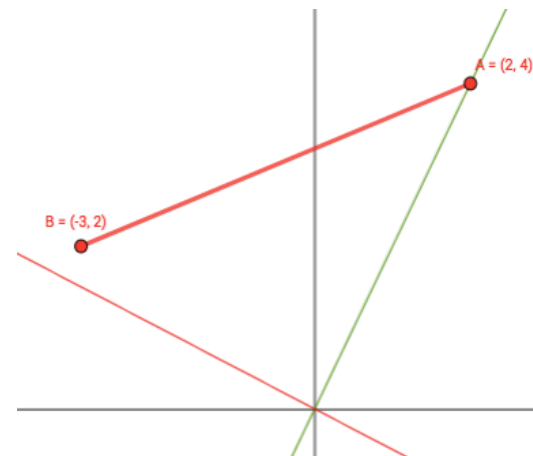
Ruolo chiave degli "esempi limite confermanti"

(Cusi & Olsher, 2019):

si tratta di esempi limite che **confermano un enunciato di tipo universale** ed **incorporano tutti gli altri esempi** che confermano l'enunciato.

Una riflessione sugli esempi che possono essere costruiti

1) Se due rette appartengono al fascio di equazione $y=mx$ e sono perpendicolari tra loro, allora non intersecano entrambe il segmento AB.



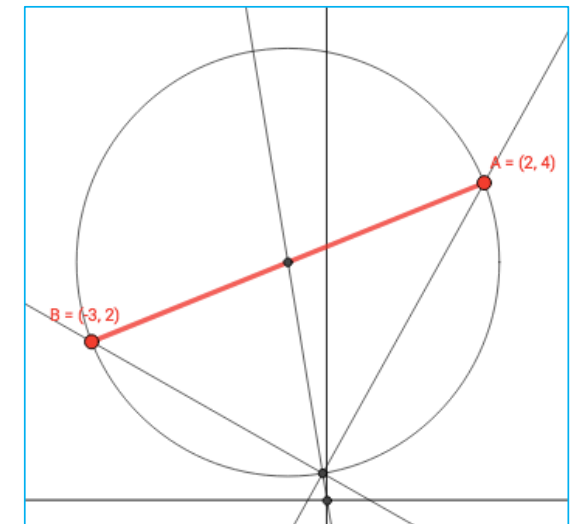
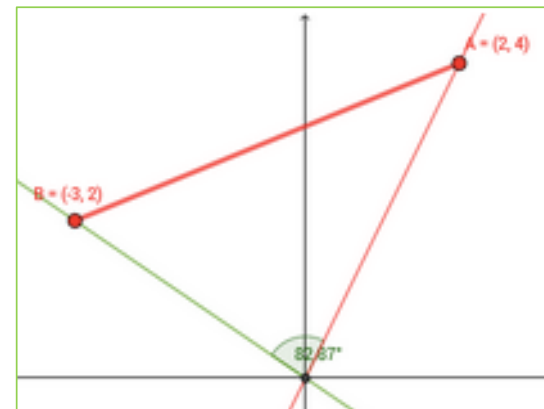
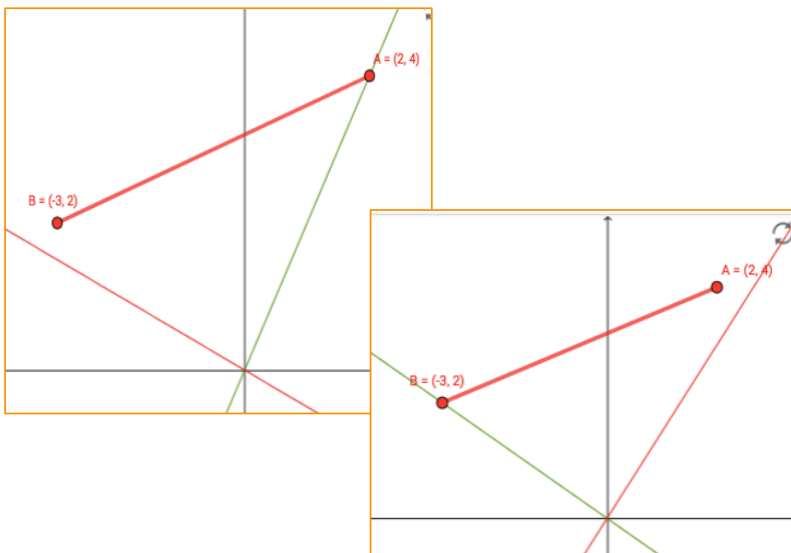
Esempi limite confermanti per l'enunciato 1

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

Ruolo chiave degli "esempi limite confermanti" per un enunciato universale (Cusi & Olsher, 2019):

si tratta di esempi limite che **confermano l'enunciato** ed **incorporano tutti gli altri esempi** che confermano l'enunciato

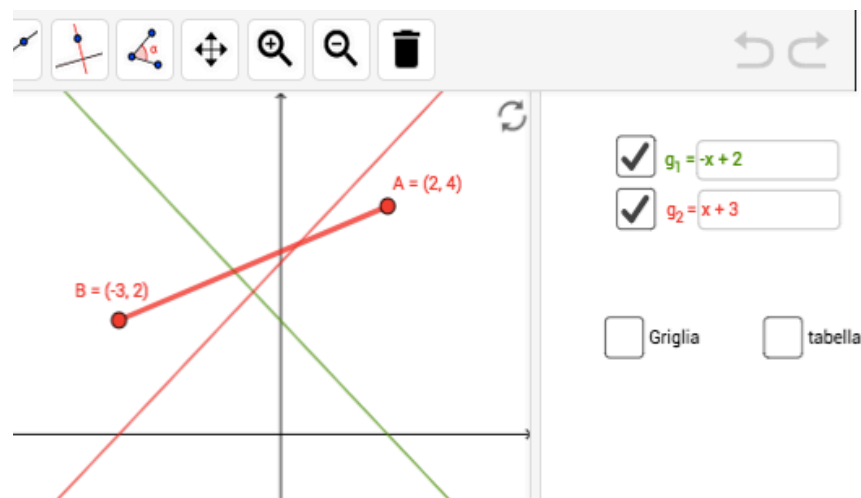
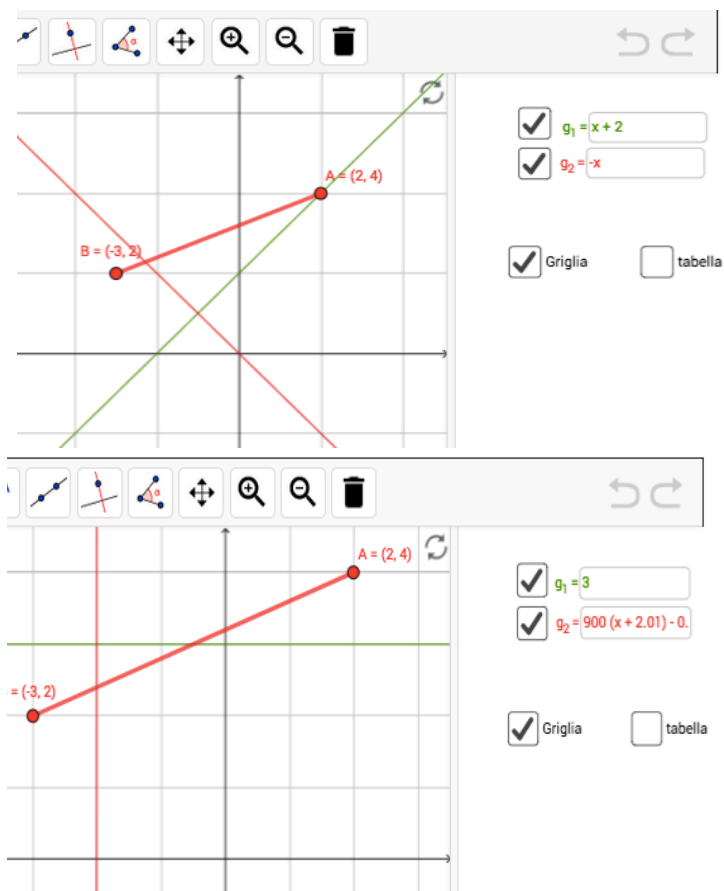
"Esempi limite confermanti" come buoni punti di partenza per costruire argomentazioni complete.



Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 3

Enunciato: Esistono due rette del fascio di equazione $y=mx$ che intersecano il segmento AB e sono perpendicolari tra loro.

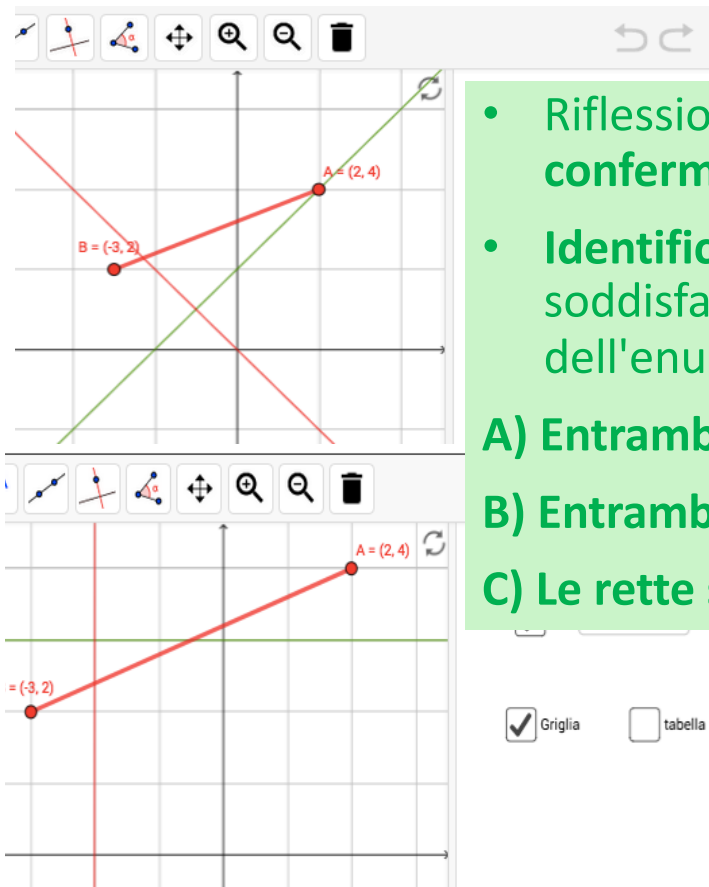


Alcuni studenti hanno risposto “Sì, è vero”, proponendo esempi di questo tipo.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 3

Enunciato: Esistono due rette del fascio di equazione $y=mx$ che intersecano il segmento AB e sono perpendicolari tra loro.



- Riflessioni sul fatto che, in realtà, **NON si tratta di esempi che confermano l'enunciato.**
- **Identificazione delle tre proprietà** una la coppia di rette deve soddisfare per rappresentare un esempio a conferma dell'enunciato:

A) Entrambe le rette appartengono al fascio;

B) Entrambe le rette intersecano il segmento AB;

C) Le rette sono perpendicolari tra loro.

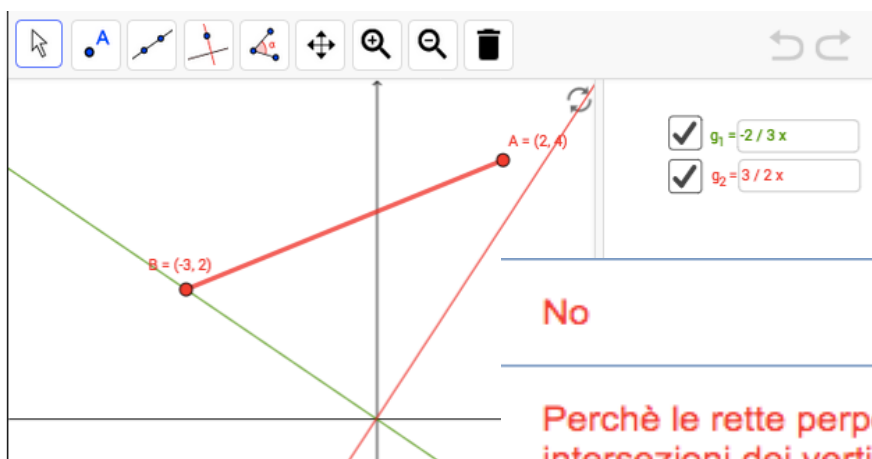
Alcuni studenti hanno risposto “Sì, è vero”, proponendo esempi di questo tipo.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 3

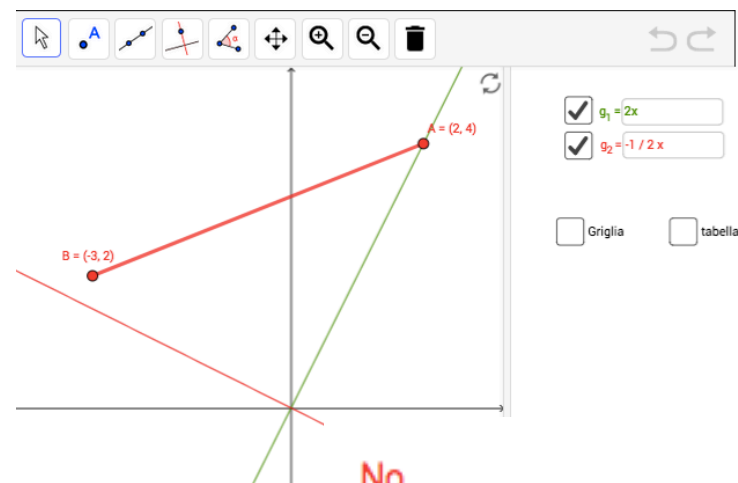
Focus su questi due esempi inviati da studenti che hanno risposto "No, non è vero" e relative giustificazioni.

Enunciato: Esistono due rette del fascio di equazione $y=mx$ che intersecano il segmento AB e sono perpendicolari tra loro.



No

Perché le rette perpendicolari alle intersezioni dei vertici non intersecano il segmento AB. Per farlo il punto di intersezione delle perpendicolari dovrebbe essere sopra al vertice, perciò dovrebbe essere presente il termine noto.



No

no perché per renderle perpendicolari ci servirebbe sapere il termine noto

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE A PARTIRE DALLA TASK 3

Focus su questi due esempi inviati da studenti che hanno risposto "No, non è vero" e relative giustificazioni.

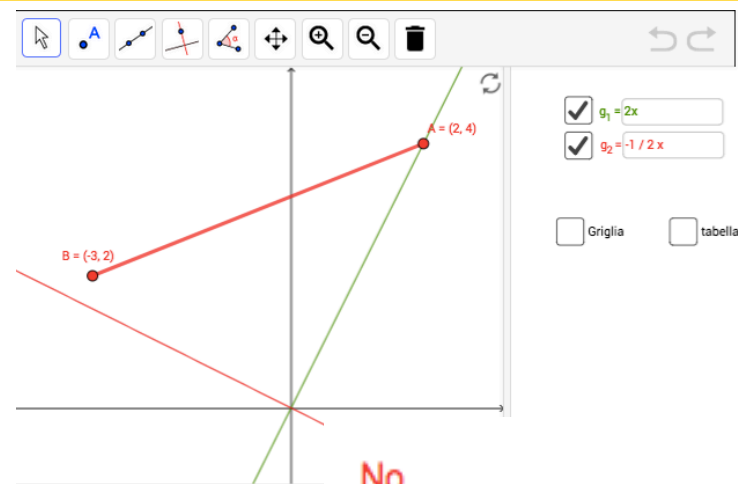
Si tratta di **ESEMPI LIMITE CONFIRMANTI** per l'enunciato:

1) Se due rette appartengono al fascio di equazione $y=mx$ e sono perpendicolari tra loro, allora non intersecano entrambe il segmento AB.



No

Perché le rette perpendicolari alle intersezioni dei vertici non intersecano il segmento AB. Per farlo il punto di intersezione delle perpendicolari dovrebbe essere sopra al vertice, perciò dovrebbe essere presente il termine noto.

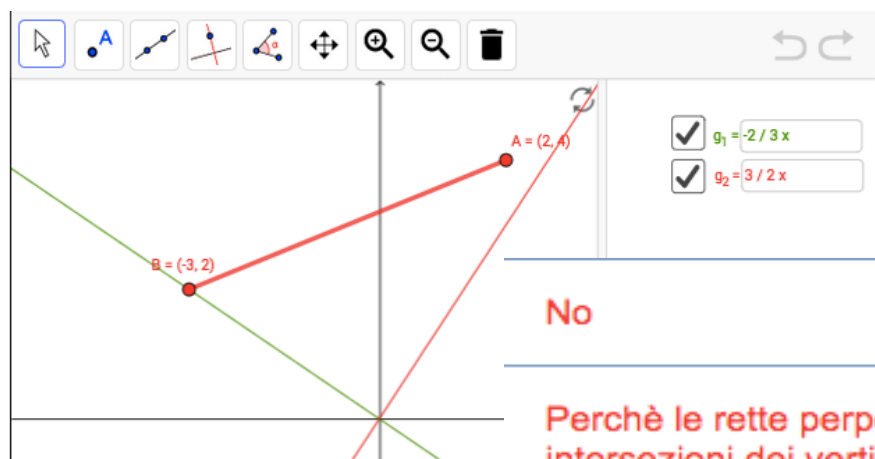


No

no perché per renderle perpendicolari ci servirebbe sapere il termine noto

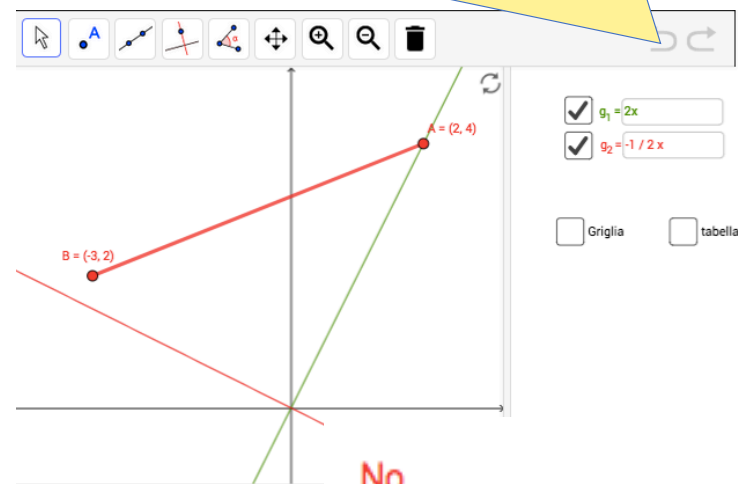
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE



Perché le rette perpendicolari alle intersezioni dei vertici non intersecano il segmento AB. Per farlo il punto di intersezione delle perpendicolari dovrebbe essere sopra al vertice, perciò dovrebbe essere presente il termine noto.

Ins: Io: Guarderei queste due insieme. Perché suggerisco di guardare le prime due insieme secondo voi?



no perché per renderle perpendicolari ci servirebbe sapere il termine noto

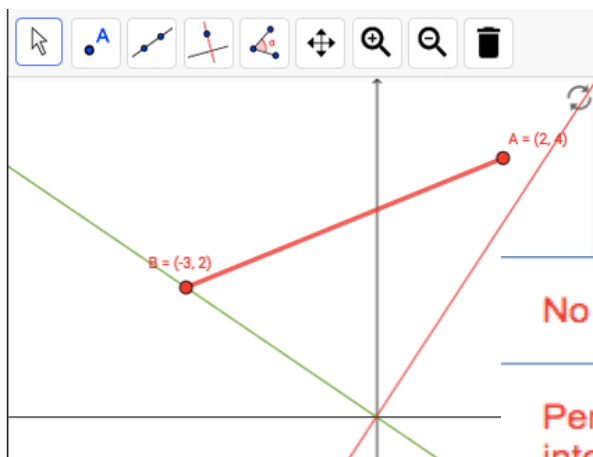
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Ins: Io: Guarderei queste due insieme. Perché suggerisco di guardare le prime due insieme secondo voi?

Riflessioni collettive:

- In entrambe le risposte si fa riferimento al fatto che una delle due equazioni dovrebbe essere caratterizzata da termine noto non nullo
- Questo porta a mettere in luce che, se una delle due rette appartiene al fascio e interseca il segmento, l'altra non appartiene al fascio



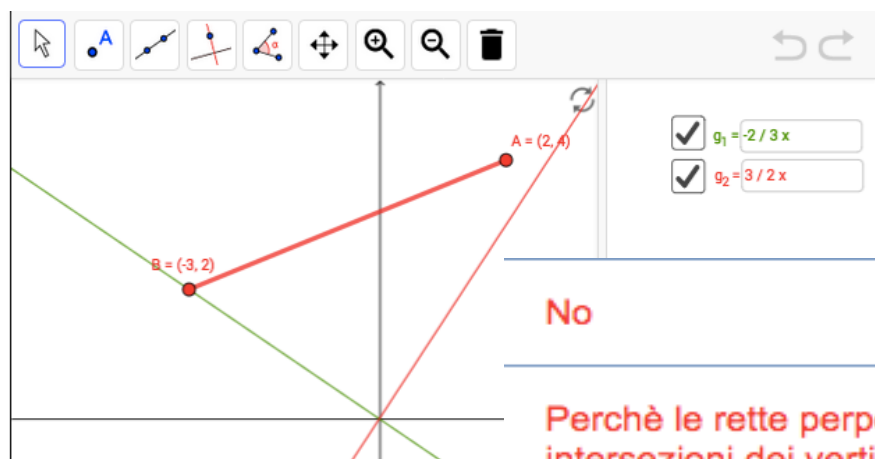
Perché le rette perpendicolari alle intersezioni dei vertici non intersecano il segmento AB. Per farlo il punto di intersezione delle perpendicolari dovrebbe essere sopra al vertice, perciò dovrebbe essere presente il termine noto.



no perché per renderle perpendicolari ci servirebbe sapere il termine noto

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

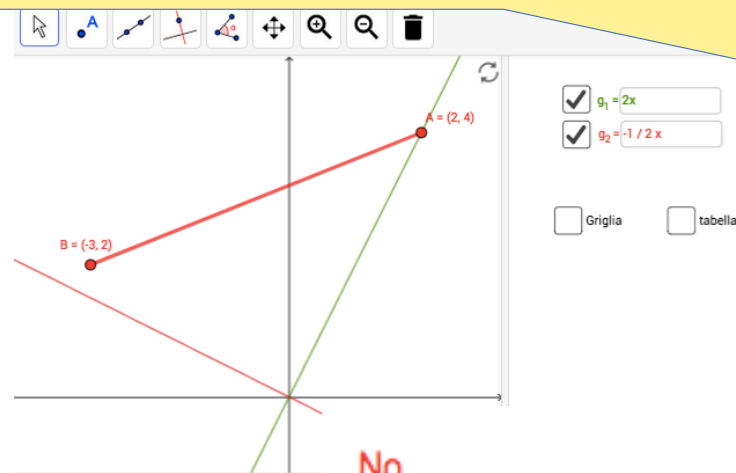
LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE



No

Perché le rette perpendicolari alle intersezioni dei vertici non intersecano il segmento AB. Per farlo il punto di intersezione delle perpendicolari dovrebbe essere sopra al vertice, perciò dovrebbe essere presente il termine noto.

Ins: Cosa ne pensate di queste due immagini inviate? **Possono andar bene come immagini a supporto delle affermazioni sulla destra?** Che tipo di immagini sono state inviate?



No

no perché per renderle perpendicolari ci servirebbe sapere il termine noto

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Ins: Cosa ne pensate di queste due immagini inviate? **Possono andar bene come immagini a supporto delle affermazioni sulla destra?** Che tipo di immagini sono state inviate?

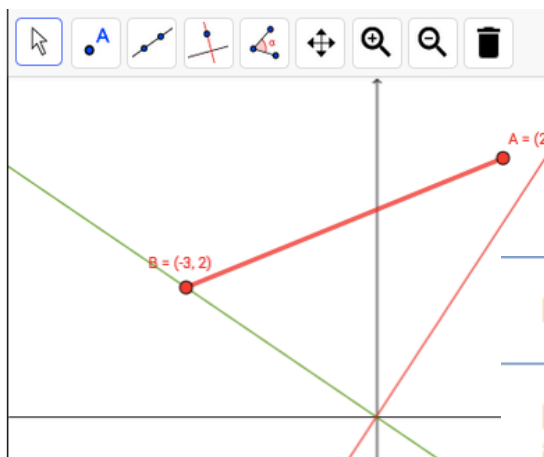
Si riflette sul fatto che esempi ed argomentazioni prodotte non sono coerenti:

- Gli esempi mostrano che, se due rette appartengono al fascio e sono perpendicolari tra loro, allora non intersecano entrambe il segmento.
- Le argomentazioni sono nella forma: "se le due rette sono perpendicolari tra loro ed intersecano il segmento, allora non appartengono entrambe al fascio".

Perché le rette perpendicolari alle intersezioni dei vertici non intersecano il segmento AB. Per farlo il punto di intersezione delle perpendicolari dovrebbe essere sopra al vertice, perciò dovrebbe essere presente il termine noto.

NO

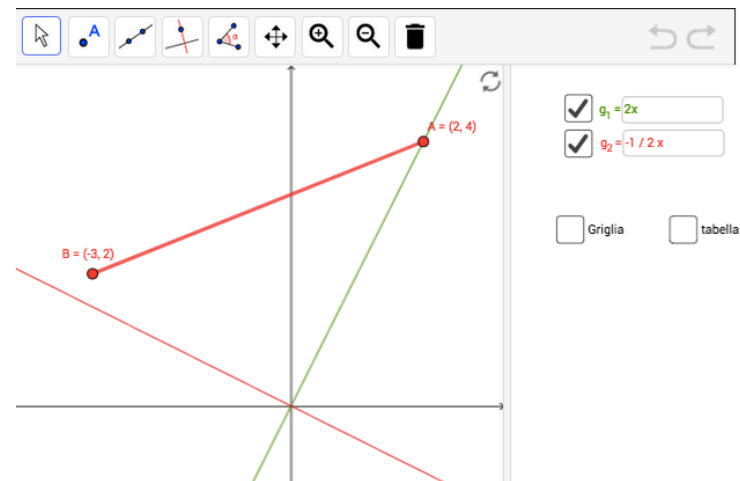
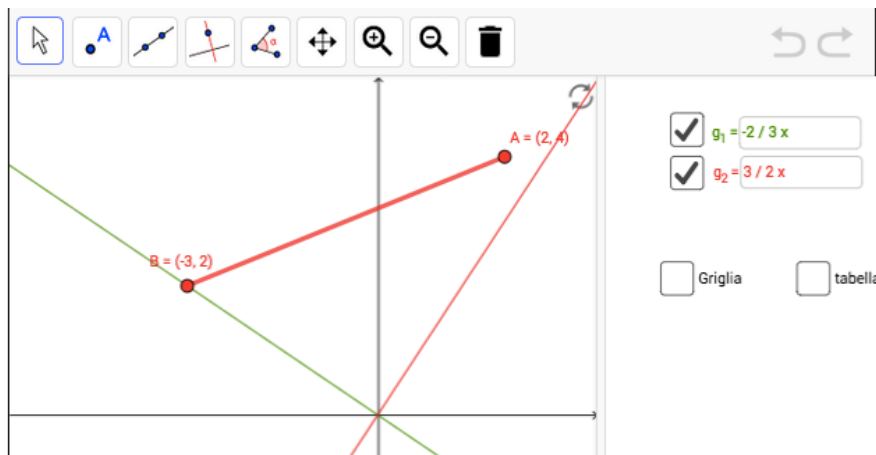
no perché per renderle perpendicolari ci servirebbe sapere il termine noto



Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire
un'argomentazione coerente con la scelta
di tali esempi limite confermanti.

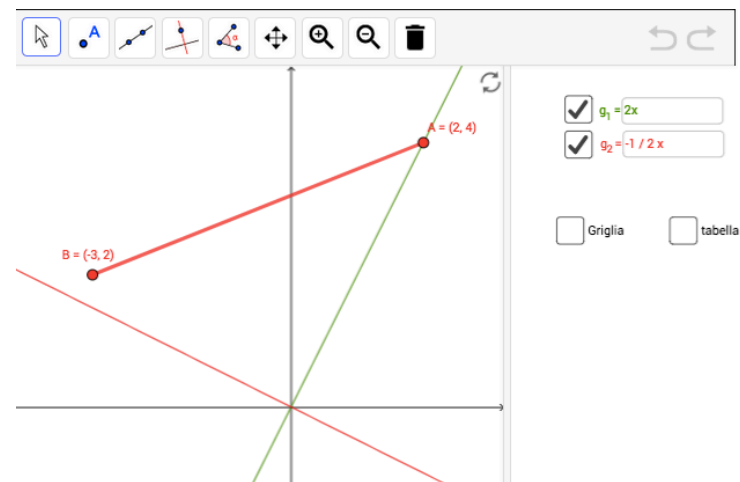
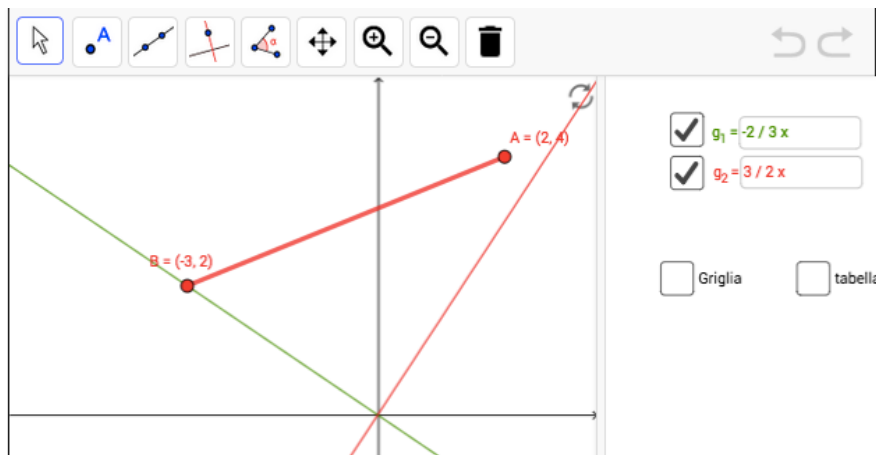


Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.

Ins: Perché è stato scelto di far passare una retta proprio su un estremo del segmento? Che strategia ci può essere dietro? E' una buona strategia considerare proprio una retta passante per un estremo del segmento?

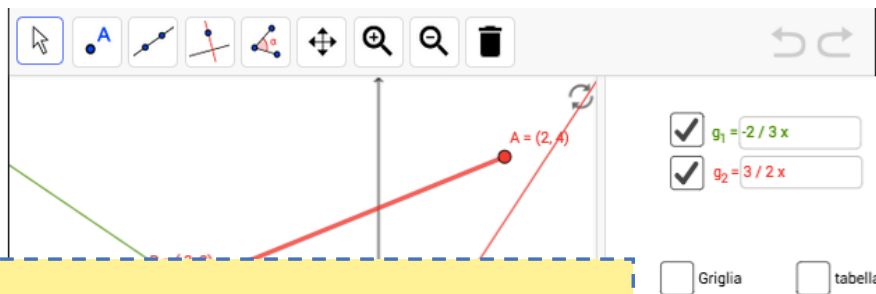


Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

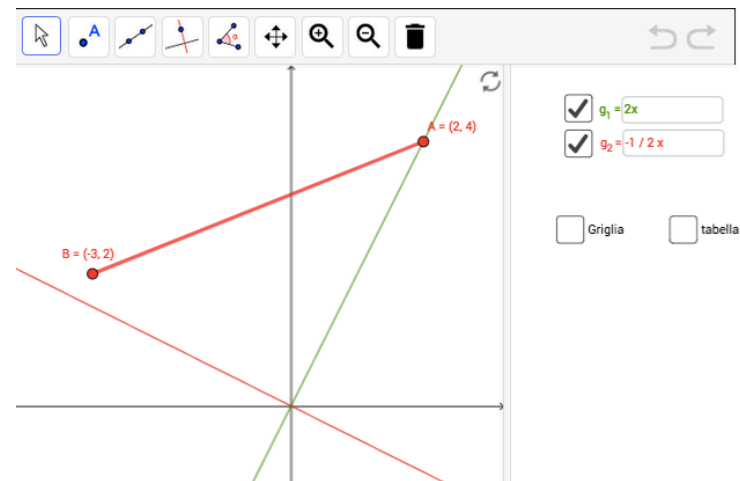
LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.

Ins: Perché è stato scelto di far passare una retta proprio su un estremo del segmento? Che strategia ci può essere dietro? E' una buona strategia considerare proprio una retta passante per un estremo del segmento?



A: Per potersi avvicinare il più possibile all'altro estremo.

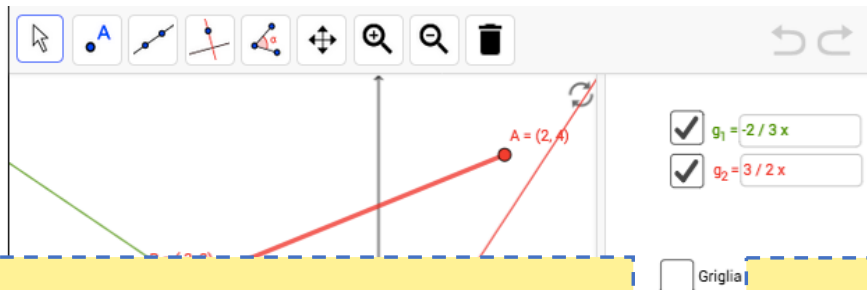


Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

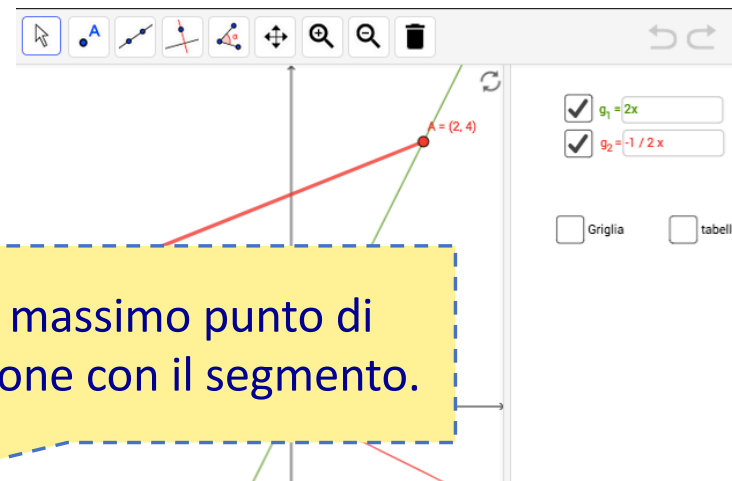
LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.

Ins: Perché è stato scelto di far passare una retta proprio su un estremo del segmento? Che strategia ci può essere dietro? E' una buona strategia considerare proprio una retta passante per un estremo del segmento?



A: Per potersi avvicinare il più possibile all'altro estremo.



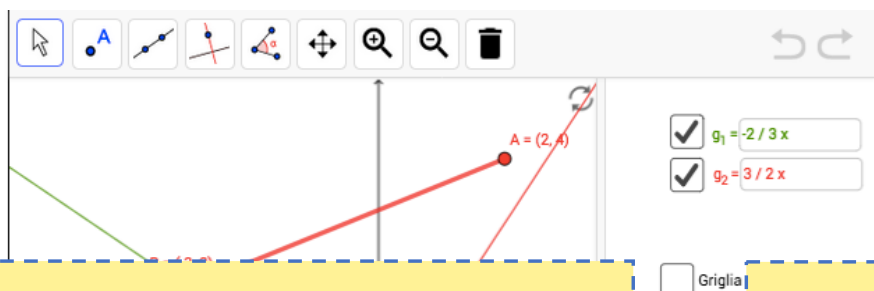
B: E' il massimo punto di intersezione con il segmento.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

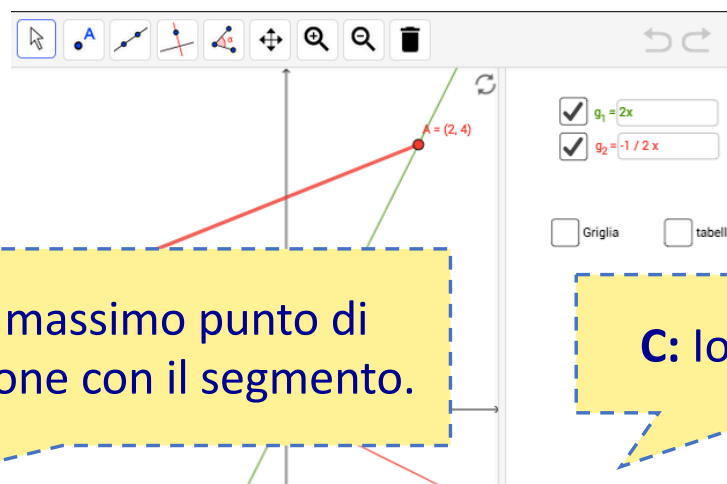
LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.

Ins: Perché è stato scelto di far passare una retta proprio su un estremo del segmento? Che strategia ci può essere dietro? E' una buona strategia considerare proprio una retta passante per un estremo del segmento?



A: Per potersi avvicinare il più possibile all'altro estremo.



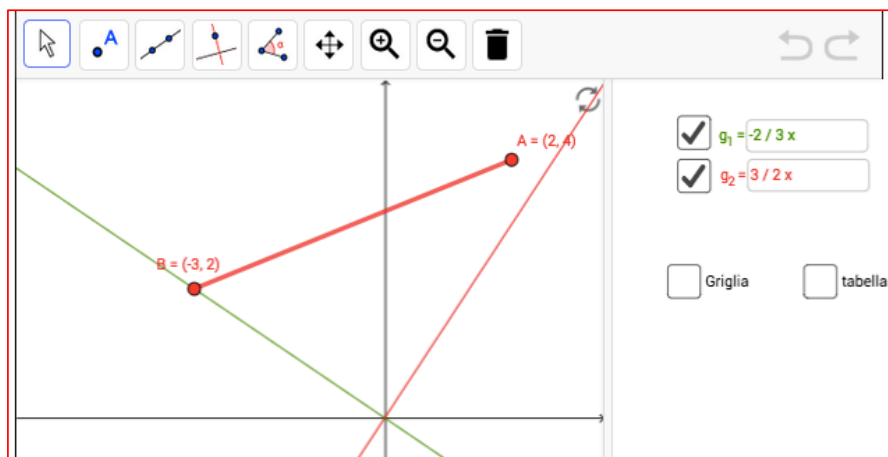
B: E' il massimo punto di intersezione con il segmento.

C: Io ho fatto così.

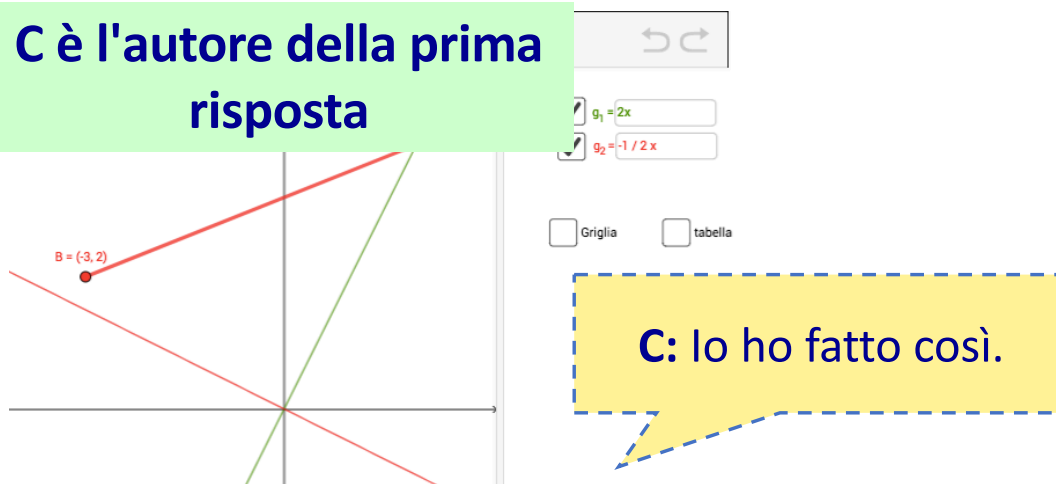
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.



C è l'autore della prima risposta

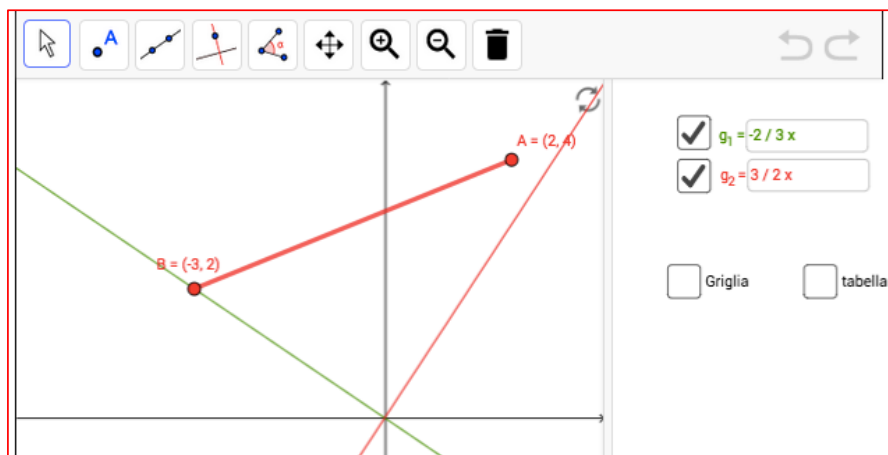


Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.

Ins: Tu (rivolta a C) hai dato una di queste due risposte? **Spiega che ragionamento hai fatto.**



C è l'autore della prima risposta



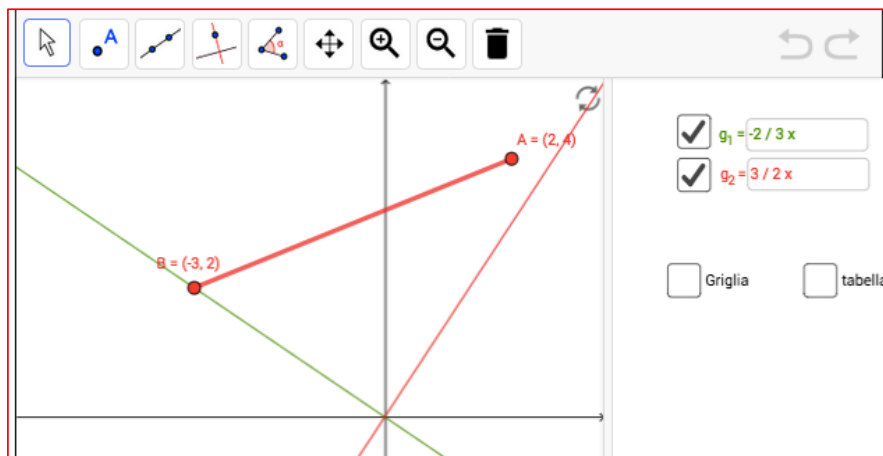
C: lo ho fatto così.

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.

Ins: Tu (rivolta a C) hai dato una di queste due risposte? **Spiega che ragionamento hai fatto.**



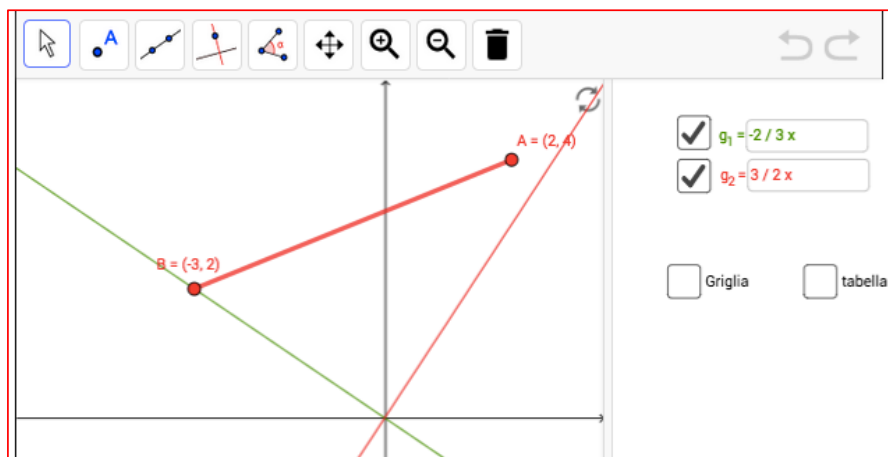
C: Ho pensato che, visto che la perpendicolare al vertice non intersecava il segmento, **di conseguenza tutte le altre non l'avrebbero intersecato perché la pendenza pian piano sarebbe aumentata e la perpendicolare si sarebbe allontanata dal segmento.**

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.

Ins: Lei ha detto “se anziché questa retta qui, io disegnassi questa e poi tracciassi la perpendicolare” (mima con la mano il tracciamento di un'altra retta, che non interseca il segmento in un estremo e della sua perpendicolare), **tu hai detto proprio “questa perpendicolare si allontana sempre di più dal segmento”**. Hai detto così?



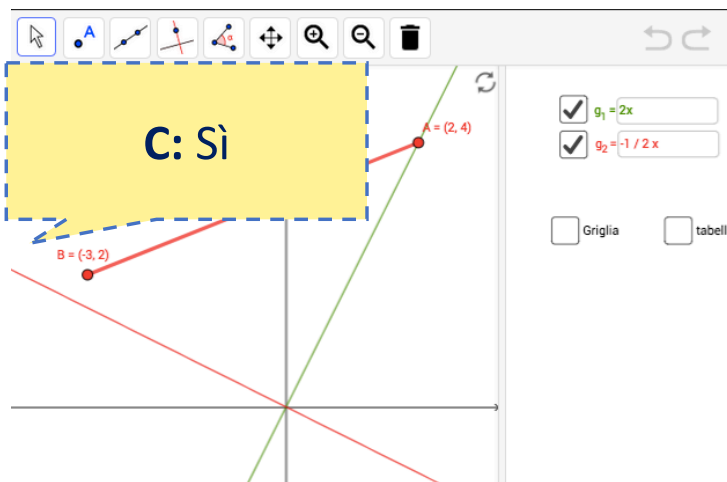
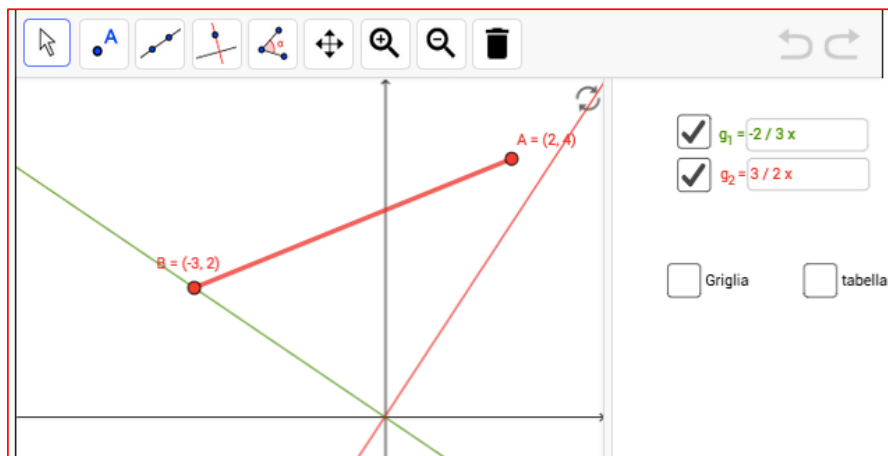
C: Ho pensato che, visto che la perpendicolare al vertice non intersecava il segmento, **di conseguenza tutte le altre non l'avrebbero intersecato perché la pendenza pian piano sarebbe aumentata e la perpendicolare si sarebbe allontanata dal segmento.**

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.

Ins: Lei ha detto “se anziché questa retta qui, io disegnassi questa e poi tracciassi la perpendicolare” (mima con la mano il tracciamento di un'altra retta, che non interseca il segmento in un estremo e della sua perpendicolare), **tu hai detto proprio “questa perpendicolare si allontana sempre di più dal segmento”**. Hai detto così?

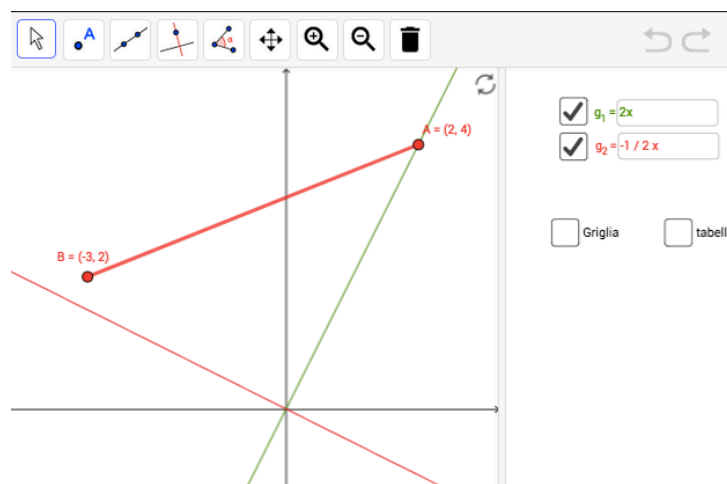
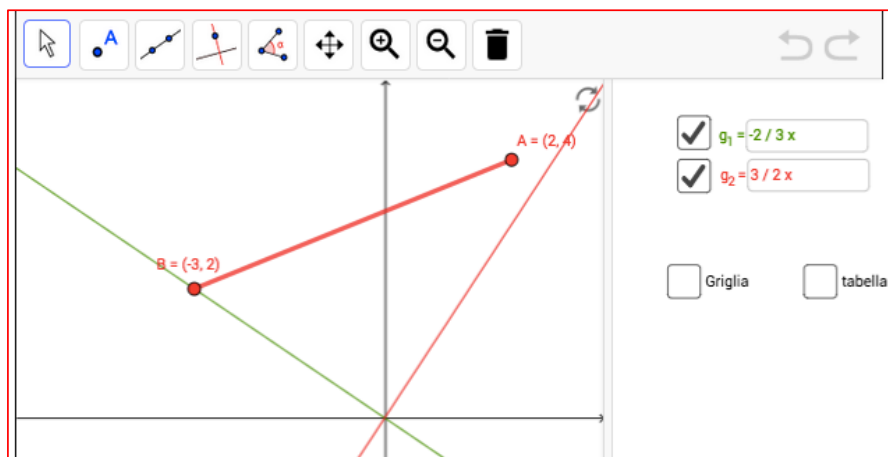


Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.

Ins: Siete d'accordo, ragazzi?

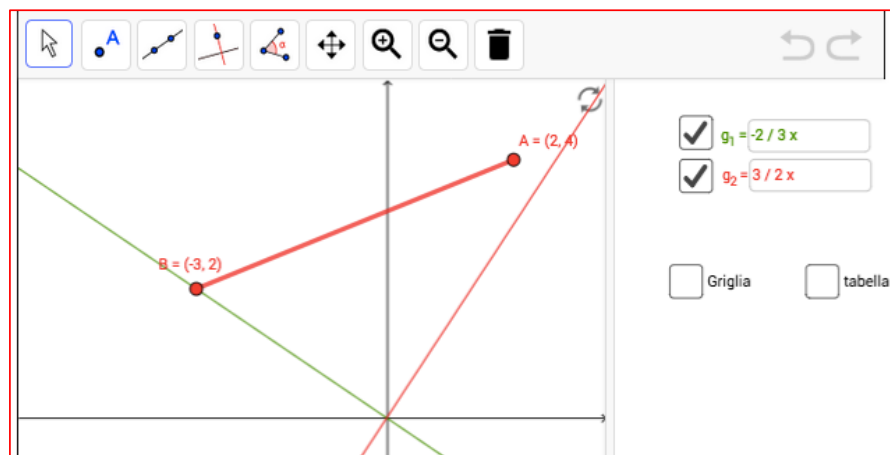


Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire
un'argomentazione coerente con la scelta
di tali esempi limite confermanti.

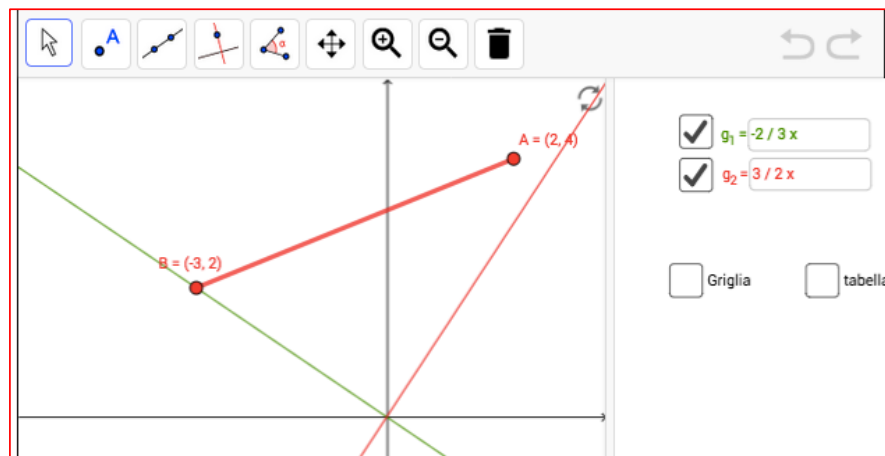
Ins: Siete d'accordo, ragazzi?



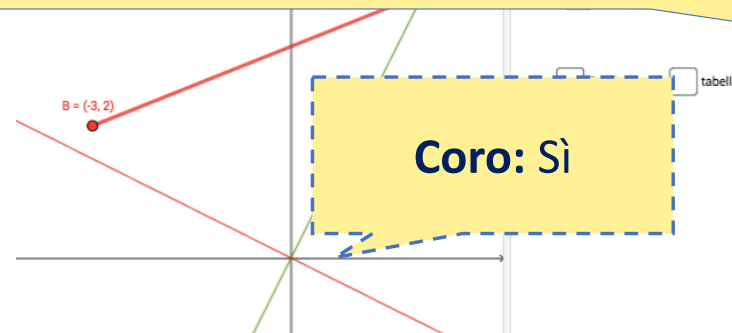
Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.



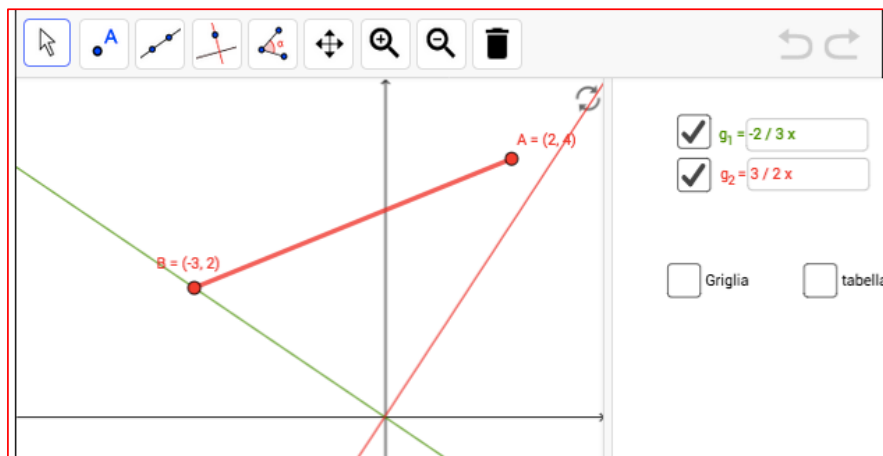
Ins: Se considero la retta passante per B e faccio vedere che la sua perpendicolare appartenente al fascio non interseca il segmento, a maggior ragione questo varrà per tutte le altre rette che vado a considerare e che intersecano il segmento... Quindi è una buona strategia considerare questo caso estremo, questo caso limite. Perché mi fa vedere che in tutti gli altri casi una delle due rette non interseca il segmento.



Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LA DISCUSSIONE CONDOTTA A PARTIRE DA QUESTE DUE RISPOSTE

Focus sui soli esempi per costruire un'argomentazione coerente con la scelta di tali esempi limite confermanti.



Nella successiva parte della **discussione**, il focus è

- sull'**identificazione di altri possibili esempi limite confermanti** (associati agli altri due enunciati)
- sulla **costruzione di giustificazioni complete** associate ad essi.



Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

**LE DISCUSSIONI ANALIZZATE NEI DUE ESEMPI:
QUALCHE RIFLESSIONE CONCLUSIVA**

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LE DISCUSSIONI ANALIZZATE NEI DUE ESEMPI: QUALCHE RIFLESSIONE CONCLUSIVA

	Dove sta andando lo studente?	Dove si trova lo studente?	Come può raggiungere la meta lo studente?
Insegnante	A) Chiarire gli obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	B) Progettare discussioni di classe efficaci ed attività che consentano di mettere in luce l'apprendimento degli studenti.	C) Fornire feedback che consente allo studente di migliorare.
Compagno	Capire e condividere obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	D) Attivare gli studenti come risorse gli uni per gli altri.	
Studente	Capire obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	E) Attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.	

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LE DISCUSSIONI ANALIZZATE NEI DUE ESEMPI: QUALCHE RIFLESSIONE CONCLUSIVA

	Dove sta andando lo studente?	Dove si trova lo studente?	Come può raggiungere la meta lo studente?
Insegnante	A) Chiarire gli obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	B) Progettare discussioni di classe efficaci ed attività che consentano di mettere in luce l'apprendimento degli studenti.	C) Fornire feedback che consente allo studente di migliorare.
Compagno	Capire e condividere obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	D) Attivare gli studenti come risorse gli uni per gli altri.	
Studente	Capire obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	E) Attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.	

Gli studenti vengono stimolati e guidati

- ad analizzare, commentare, confrontare le risposte dei compagni
- a riflettere sulle proprie risposte e sugli errori commessi
- a riflettere su aspetti meta quali il ruolo della percezione, il fondamentale controllo operato grazie alle conoscenze teoriche, la coerenza tra esempi costruiti ed argomentazioni prodotte...

Progettazione e gestione di discussioni di classe: il ruolo dell'insegnante

LE DISCUSSIONI ANALIZZATE NEI DUE ESEMPI: QUALCHE RIFLESSIONE CONCLUSIVA

Ruoli chiave svolti dall'insegnante:

- **Seleziona e raggruppa le risposte** degli studenti da mostrare in fase di discussione;
- **Pone domande** mirate a **favorire il confronto e la riflessione**;
- **Esplicita i ragionamenti degli studenti** per far sì che "il pensiero sia reso visibile" e per favorire, in questo modo, una **reale condivisione**;
- **Stimola la riflessione** sulla **struttura delle argomentazioni**, favorendo la **costruzione collettiva** di argomentazioni complete

IX CONVEGNO NAZIONALE DI DIDATTICA DELLA FISICA E DELLA MATEMATICA

DI.FI.MA. 2019

**Il design di attività esplorative con GeoGebra
a supporto dei processi argomentativi: il progetto STEP**

**Annalisa Cusi
Sapienza Università di Roma**

11 Ottobre 2019

Grazie!