

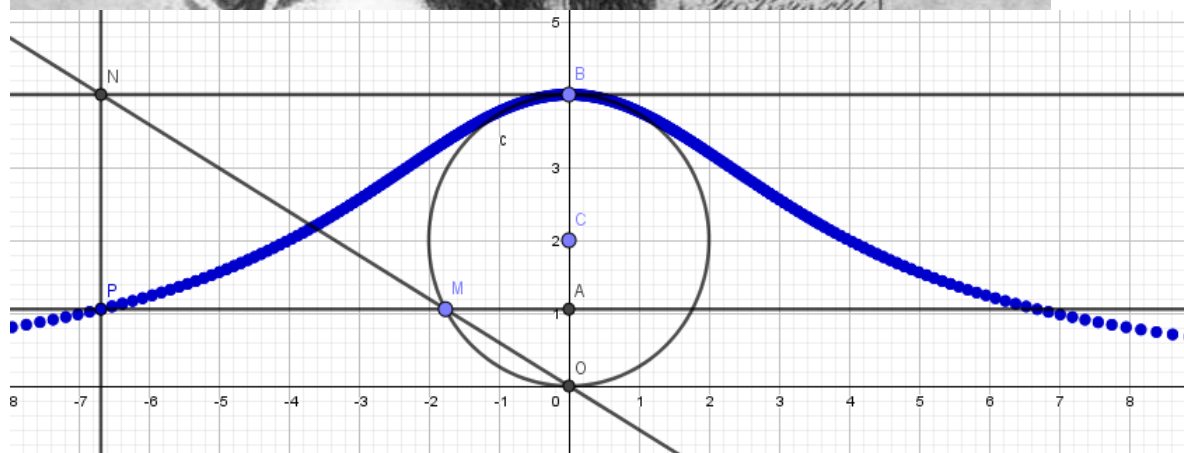


WORKSHOP

La 'strega' di Agnesi

Erika Luciano – Ornella Robutti – Elena Scalambro

Dipartimento di Matematica 'G. Peano',
Università di Torino



DI.FI.MA 2019

La storia della matematica in classe

Le Indicazioni Nazionali per i Licei

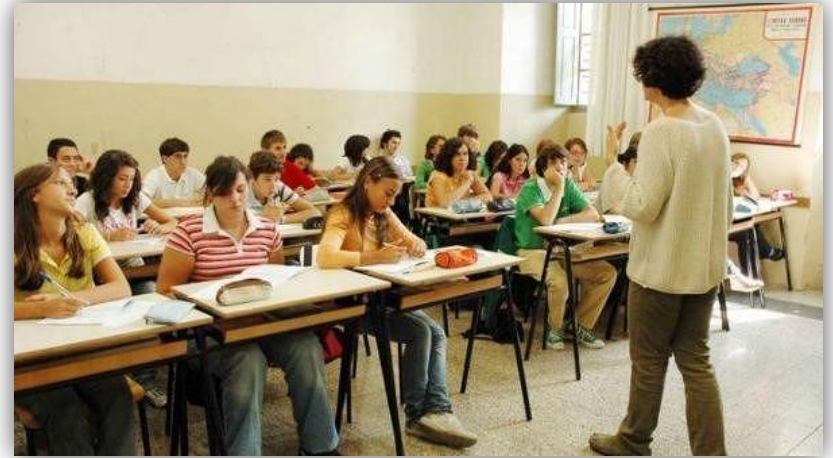
«Si evidenzia l'importanza di **connettere le varie teorie matematiche studiate con le problematiche storiche** che le hanno originate e di approfondirne il significato.

Lo studente saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale attraverso una visione storico critica anche in relazione al **contesto filosofico, scientifico e tecnologico**.

Lo studente dovrà acquisire il senso e la portata dei principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la **matematica nel pensiero greco**, la **matematica infinitesimale** che nasce con la rivoluzione scientifica del Seicento e che porta alla matematizzazione del mondo fisico, la svolta che prende le mosse dal **razionalismo illuministico** e che conduce alla formazione della matematica moderna e a un **nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi** (tecnologia, scienze sociali, economiche e biologiche) e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica»

La storia della matematica in classe: perché?

- ❑ la storia della matematica rende l'insegnamento della matematica **più piacevole e stimolante**
- ❑ la storia della matematica conferisce alla disciplina la sua **dimensione culturale e interculturale** [Djebbar 2013]
- ❑ la storia della matematica fa comprendere **che la matematica è una disciplina viva**
- ❑ la storia della matematica favorisce la **riflessione sia sugli oggetti matematici e sulla loro evoluzione, sia sul modo di introdurli in classe** [Radford 1997; Furinghetti - Radford 2008; Katz 2000; Katz 2005...]



*Il modo in cui un'antica idea è stata forgiata può aiutarci a ritrovare quegli antichi significati che, con un'opportuna opera di **adattamento didattico**, possono probabilmente essere ridisegnati e resi compatibili con i moderni programmi scolastici [Radford 1997]*

La storia della matematica in classe: perché?



La formazione di docenti di matematiche, che siano all'altezza dei loro compiti didattici, richiede, in genere, che la scienza sia da loro appresa non soltanto nell'aspetto statico, ma anche nel suo divenire. E quindi che lo studioso apprenda dalla storia a riflettere sulla genesi delle idee, e d'altro lato partecipi all'interesse per la ricerca

F. Enriques, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna, Zanichelli, 1938

La storia della matematica in classe: come?

“Illuminazioni”

L'insegnamento ordinario è talvolta «condito» da qualche informazione storica

Moduli storici

Unità didattiche dedicate alla storia su temi specifici

Approccio all'insegnamento basato sulla storia della matematica

La storia suggerisce il modo (sequenza degli argomenti, metodo, ...) per presentare un certo argomento, evidenzia errori, misconcetti, ...

Tutti e tre gli approcci possono essere utili se dosati in modo differente nei vari livelli di scuola, e presuppongono:

- Formazione preliminare degli insegnanti**
- Preparazione di materiali *ad hoc***
- Laboratori in classe preparati dagli insegnanti in collaborazione con gli esperti**
(semplice ruolo di consulenza)

La storia della matematica in classe: i convegni

□ Il piacere di insegnare – Il piacere di imparare la matematica. *La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori.*

- Montevarchi – S. Giovanni Valdarno (2011)
- Ivrea (2013)
- L’Aquila (2015)



Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

***La storia della matematica in classe:
dalle materne alle superiori***

CONVEGNO NAZIONALE 10 - 11- 12 Marzo 2011
Montevarchi - San Giovanni Valdarno - Terranuova Bracciolini - Figline Valdarno

□ Convegno U.M.I. 2019 (Pavia)

—————→ Tavola rotonda: *La storia della matematica come strategia per l’insegnamento della matematica.* Con la presentazione di percorsi didattici.



L'attività

❑ **Destinatari:** II-III secondaria di secondo grado

❑ **Nodi concettuali:** spazio e figure, relazioni

❑ **Obiettivi e competenze:**

❑ Competenze trasversali

- Utilizzare le tecnologie consapevolmente
- Collocare nel tempo [...]

❑ Competenze specifiche della disciplina

- Padroneggiare le diverse forme espressive della matematica (retorica, grafica, simbolica, ...)
- Saper rappresentare [...] funzioni utilizzando diversi linguaggi e strumenti della matematica e dell'informatica
- Osservare, individuare e descrivere regolarità
- Risolvere problemi posti da altri



L'attività

Dalle Indicazioni Nazionali per i Licei

□ **Linee generali e competenze**

- [Lo studente] saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel **contesto storico** entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale.
- Lo studente avrà acquisito una **visione storico-critica** dei rapporti tra le tematiche principali del pensiero matematico e il contesto filosofico, scientifico e tecnologico.

□ **Utilizzo di GeoGebra**

Gli strumenti informatici oggi disponibili offrono contesti idonei per rappresentare e manipolare oggetti matematici. L'insegnamento della matematica offre numerose occasioni per acquisire **familiarità con tali strumenti** e per comprenderne il **valore metodologico**. Il percorso [...] favorirà l'uso di questi strumenti, anche in vista del loro uso per il trattamento dei dati nelle altre discipline scientifiche. L'uso degli strumenti informatici è una **risorsa importante** che sarà introdotta in **modo critico** [...].

Fase 1 – Introduzione storica

□ La figura di Maria Gaetana Agnesi

(1718 - 1799)

- Facoltosa famiglia milanese
- Studi di matematica incoraggiata dal padre
- 1748: pubblicazione delle *Instituzioni analitiche per uso della gioventù italiana*

————→ tra le curve figura la ‘**versiera**’, definita poi da Colson ‘**Witch of Agnesi**’

□ Visione del **video** disponibile sul canale YouTube «Didattica della matematica Ornella Robutti»

(<https://www.youtube.com/watch?v=bFqXbF1JM0Y&t=4s>)



Didattica della matematica Ornella Robutti
2290 iscritti

Attività didattica incentrata sulla curva nota come "strega di Agnesi", ossia la versiera.

Autore: Elena Scalambro

ISCRITTO

Gender Gap

Fase 2 – Costruzione ‘pratica’ della versiera

Una coppia di rette parallele, x e l , e un cerchio tangente a entrambe nei punti O e B rispettivamente, voi avrete.

Con uno spago, una retta per il punto O , che interseca la circonferenza in un punto M , creerete.

Nel punto di intersezione tra questa retta e la retta l sarà e da lì una perpendicolare alla retta x , fatta con un altro spago, cadrà.

Il momento di tracciare la parallela alla retta l passante per M è arrivato,

il punto P di intersezione tra le ultime due rette avete trovato.

P è uno dei punti della mia versiera, al variare di M sulla circonferenza troverete la sua forma vera.

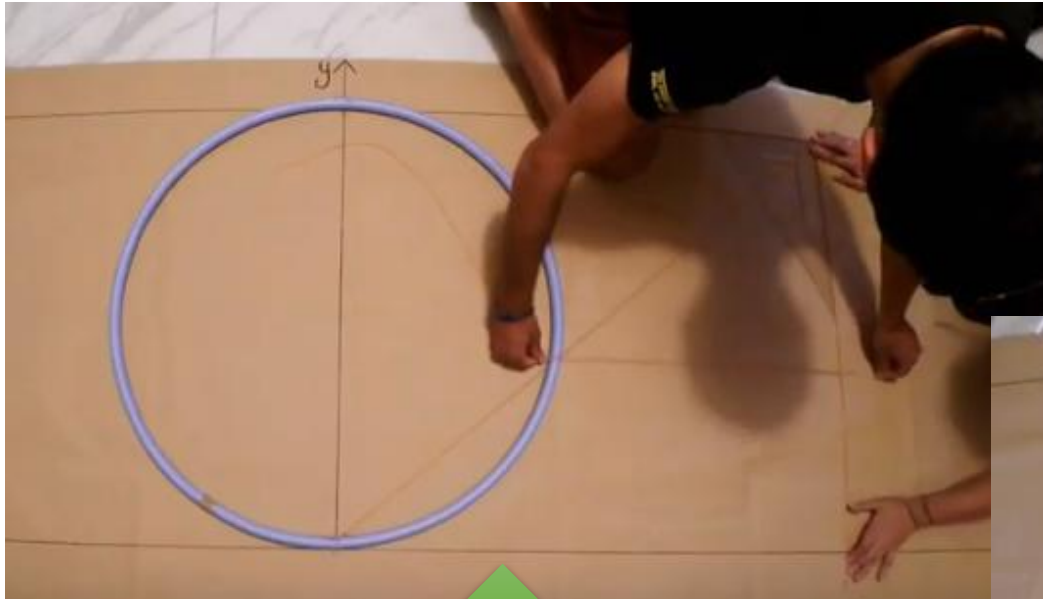


Parole dell'Agnesi con le **istruzioni**
per la costruzione

Materiale

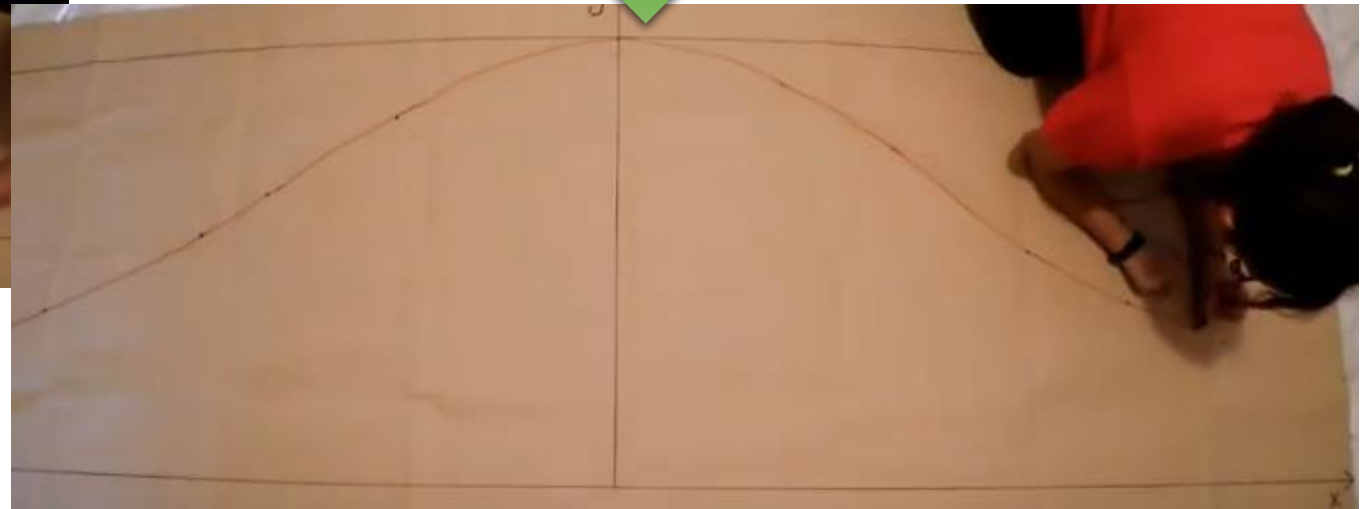
- Cerchio da ginnastica ritmica (50 cm di diametro)
- Cartellone grande (si può ottenere unendo due cartelloni 70x100 cm) o carta da pacchi
- Riga da 50 cm
- Squadrette
- Filo da uncinetto o spago

Fase 2 – Costruzione ‘pratica’ della versiera



Segnare i punti ottenuti dalla
costruzione geometrica

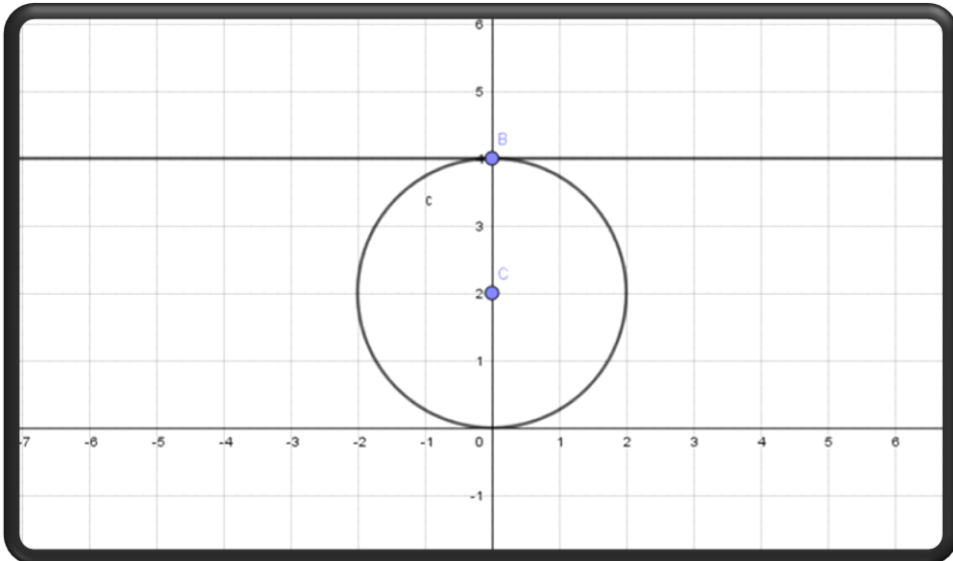
Unendo i punti si ottiene la curva



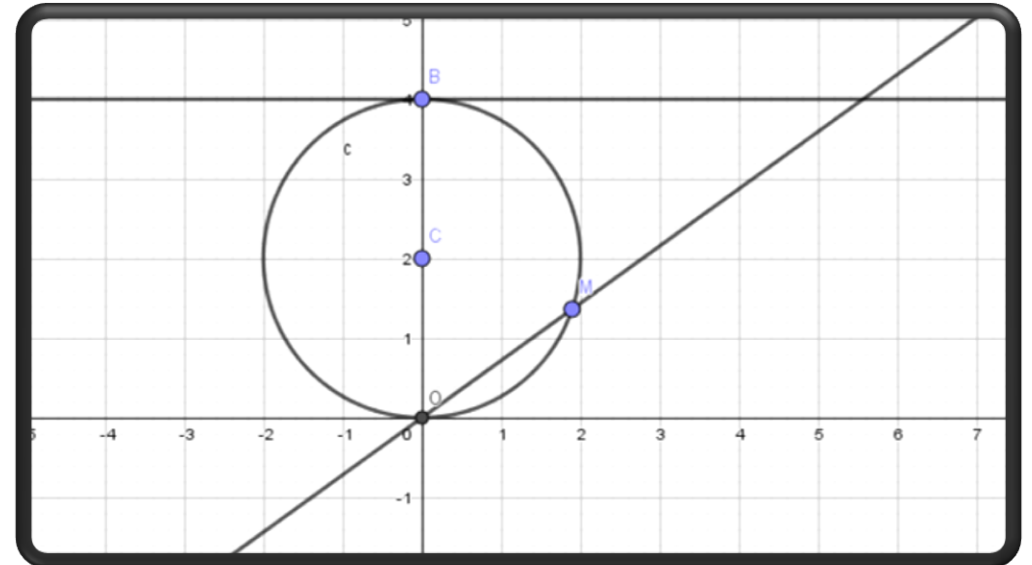
Embodiment

Fase 3 – Costruzione con GeoGebra

1 Costruire una retta parallela all'asse delle x (ad esempio, per comodità, prendiamo la retta $y=4$) con il comando **Retta parallela** e una circonferenza di centro $C(0,2)$ e raggio 2 con il comando **Circonferenza – dati centro e raggio**.



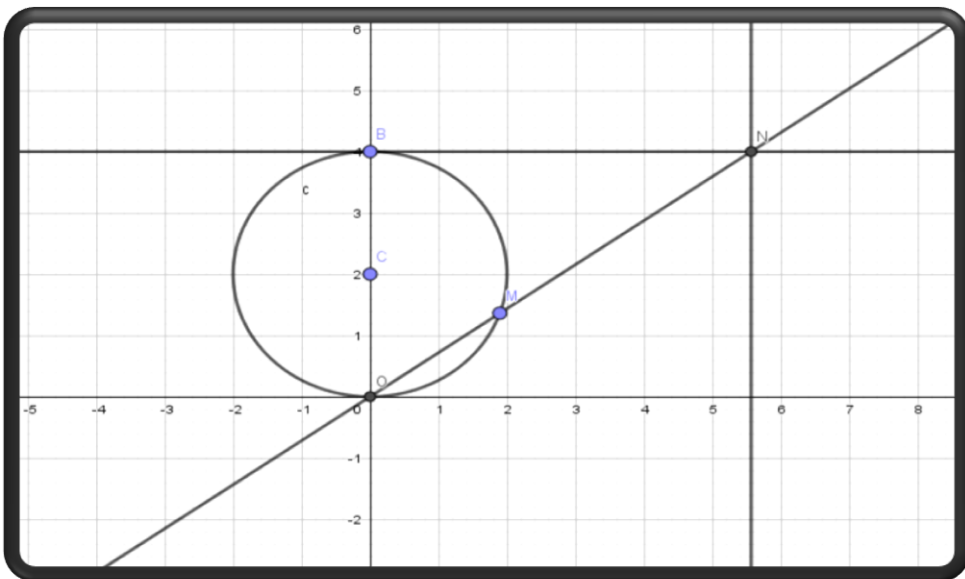
2 Inserire un punto arbitrario sulla circonferenza con il comando **Punto** rinominandolo M e, analogamente, segnare l'origine degli assi chiamandola O. Tracciare la retta passante per i punti O ed M utilizzando il comando **Retta**.



Fase 3 – Costruzione con GeoGebra

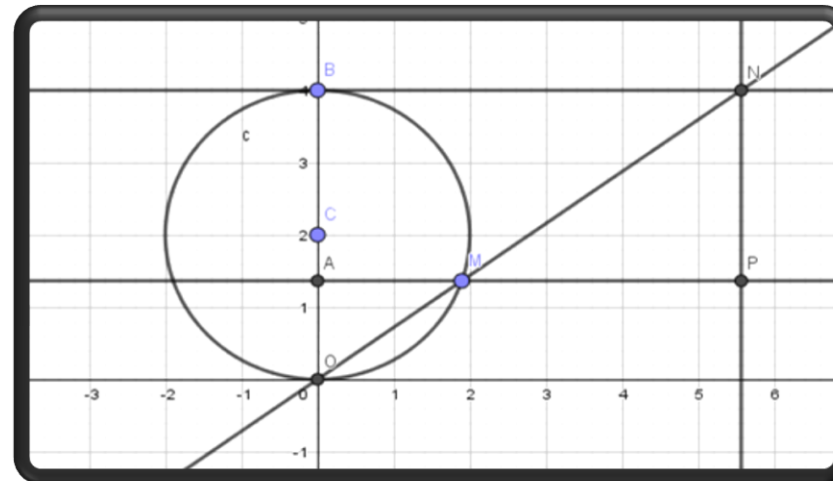
3

Con il comando **Intersezione**, segnare il punto di intersezione tra la retta OM e la retta parallela all'asse delle x passante per B. Chiamare N tale punto. Utilizzando il comando **Retta perpendicolare** costruire la perpendicolare all'asse x passante per N.



4

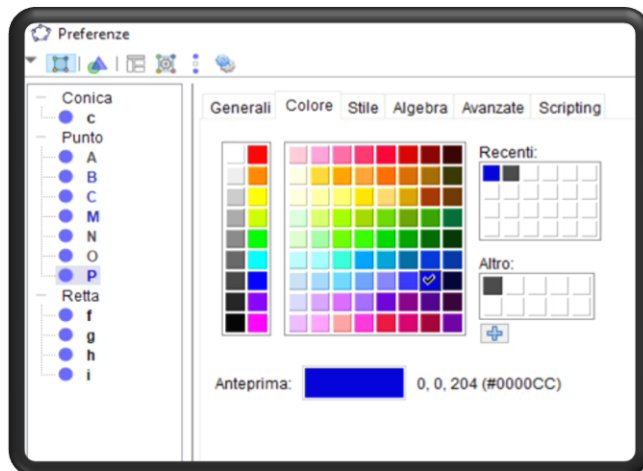
Con il comando **Retta parallela**, tracciare la retta parallela all'asse delle x passante per il punto M. Sia P il punto di intersezione tra la retta appena tracciata e la retta passante per N e perpendicolare all'asse delle ascisse. Disegniamo anche il punto D, con il comando **Intersezione**, come punto di intersezione tra la retta PM e l'asse delle ordinate.



Fase 3 – Costruzione con GeoGebra

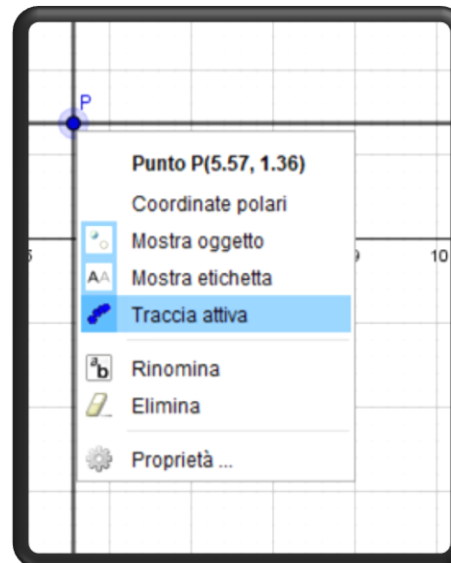
5

Cliccando con il tasto destro sul punto P selezioniamo la voce “**Proprietà**”. Si apre una finestra all’interno della quale selezioniamo la scheda “**Colore**” e qui scegliamo il colore per la curva finale



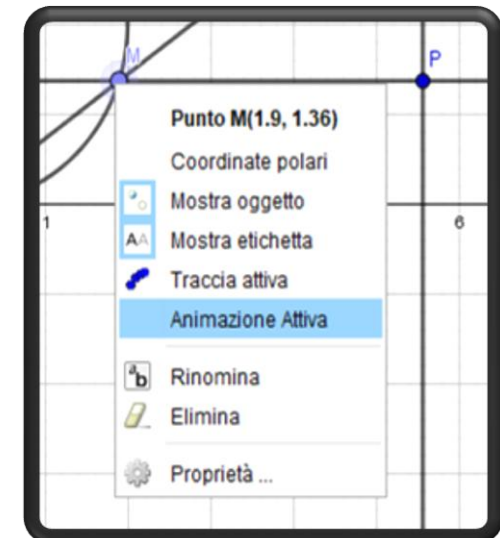
6

Cliccando con il tasto destro sul punto P selezionare “**Traccia attiva**”.



7

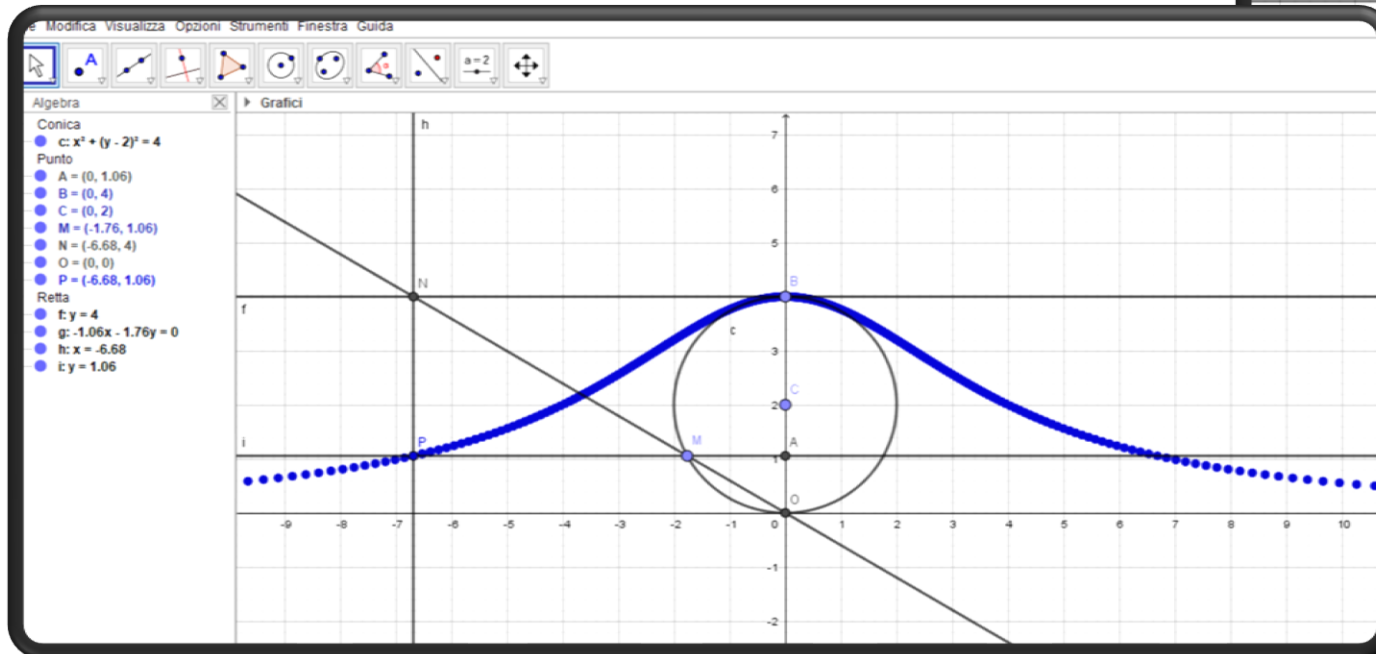
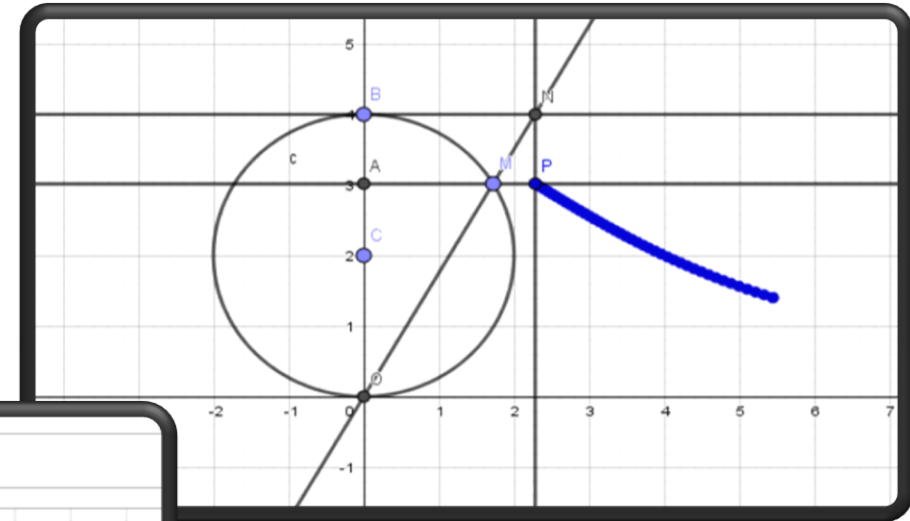
Cliccando con il tasto destro sul punto M selezionare “**Animazione attiva**”.



Fase 3 – Costruzione con GeoGebra

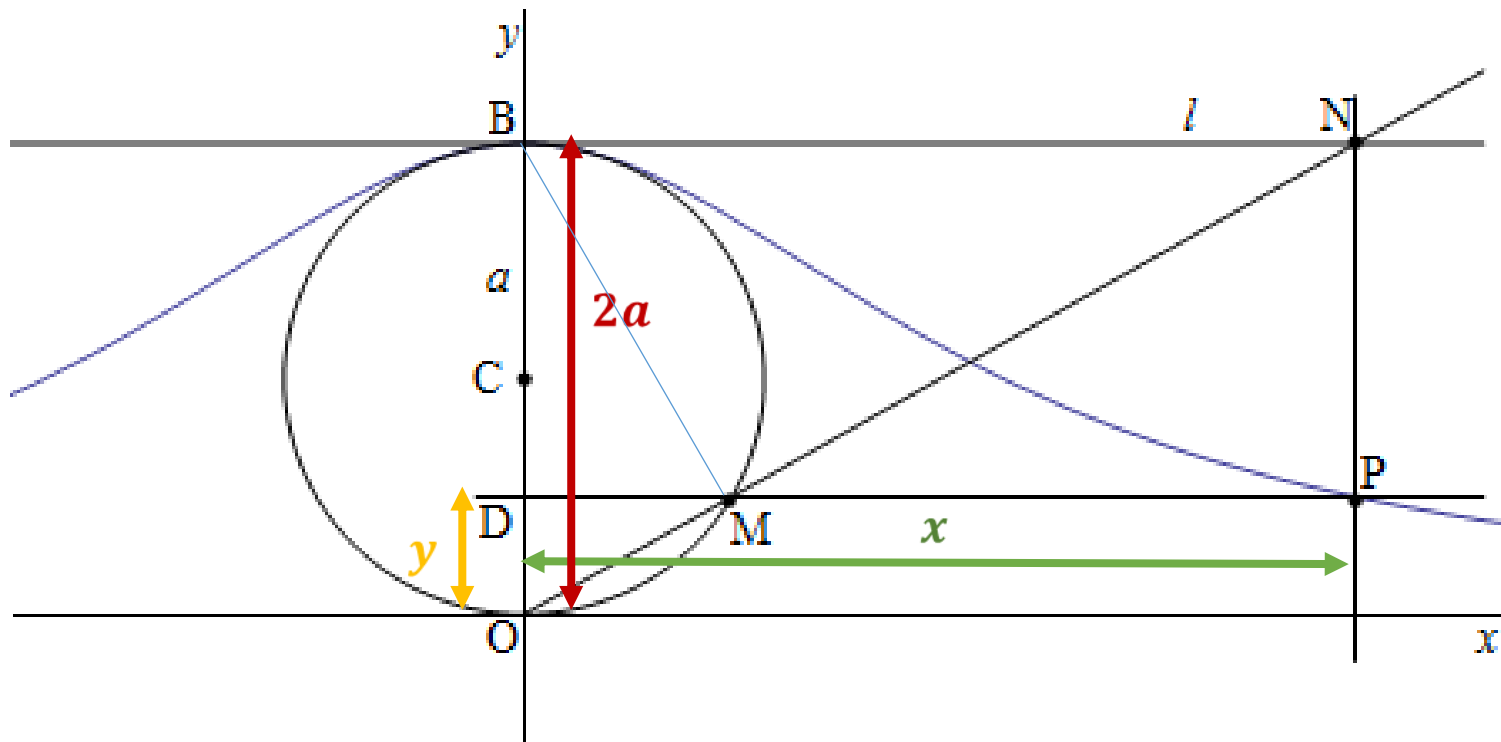
8

Il punto M inizia a muoversi sulla circonferenza di partenza e il punto P si sposta di conseguenza. Tutte le posizioni assunte da P corrispondono ai punti della curva che volevamo costruire.



Ed ecco la ‘strega di Agnesi’!

Fase 4 – Dalla curva all'equazione



$$DMO \cong BNO$$

$$\longrightarrow OD:DM = OB:BN$$

Inoltre $BN \equiv DP$

OMB triangolo rettangolo
Per il secondo teorema di Euclide

$$\longrightarrow OD:DM = DM:DB$$

da cui $DM^2 = OD \cdot DB$

$$DB = 2a - y$$

$$\longrightarrow DM = \sqrt{y(2a - y)}$$

Tornando alla proporzione iniziale, si ha che

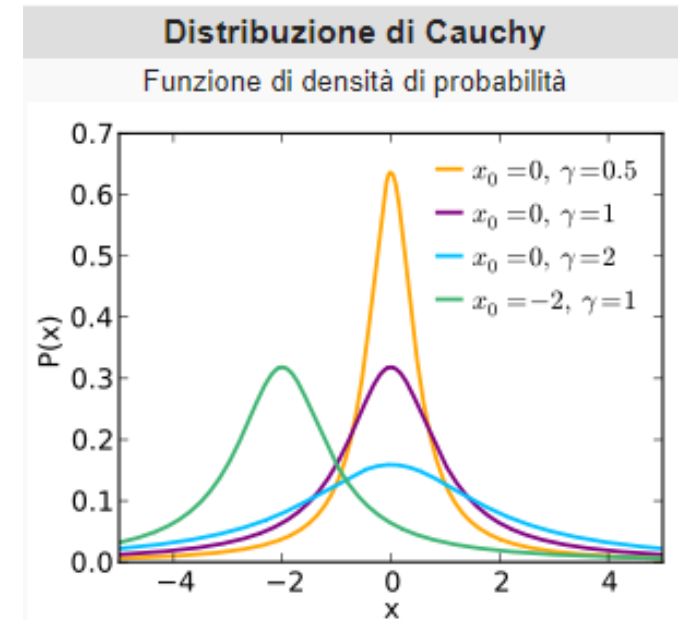
$$y : \sqrt{y(2a - y)} = 2a : x$$

Equazione della curva

$$y = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2}$$

Fase 5 – Conclusioni e cenni alla fisica

- ❑ Momento conclusivo di **discussione collettiva**
- ❑ Cenni alle **applicazioni** di questa curva ad altri settori
 - Acustica: fenomeno della risonanza
 - Statistica: distribuzione di Cauchy
- ❑ Possibilità di riprendere la curva negli anni successivi per studiarne **alcune proprietà** quali
 - Flessi e asintoti
 - L'area tra la versiera ed il suo asintoto è pari a quattro volte l'area della circonferenza usata per descriverla
 - Il volume del solido che si ottiene dalla rotazione della versiera intorno al proprio asintoto è due volte quello del volume del solido ottenuto dalla rotazione della circonferenza intorno all'asse x
 - Il baricentro della curva coincide con il centro della circonferenza usata per descriverla



Bibliografia essenziale

- ❑ Contestabile A., *Strega di Agnesi*, Aracne editrice, Roma, dicembre 2017
- ❑ Masotti A., *Maria Gaetana Agnesi*, Rendiconti del seminario matematico e fisico di Milano, 14, (1940), pp. 1-39
- ❑ Mazzone S., Roero C.S., Luciano E., *L'Epistolario di Jacopo, Vincenzo e Giordano Riccati con Ramiro Rampinelli e Maria Gaetana Agnesi, 1727-1758*, in «Archivio della corrispondenza degli scienziati italiani», Firenze, 2011
- ❑ Minonzio F., *Chiarezza e metodo, l'indagine scientifica di M. G. Agnesi*, nel «Periodico della Società Storica Comense», vol. LXII, 2000, pag. 47-184, riedito da Lampi di Stampa, Milano, 2006
- ❑ Roero C.S., *Clelia Grillo Borromeo, Maria Gaetana Agnesi e Diodata Saluzzo Roero, Matematica e cultura scientifica al femminile*, in «Conferenze e Seminari 2013-14», KWB - Kim Williams Book, 2014, pp. 287-302
- ❑ Simili R., *Scienza a due voci*, Fi, Olschki, 2006
- ❑ Tilche G., *Maria Gaetana Agnesi, La scienziata santa del Settecento*, Rizzoli, Milano, 1984