IX CONVEGNO NAZIONALE DI DIDATTICA DELLA FISICA E DELLA MATEMATICA

DI.FI.MA. 2019

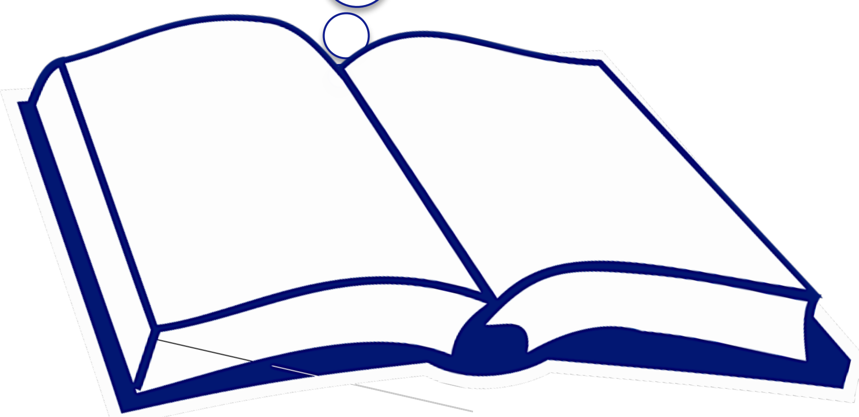
MATEMATICA E FISICA NELLA CULTURA E NELLA SOCIETÀ

MODELLI LINEARI:

DESCRIVERE SITUAZIONI PER PRENDERE DECISIONI

Simone Quartara
Istituto Italo Calvino – Genova

Piano Dell’Esposizione



I Principi della Sperimentazione

Caratterizzazione dell’Attività

Analisi di Protocolli Significativi

Criticità e Risultati

I PRINCIPI DELLA SPERIMENTAZIONE

Argomentazione

“L’argomentazione riveste un ruolo centrale in quanto competenza trasversale […] è importante anche dal punto di vista didattico, in quanto può (e deve) divenire non solo un fine, […] ma anche un mezzo, un discorso che contribuisce alla costruzione dei significati. (Morselli, 2015)

Concettualizzazione

“I concetti geometrici necessitano di rappresentazioni figurali per poter essere compresi, ma la sola rappresentazione figurale non è di per sé sufficiente per formare il concetto”

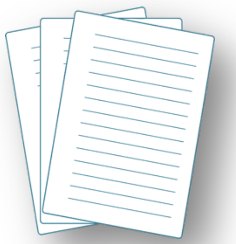
(Sbaragli,2005)

CARATTERIZZAZIONE DELL'ATTIVITÀ

Piano Lauree Scientifiche PLS

Classi seconde tecnico – Settore Tecnologico
Protagonisti dell'attività: 60 studenti

Novembre – Due settimane
8 unità orarie



Schede di lavoro – Item INVALSI Grado 10
Attività Individuale

Discussione collettiva
Costruzione condivisa di significati

CARATTERIZZAZIONE DELL'ATTIVITÀ

INVALSI ORIGINAL
D30 2017 G10

D30. **In una funzione del tipo $f(x) = ax + b$, il numero reale a si dice *pendenza*. Inoltre si dice *zero* di una funzione f ogni valore di x per cui $f(x) = 0$.**
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	Lo zero della funzione $f(x) = x - 5$ è 5	☐	☐
b.	Lo zero della funzione $f(x) = 3x$ è -3	☐	☐
c.	Le funzioni del tipo $f(x) = b$, con $b \neq 0$, non hanno zeri	☐	☐
d.	Nelle funzioni del tipo $f(x) = b$, la pendenza è 0	☐	☐

CARATTERIZZAZIONE DELL'ATTIVITÀ

D30. In una funzione del tipo $f(x) = ax + b$, il numero reale a si dice *pendenza*. Inoltre si dice *zero* di una funzione f ogni valore di x per cui $f(x) = 0$.

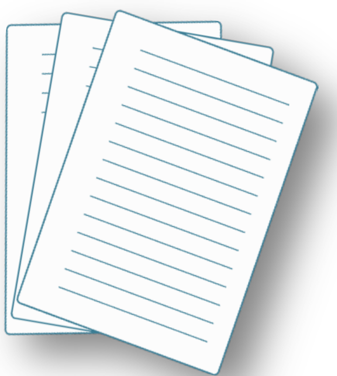
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

INVALSI ORIGINAL D30 2017 G10

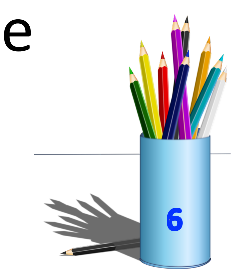
		V	F
a.	Lo zero della funzione $f(x) = x - 5$ è 5	☐	☐
b.	Lo zero della funzione $f(x) = 3x$ è -3	☐	☐
c.	Le funzioni del tipo $f(x) = b$, con $b \neq 0$, non hanno zeri	☐	☐
d.	Nelle funzioni del tipo $f(x) = b$, la pendenza è 0	☐	☐

RI FORMULAZIONE

SCHEDA DI LAVORO



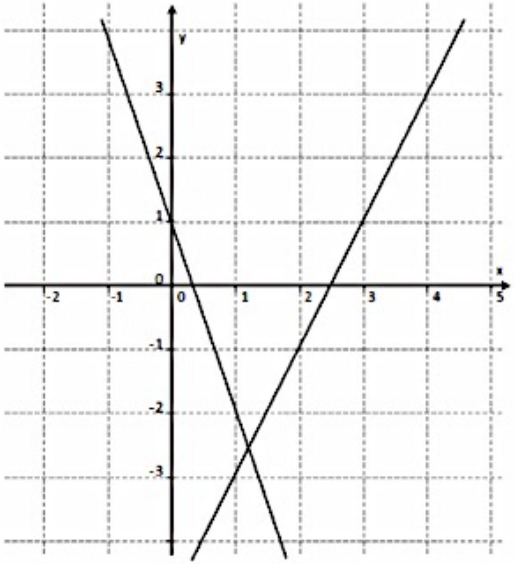
- È vero che lo zero della funzione $f(x)=x-5$ è 5? E che lo zero di $f(x)=3x$ è -3? Come fai a stabilirlo?
- Cosa puoi dire della seguente affermazione: "le funzioni del tipo $f(x)=b$, con $b\neq 0$, non hanno zeri".
- Come spiegheresti ad un compagno che nelle funzioni del tipo $f(x)=b$ la pendenza è 0?



CARATTERIZZAZIONE DELL'ATTIVITÀ

INVALSI ORIGINAL D10 2015 G10

D10. Su un piano cartesiano sono rappresentati i grafici delle funzioni f e g definite nell'insieme dei numeri reali e rappresentate dalle formule $f(x) = 2x - 5$ e $g(x) = -3x + 1$.



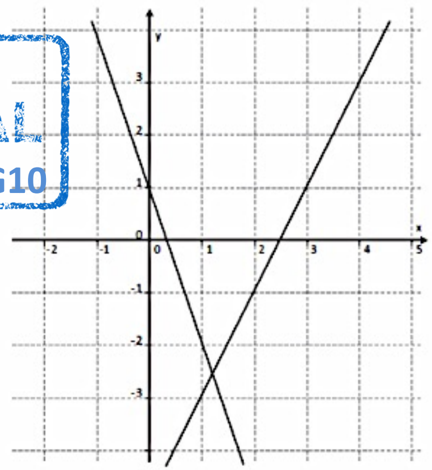
Aiutandoti anche con i grafici di f e di g, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	$f(x) = g(x)$ se e solo se $x = 1,2$	☐	☐
b.	$f(x) > 0$ se e solo se $x > 0$	☐	☐
c.	$f(x) = 0$ se e solo se $x = 2,5$	☐	☐
d.	$g(x) > f(x)$ se e solo se $x < 1,2$	☐	☐

CARATTERIZZAZIONE DELL'ATTIVITÀ

INVALSI ORIGINAL D10 2015 G10

D10. Su un piano cartesiano sono rappresentati i grafici delle funzioni f e g definite nell'insieme dei numeri reali e rappresentate dalle formule $f(x) = 2x - 5$ e $g(x) = -3x + 1$.



Aiutandoti anche con i grafici di f e di g, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	$f(x) = g(x)$ se e solo se $x = 1{,}2$	☐	☐
b.	$f(x) > 0$ se e solo se $x > 0$	☐	☐
c.	$f(x) = 0$ se e solo se $x = 2{,}5$	☐	☐
d.	$g(x) > f(x)$ se e solo se $x < 1{,}2$	☐	☐

RI FORMULAZIONE
SCHEDA DI LAVORO

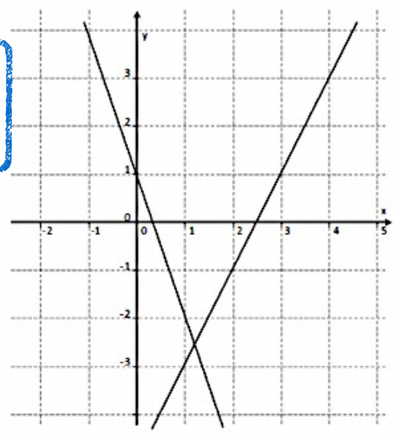
- Come fai a stabilire qual è il grafico di *f* e quello di *g*?

- Luca afferma che:
  "f(x)=g(x) se e solo se x=1,1"
  Luca ha ragione, perché…
  Luca non ha ragione, perché…

CARATTERIZZAZIONE DELL'ATTIVITÀ

D10. **Su un piano cartesiano sono rappresentati i grafici delle funzioni f e g definite nell'insieme dei numeri reali e rappresentate dalle formule $f(x) = 2x - 5$ e $g(x) = -3x + 1$.**

INVALSI ORIGINAL D10 2015 G10



Aiutandoti anche con i grafici di f e di g, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	$f(x) = g(x)$ se e solo se $x = 1{,}2$	☐	☐
b.	$f(x) > 0$ se e solo se $x > 0$	☐	☐
c.	$f(x) = 0$ se e solo se $x = 2{,}5$	☐	☐
d.	$g(x) > f(x)$ se e solo se $x < 1{,}2$	☐	☐

RI FORMULAZIONE
SCHEDA DI LAVORO

- È sufficiente osservare i grafici per affermare che:

  "f(x)=0 se e solo se x=2,5?"

  Sì, perché…

  No, perché…

- Cosa puoi dire dell'affermazione:

  "f(x)>0 se e solo se x>0"

  Come procedi?

  Secondo te esiste un solo modo per rispondere? Perché?

Caratterizzazione dell'attività

In una funzione del tipo *f(x)=ax+b*, il numero reale *a* si dice *pendenza*.
Inoltre si dice *zero* di una funzione f ogni valore di x per cui *f(x)=0*.

È vero che lo zero della funzione f(*x*)=*x*-*5* è *5*? E che lo zero di *f(x)=3x* è *-3*?
Come fai a stabilirlo?

____

____

Cosa puoi dire della seguente affermazione:

Le funzioni del tipo f(x)=b, con $b \neq 0$, *non hanno zeri*

____

____

Come spiegheresti ad un compagno che nelle funzioni del tipo *f(x)=b*, la pendenza è 0?

____

____

INVALSI ORIGINAL
D30 2017 G10

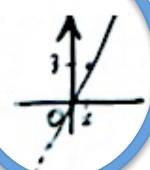
D30. In una funzione del tipo $f(x) = ax + b$, il numero reale a si dice *pendenza*. Inoltre si dice *zero* di una funzione f ogni valore di x per cui $f(x) = 0$.
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

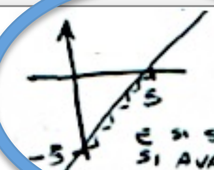
		V	F
a.	Lo zero della funzione $f(x) = x - 5$ è 5	☐	☐
b.	Lo zero della funzione $f(x) = 3x$ è -3	☐	☐
c.	Le funzioni del tipo $f(x) = b$, con $b \neq 0$, non hanno zeri	☐	☐
d.	Nelle funzioni del tipo $f(x) = b$, la pendenza è 0	☐	☐

ANALISI DI PROTOCOLLI SIGNIFICATIVI

È vero che lo zero della funzione $f(x)=x-5$ è 5?
E che lo zero di $f(x)=3x$ è -3?
Come fai a stabilirlo?

Come fai a stabilirlo?
Per stabilirlo io disegnerei un grafico, allora a quel punto posso trovare dove la funzione tocca l'asse x, oppure
$x-5=0 \qquad x=5 \qquad \frac{3x}{3}=\frac{0}{3} \qquad x=0$





Come fai a stabilirlo? $(5-5=0)$ $(3-(-3)=9\neq 0)$
LO ZERO DELLA FUNZIONE $f(x)=x-5$ È 5 PERCHÉ SE SI COSTRUISCE IL GRAFICO SI VEDE CHE IL PUNTO DOVE LA RETTA TOCCA L'ASSE X È 5, MENTRE LA SECONDA FUNZIONE NON È CORRETTA PERCHÉ SICCOME LA RETTA NON HA PENDENZA LO ZERO DELLA FUNZIONE È 0.

Analisi di Protocolli Significativi

È vero che lo zero della funzione $f(x)=x-5$ è 5?
E che lo zero di $f(x)=3x$ è -3?
Come fai a stabilirlo?

Come fai a stabilirlo?
SI PERCHÉ SE {F(X)=0 $5-5=0$ E $3-3=0$ QUINDI SONO
GLI ZERI DELLA FUNZIONE

Come fai a stabilirlo?
$x-5=0$ $x=5$ $3x=0$ $x=0$?

Come fai a stabilirlo?
Facendo $x-5=0$ $x=5$ $x=5$ e ~~3x=0~~ quindi é vero
$f(x)=3x$ non è -3 perché x deve essere uguale a 0

Come fai a stabilirlo?
$R_1(x)=x-5$ $x=5 \rightarrow 5$ é lo zero della funzione perché $5-5=0$
$R_1(x)=3x$ $x=-3 \rightarrow -3$ non é lo zero della funzione perche
$3(-3)=-9$ $-9\neq 0$ quindi non é lo zero della funzione

Analisi di Protocolli Significativi

Cosa puoi dire della seguente affermazione:
"le funzioni del tipo $f(x)=b$, con $b \neq 0$, non hanno zeri".

~~non è vero perché la b potrebbe essere~~ ~~rappresentare~~ è vera perché è una linea che non tocca mai lo zero

è VERA PERCHÉ $f(x)=b$ è UNA RETTA PARALLELA MA DIVERSA DALL'ASSE x (0)

CHE È VERA PERCHÉ SI ESCLUDONO LE X PER LE QUALI $f(x)=0$. PERCHÈ NEL GRAFICO RISULTANO DELLE RETTE PARALLELE ALL'ASSE X

L'AFFERMAZIONE È VERA PERCHÉ PER TROVARE LO Ø DI UNA FUNZIONE BISOGNA CHE $F(x)=0$, IMPOSSIBILE IN QUEL CASO

SE 3 NON PUÒ ESSERE 0 E DATO CHE NON SI SONO NE OPERAZIONE O MOLTIPLICAZIONI, NON SI POTRÀ OTTENERE 0.

Analisi di Protocolli Significativi

Come spiegheresti ad un compagno che nelle funzioni del tipo *f(x)=b* la pendenza è 0?

Se la pendenza è 0 vuol dire che la funzione è in orizzontale

Come spiegheresti ad un compagno che nelle funzioni del tipo $f(x)=b$ la pendenza è 0?

Gli direi che la pendenza è 0 perché la retta della funzione è parallela all'asse x e quindi orizzontale.

NELLE FUNZIONI DEL TIPO $f(x)=b$ LA PENDENZA È 0 PERCHÉ NEL GRAFICO RISULTANO RETTE PARALLELE ALL'ASSE X

Analisi di Protocolli Significativi

Come spiegheresti ad un compagno che nelle funzioni del tipo $f(x)=b$ la pendenza è 0?

Partendo dalla formula generale $f(x) = yx + z$ → yx = pendenza z = quota
[illegible] perciò nella funzione $f(x) = ax + b$ ax = pendenza e b quota

LA PENDENZA È 0 PERCHÉ IN UNA FUNZIONE STANDARD

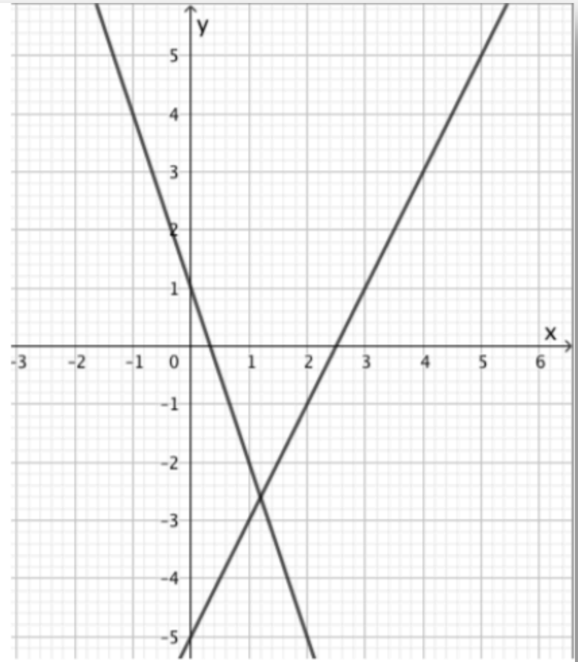
SE NESSUN NUMERO MOLTIPLICA L'INCOGNITA VUOL DIRE CHE HA PENDENZA = 0 $F(x) = nX + m$ ← QUOTA ↑ PENDENZA

NELLA FUNZIONE C'È SOLO b QUINDI SIGNIFICA CHE LA PENDENZA È 0 PERCHÈ SAREBBE 0X CHE INDICA LA PENDENZA CHE PERÒ NON VIENE SCRITTO PERCHÈ È NULLO

Sostituendo ad $f(x)=ax+b$ la a con 0, notiamo che la pendenza è 0.

CARATTERIZZAZIONE DELL'ATTIVITÀ

Su un piano cartesiano sono rappresentati i grafici delle funzioni *f* e *g* definite nell'insieme dei numeri reali e rappresentate dalle formule *f(x)=2x-5* e *g(x)=-3x+1*.



Come fai a stabilire qual è il grafico di f e quello di g?

____

____

Luca afferma che: "*f(x)=g(x) se e solo se x=1,1*".

Luca ha ragione, perché____________________

____

Luca non ha ragione, perché__________________

____

È sufficiente osservare i grafici per affermare che: *"f(x)=0 se e solo se x=2,5"*?

Sì, perché________________________________

____

No, perché_______________________________

____

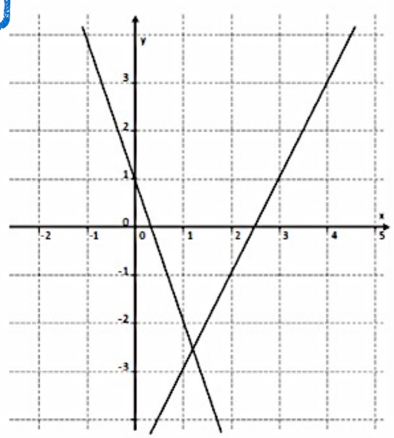
Cosa puoi dire dell'affermazione "*f(x)>0 se e solo se x>0*"? Come procedi?
Secondo te esiste un unico modo per rispondere, perché?

____

____

INVALSI ORIGINAL
D10 2015 G10

Su un piano cartesiano sono rappresentati i grafici delle funzio[ni] nell'insieme dei numeri reali e rappresentate dalle formule $f(x) = 2x - 5$



Aiutandoti anche con i grafici di *f* e di *g*, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	$f(x) = g(x)$ se e solo se $x = 1{,}2$	☐	☐
b.	$f(x) > 0$ se e solo se $x > 0$	☐	☐
c.	$f(x) = 0$ se e solo se $x = 2{,}5$	☐	☐
d.	$g(x) > f(x)$ se e solo se $x < 1{,}2$	☐	☐

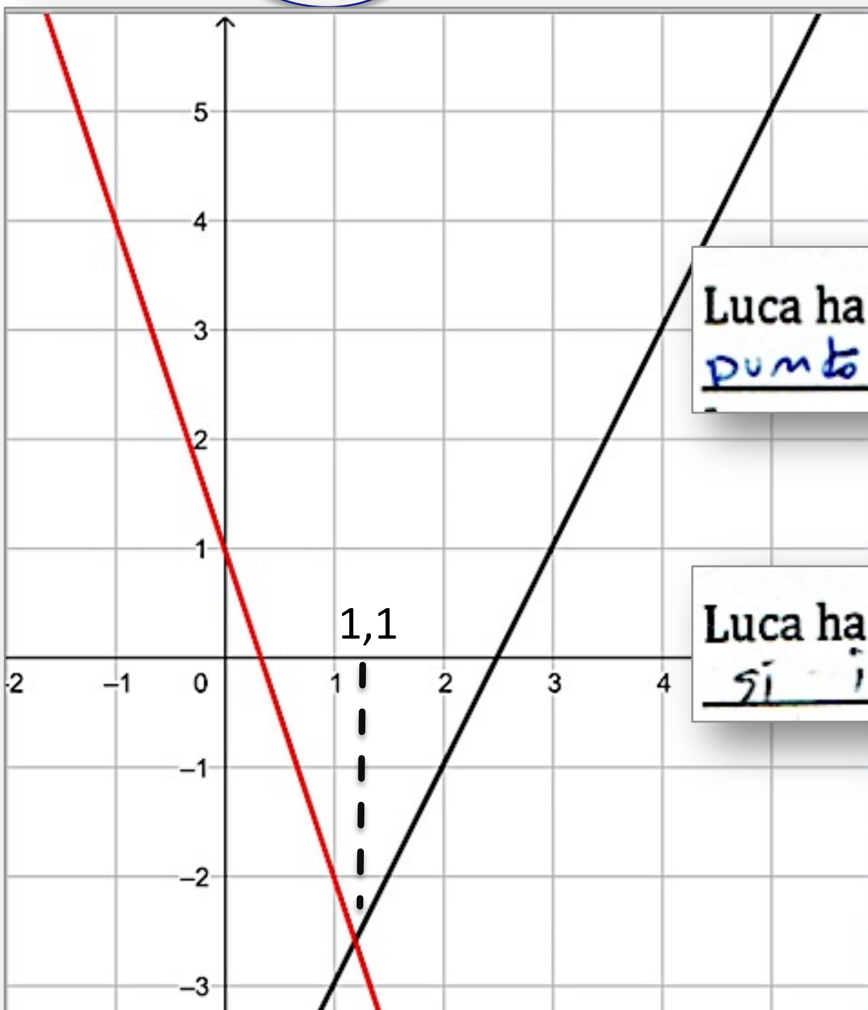
ANALISI DI PROTOCOLLI SIGNIFICATIVI

Luca afferma che:

"*f(x)=g(x) se e solo se x=1,1*"

Luca ha ragione, perché…

Luca non ha ragione, perché…



Luca ha ragione, perché nel grafico l'unico punto in cui f(x) e g(x) coincidono è 1,1

Luca ha ragione, perché é il punto dove si intersecano le rette

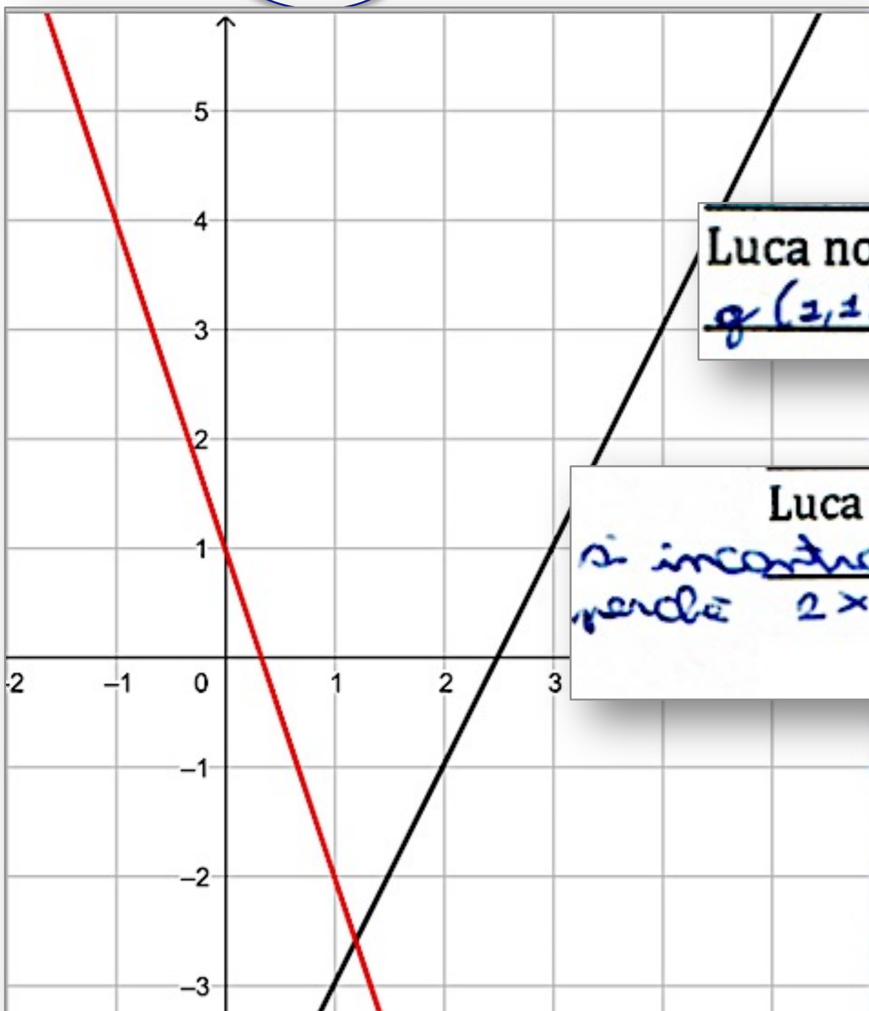
Analisi di Protocolli Significativi

Luca afferma che:

"f(x)=g(x) se e solo se x=1,1"

Luca ha ragione, perché…

Luca non ha ragione, perché…



Luca non ha ragione, perché $f(1,1) = 2x-5 = -2,8$ $g(1,1) = -3x+1 = -2,3$ QUINDI NON SONO UGUALI

Luca non ha ragione, perché dove le due rette si incontrano non è nelle coordinate 1,1 perché $2x-5 = -3x+1$ $2x+3x = 5+1$ $\frac{5x}{5} = \frac{6}{5}$ $x = 1,2$

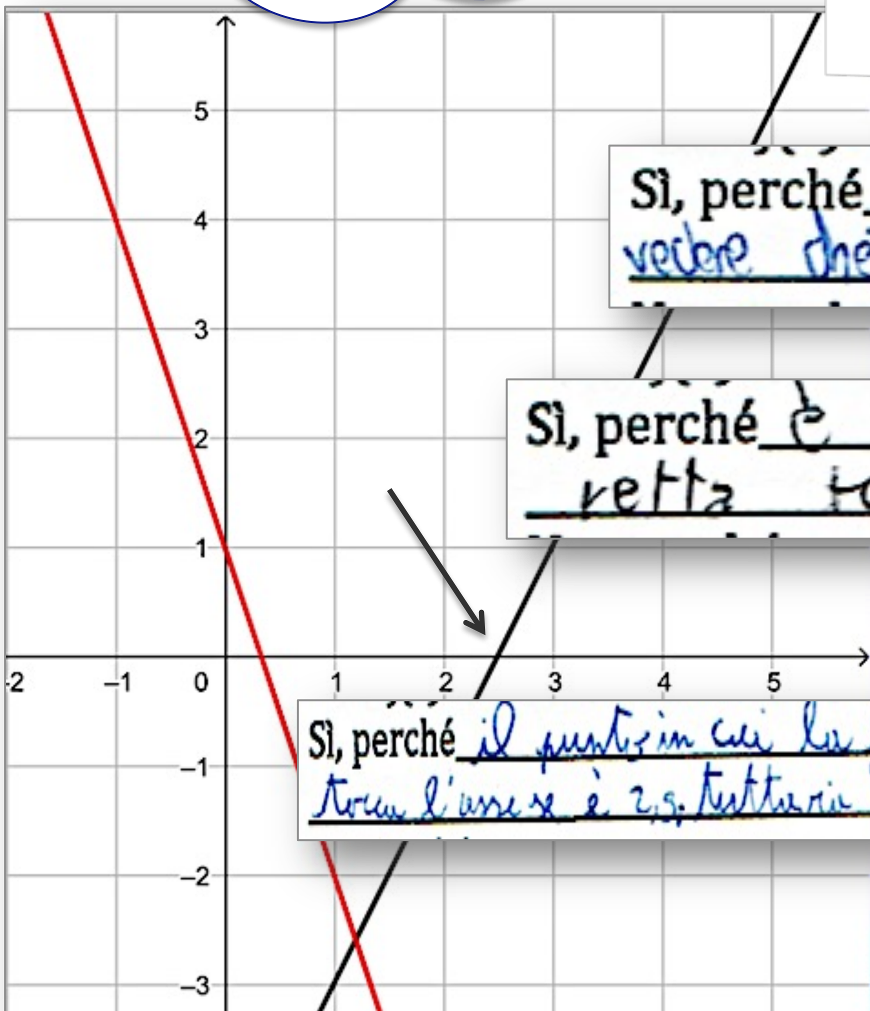
Analisi di Protocolli Significativi

È sufficiente osservare i grafici per affermare che:

"f(x)=0 se e solo se x=2,5?"

Sì, perché…

No, perché…



Sì, perché se osserviamo il grafico si può vedere che f(x)=0 si trova a x=2,5.

Sì, perché è il punto in cui la retta tocca e si incrocia con l'asse x

Sì, perché il punto in cui la funzione tocca l'asse x è 2,5. Tuttavia per verificare che sia giusto si può usare il metodo algebrico

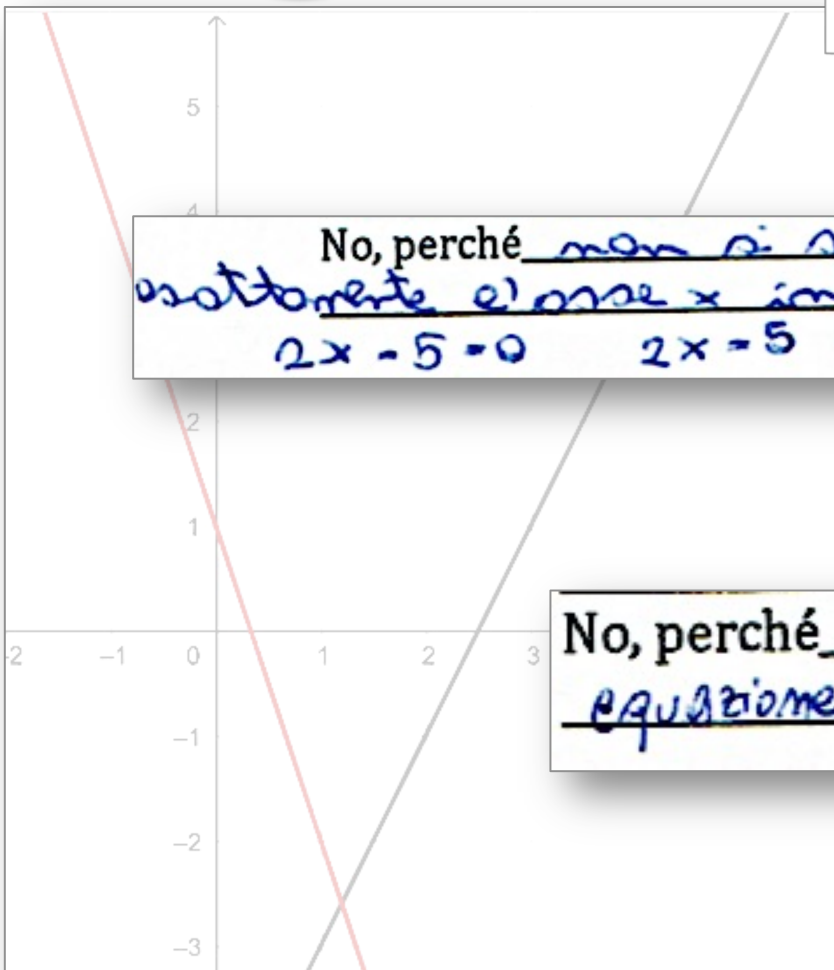
Analisi di Protocolli Significativi

È sufficiente osservare i grafici per affermare che:

"f(x)=0 se e solo se x=2,5?"

Sì, perché…

No, perché…



No, perché non si sa se interseca esattamente l'asse x in 2,5. Per saperlo per certo faccio

$2x-5=0 \quad 2x=5 \quad \frac{2x}{2}=\frac{5}{2} \quad x=\frac{5}{2}=2,5$

No, perché bisognava risolvere un equazione $2x-5=0$ $\quad \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}=\frac{5}{2}=2,5$

ANALISI DI PROTOCOLLI SIGNIFICATIVI

Cosa puoi dire dell'affermazione:

"f(x)>0 se e solo se x>0"

Come procedi?

Secondo te esiste un solo modo per rispondere? Perché?

CHE DIPENDE DAI CASI, DIPENDE DALLA FUNZIONE E DALLA SUA PENDENZA.

É VERA PERCHÉ LA FUNZIONE SE É SOPRA LO 0 É POSITIVA

CHÈ È VERA, PERCHÈ BISOGNA VEDERE DOVE LA FUNZIONE STA SOPRA ALL'ASSE X, NO, ESISTONO DIVERSI METODI.

Secondo te esiste un unico modo per rispondere, perché?

l'affermazione e' vera, perché "x" e' maggiore di 0 solo se e' un numero positivo.

Analisi di Protocolli Significativi

Cosa puoi dire dell'affermazione:

"f(x)>0 se e solo se x>0"

Come procedi?

Secondo te esiste un solo modo per rispondere? Perché?

$2x-5>0$ $x>2,5$ (ACC) e GUARDANDO IL GRAFICO e POI $f(x)>0 \Leftrightarrow x>2,5$

Questa affermazione è sbagliata perché per esempio $f(x)<0$ per $x=1,1$ quindi $2x-5>0$ $x>2,5$

Secondo te esiste un unico modo per rispondere, perché? L'AFFERMAZIONE MI SEMBRA FALSA

$2x-5>0$ $f(x)>0$ $x>0$ SECONDO ME NON ESISTE UN SOLO

$2x>5$ MODO, SI VEDE ANCHE DAL GRAFICO DOVE $f(x)>0$

$x>\frac{5}{2}$ $x>2,5$

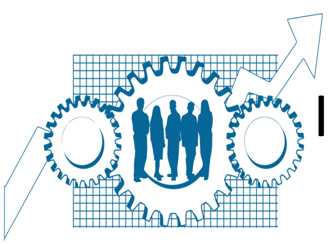
Criticità e Risultati

"Ritmare" il lavoro individuale/gruppo

Armonizzare: percezione sensoriale e dominio concettuale

Continuità e sistematicità dell'azione didattica

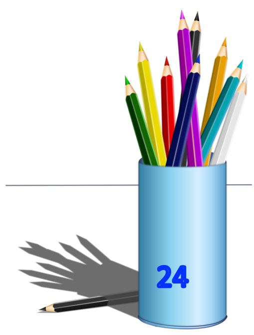
Utilizzo delle prove standardizzate in ottica formativa



Informazioni anche sui processi oltre che sui prodotti

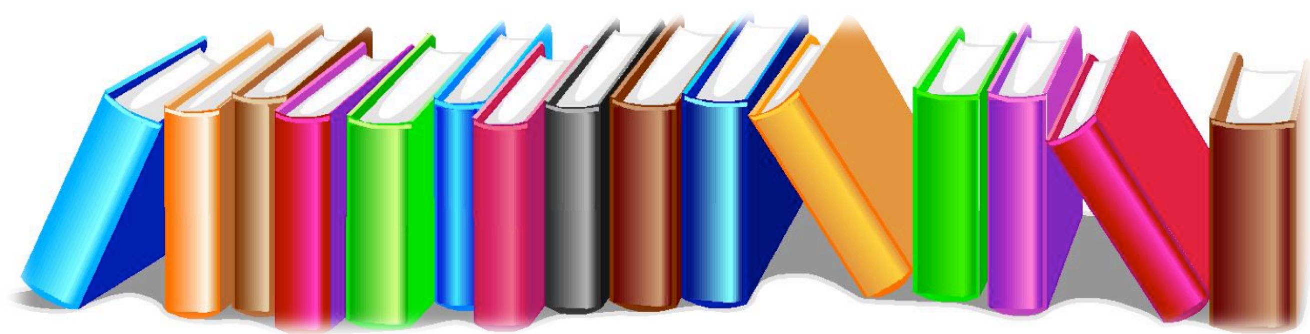
GRAZIE
PER L'ATTENZIONE!

… SPERANDO DI NON AVERVI RIDOTTO COSÌ:



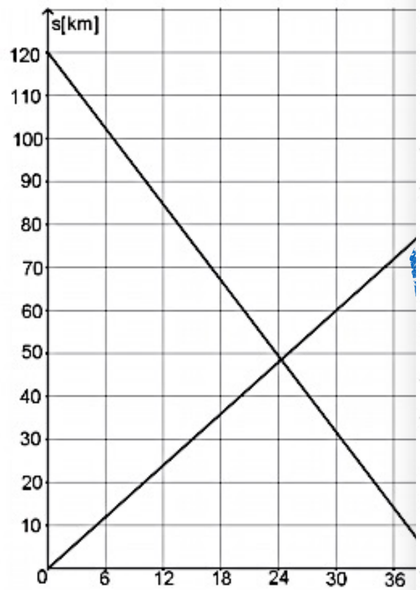
BIBLIOGRAFIA

- Fischbein E. (1993). *The theory of figual concept. Educational studies in mathematics*. 24, 139-162.
- Morselli F. & Sibilla A. & Testera M. (2015). *Lo sviluppo delle competenze argomentative nella scuola secondaria di primo e secondo grado*. L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate. 548 – 565.
- Sbaragli S. (2006). *La matematica e la sua didattica, vent'anni di impegno*. Atti del convegno Internazionale omonimo.
- Toulmin S. (2003). *The use of argument*. Cambridge University press.



PRENDERE DECISIONI?

D4. In figura sono rappresentati i grafici della posizi
minuti) di due treni in moto rettilineo uniforme s



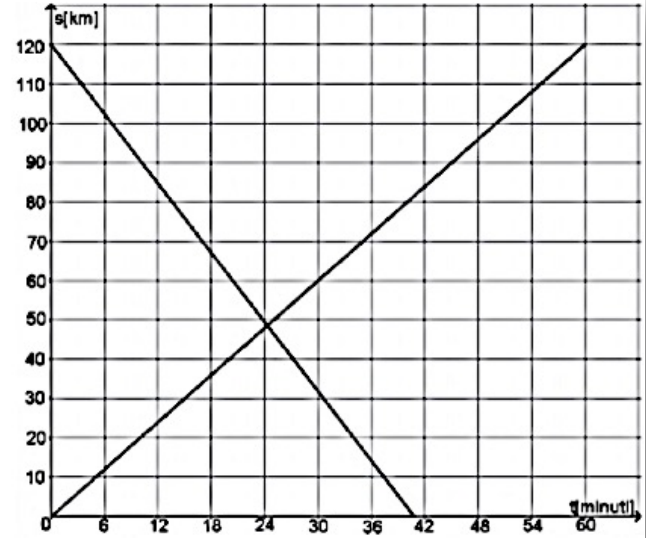
a. Basandoti sulle informazioni fornite nei grafici, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
1.	I due treni si muovono in versi opposti	☐	☐
2.	Dopo circa 25 minuti dall'istante $t = 0$ i due treni passano per la stessa posizione nel sistema di riferimento scelto	☐	☐
3.	Dopo 30 minuti dall'istante $t = 0$, uno dei due treni ha percorso circa 30 km	☐	☐

QUESITO 2

FASE A

In figura sono rappresentati i grafici della posizione s (in km) in funzione del tempo t (in minuti) di due treni in moto rettilineo uniforme su due binari paralleli.



Quale informazione puoi ricavare dai grafici per giustificare l'affermazione:
"i due treni si muovono in versi opposti".

____

____

È vero che dopo circa 25 minuti dall'istante t=0 i due treni passano per la stessa posizione nel sistema di riferimento scelto? Come fai a stabilirlo?

____

____

Luca afferma: "dopo 30 minuti dall'istante t=0, uno dei due treni ha percorso circa 30 km".
Luca ha ragione, perché__________________________________

____

Luca non ha ragione, perché__________________________________

DESCRIVERE SITUAZIONI?

Due podisti Luca e Anna corrono su due corsie affiancate, parallele, rettilinee con velocità costante, l'uno in direzione opposta a quella dell'altro. La velocità di Anna è 11 km/h e quella di Luca 14 km/h. La distanza che li separa è in questo momento di 50 km.

Dopo aver scelto un opportuno sistema di riferimento, scrivi due formule, una per Anna e una per Luca, che esprimano lo spazio (S) percorso in funzione del tempo (t).

Anna: S=__________

Luca: S=__________

È possibile determinare il tempo di incontro tra Luca ed Anna? In che modo?

____

____

Quanti km avrà percorso Anna da questo momento a quello dell'incontro? E quanti km avrà percorso Luca? Come fai a stabilirlo?

____

____