

# Quanti triangoli ci sono in questa figura? Tra valutazione e competenza geometrica

Francesca Ferrara, Università di Torino

Marina Gilardi e Ketty Savioli, Istituto Comprensivo Chieri III



10.10.19 – Torino

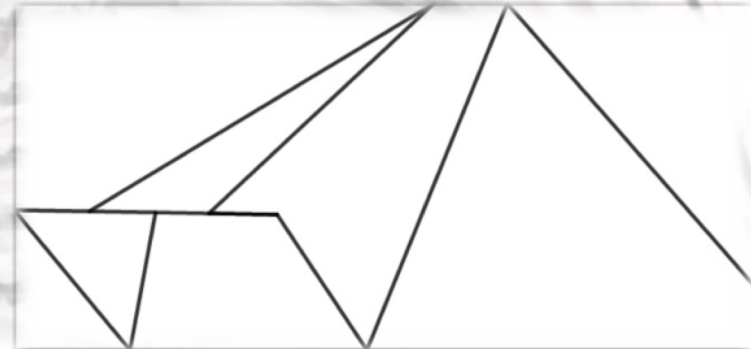


**AutoValutazione di Istituto**  
per il **Miglioramento dell'Efficacia della Scuola**  
*Gruppo di ricerca di Matematica*

SPERIMENTAZIONE in AVIMES PIEMONTE 2018/2019

*Geometria: un viaggio tra relazioni, percezioni e argomentazioni*

- Il punto di partenza è stato un item molto sperimentato e... amato!
- Sperimentazione 2018 su un campione nazionale INVALSI, SNV classe seconda primaria
- Un item piuttosto difficile







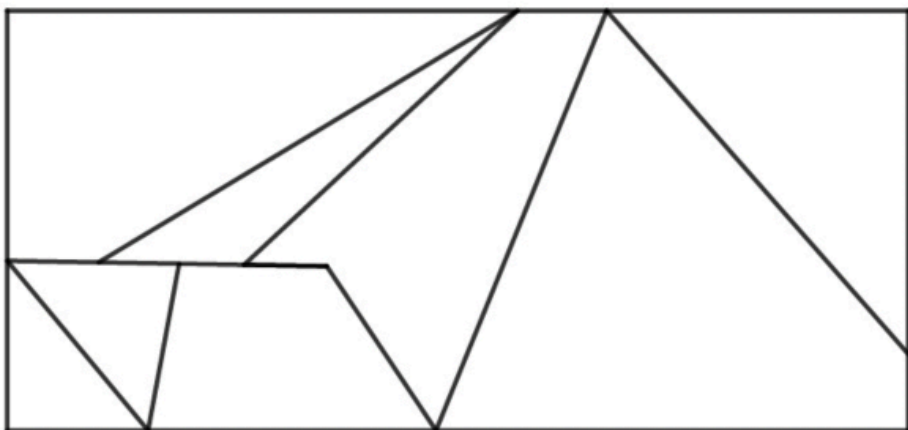
AutoValutazione di Istituto  
per il Miglioramento dell'Efficacia della Scuola  
Gruppo di ricerca di Matematica

SPERIMENTAZIONE 2018 su campione nazionale  
*Quesito triangoli, vv. 1 e 2*

VERSIONE 1

V1. Nella seguente figura ci sono 4 triangoli.

Fai una crocetta dentro ogni triangolo.



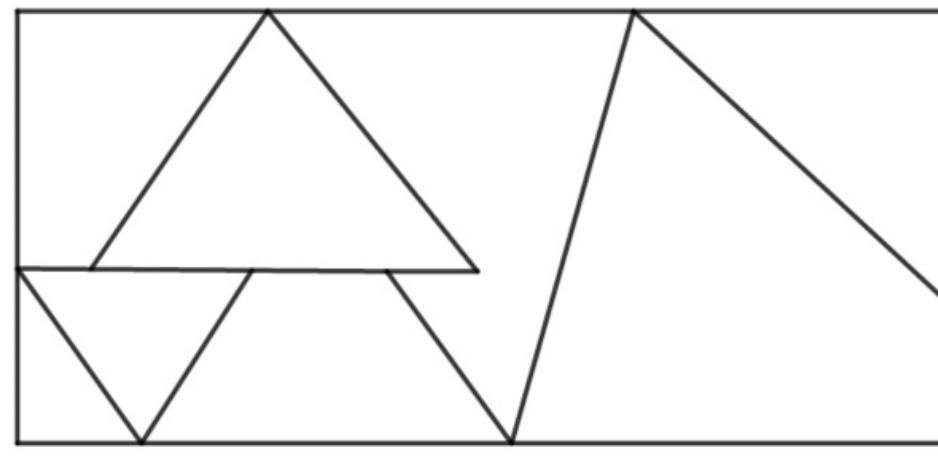
2,9% risposte corrette

8,8% omissioni

491 studenti

VERSIONE 2

V2. Fai una crocetta dentro ogni triangolo che c'è nella figura.



5,4 % risposte corrette

14,3% omissioni

370 studenti



**AutoValutazione di Istituto**  
per il **Miglioramento dell'Efficacia della Scuola**  
*Gruppo di ricerca di Matematica*

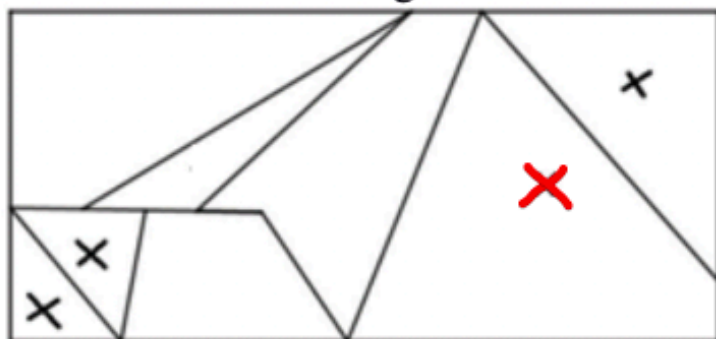
SPERIMENTAZIONE 2018 su campione nazionale  
*Quesito triangoli, vv. 1 e 2*

Che cosa è successo  
più nel dettaglio?

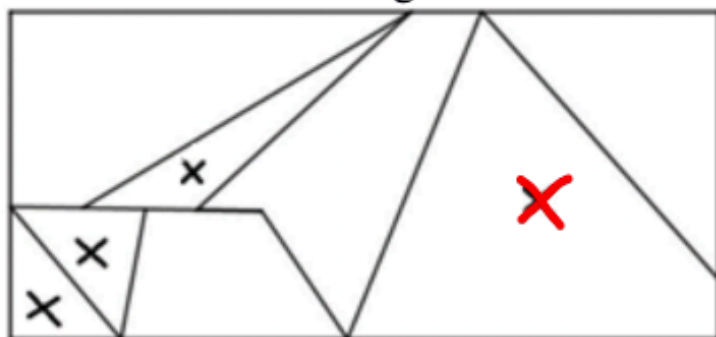


VERSIONE 1: «Nella figura ci sono 4 triangoli. Fai una crocetta dentro ogni triangolo»

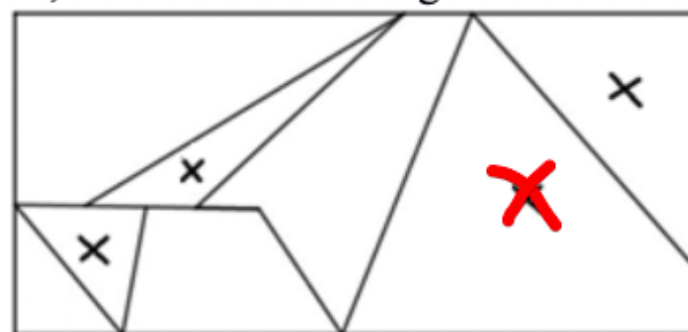
17% di coloro che sbagliano



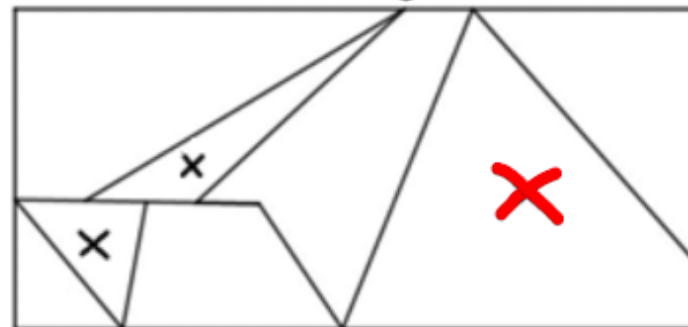
16% di coloro che sbagliano



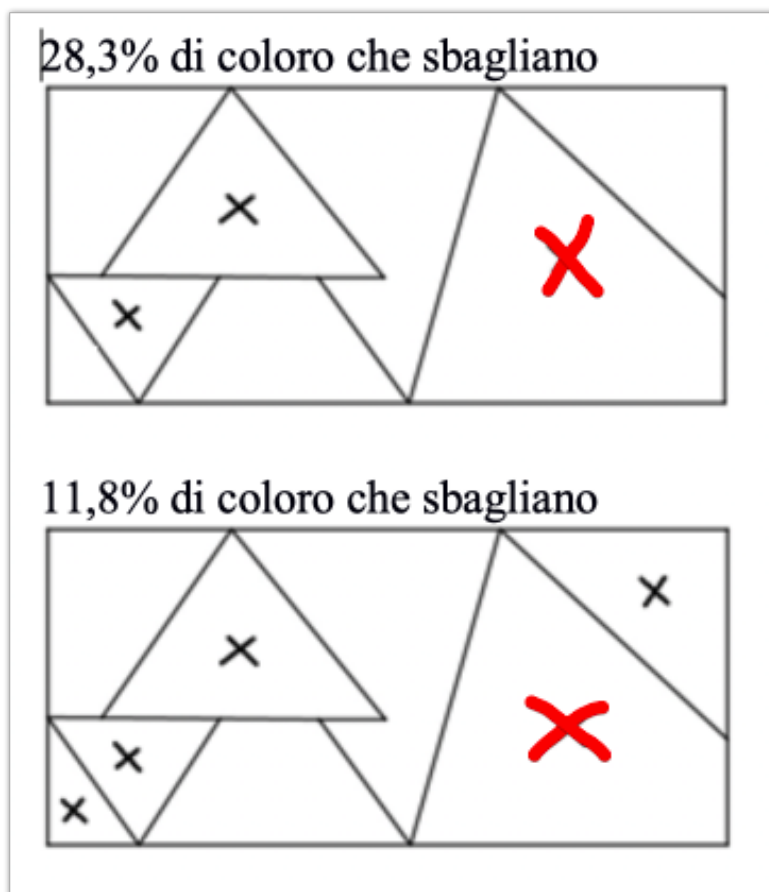
15,6% di coloro che sbagliano



8,8% di coloro che sbagliano



VERSIONE 2: «Fai una crocetta dentro ogni triangolo che c'è nella figura»







**AutoValutazione di Istituto**  
per il **Miglioramento dell'Efficacia della Scuola**  
*Gruppo di ricerca di Matematica*

SPERIMENTAZIONE in AVIMES PIEMONTE 2018/2019

*Geometria: un viaggio tra relazioni, percezioni e argomentazioni*

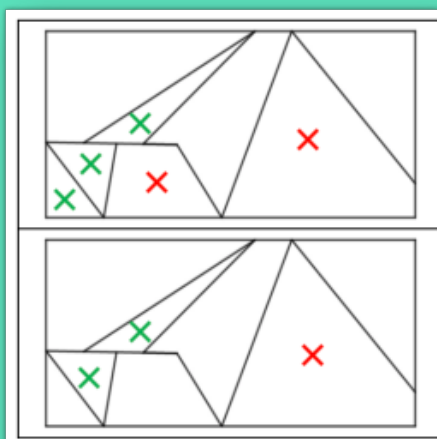
# Che cosa abbiamo fatto per indagare questo fenomeno?

Abbiamo somministrato le due versioni ad alunni di una classe  
seconda primaria (gruppi A e B)



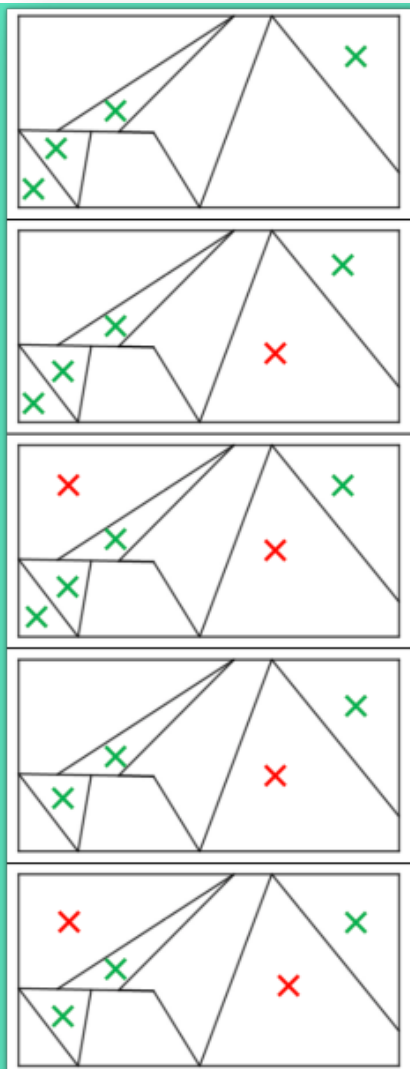
Molti protocolli si presentavano così; pochissime risposte corrette

# Versione 1

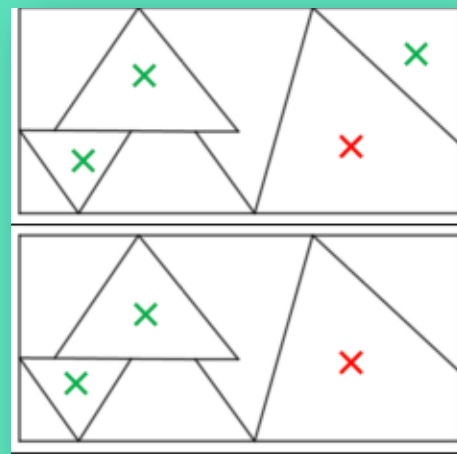


Nella seguente figura ci sono 4 triangoli. Fai una crocetta dentro ogni triangolo.

Gr. A

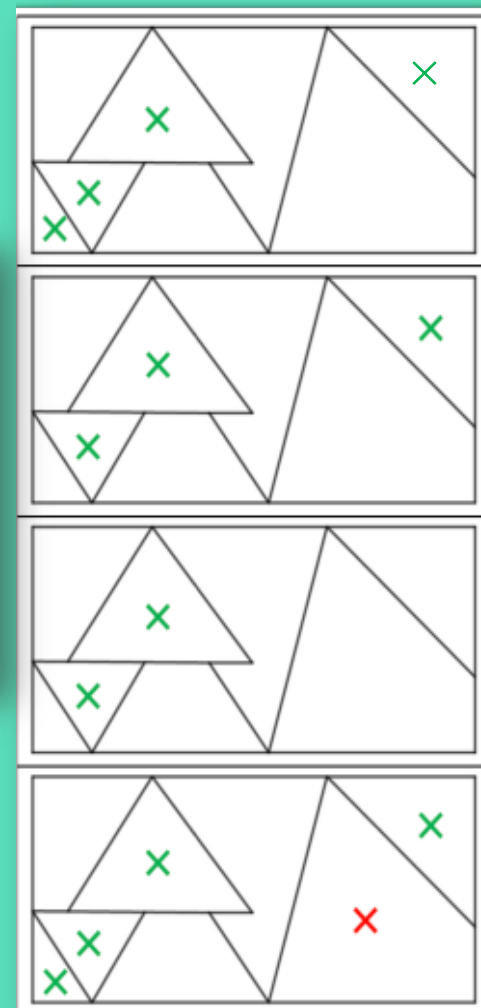


# Versione 2



Fai una crocetta dentro ogni triangolo che c'è nella figura.

Gr. B

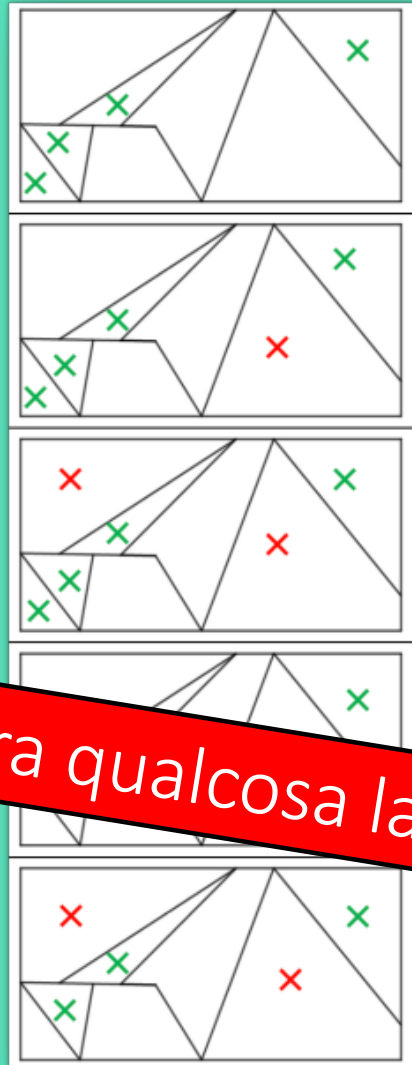
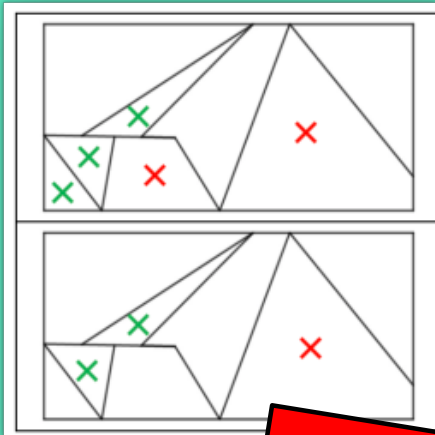






Molti protocolli si presentavano così; pochissime risposte corrette

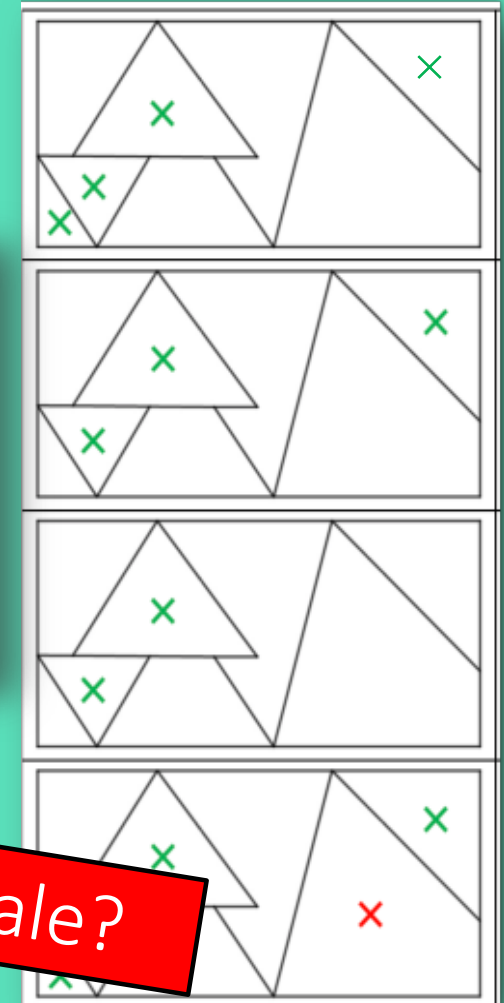
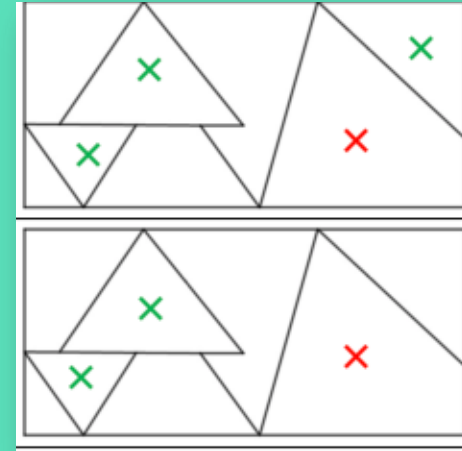
# Versione 1



C'entra qualcosa la disposizione spaziale?

Gr. A

# Versione 2



Gr. B



**AutoValutazione di Istituto**  
per il **Miglioramento dell'Efficacia della Scuola**  
*Gruppo di ricerca di Matematica*

SPERIMENTAZIONE in AVIMES PIEMONTE 2018/2019

*Studio pilota: seconda primaria*

E se «perturbiamo» il problema?

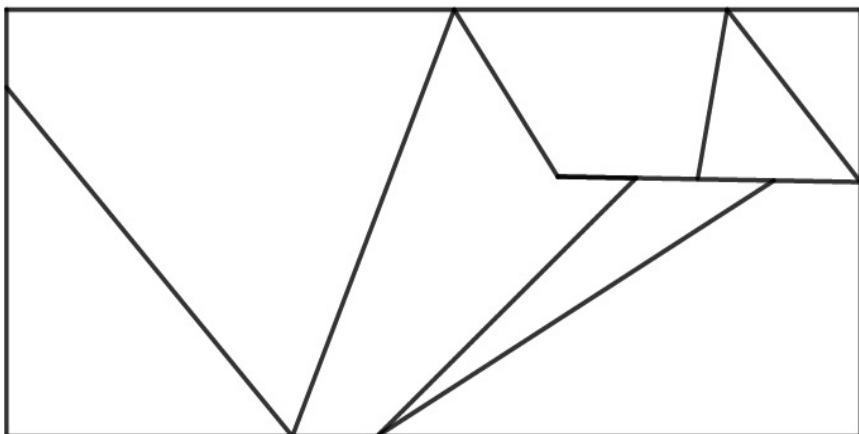






VERSIONE 1 PERTURBATA

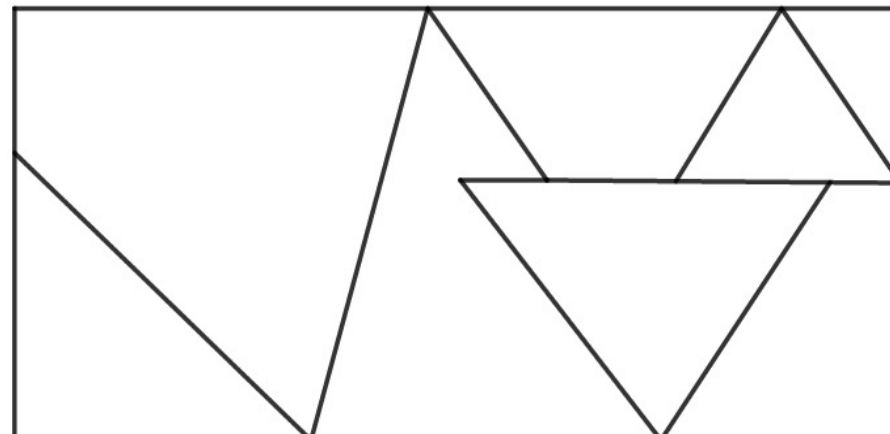
**Nella seguente figura ci sono 4 triangoli.  
Fai una crocetta dentro ogni triangolo.**



Gr. B

VERSIONE 2 PERTURBATA

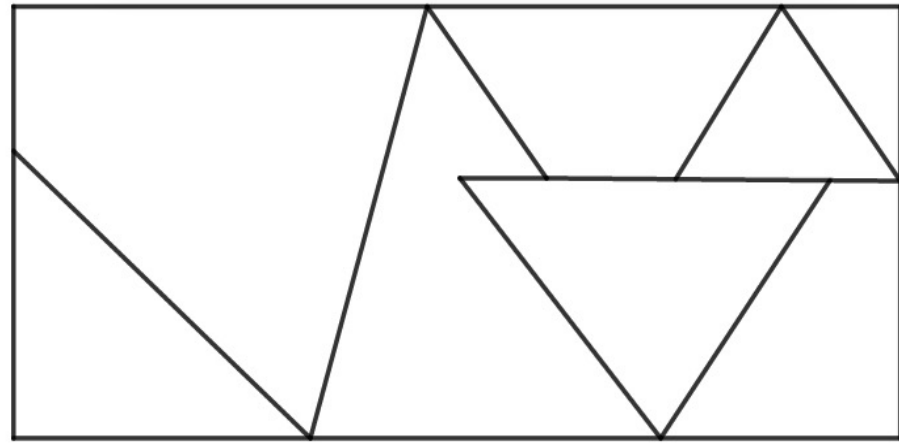
**Fai una crocetta dentro ogni triangolo che c'è nella figura.**



Gr. A

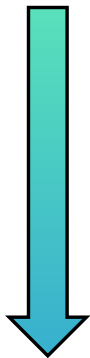


V1. Nella seguente figura ci sono 4 triangoli.  
Fai una crocetta dentro ogni triangolo.



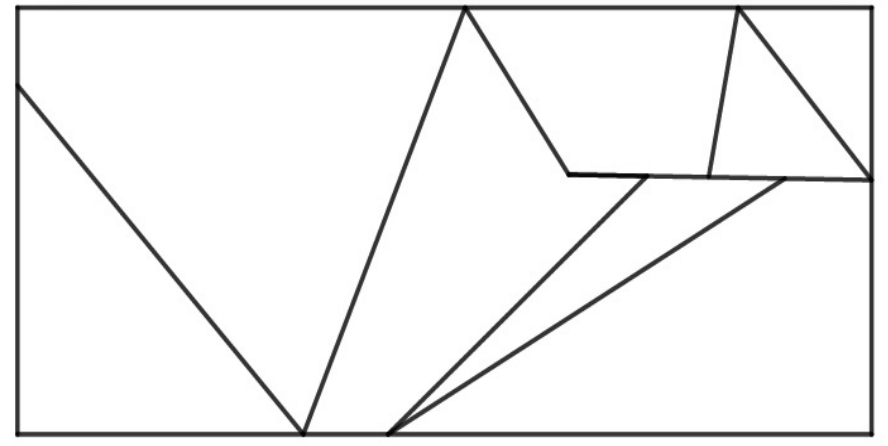
Gr. A

PRIMA



DOPO

V2. Fai una crocetta dentro ogni triangolo che c'è nella figura.



Gr. B

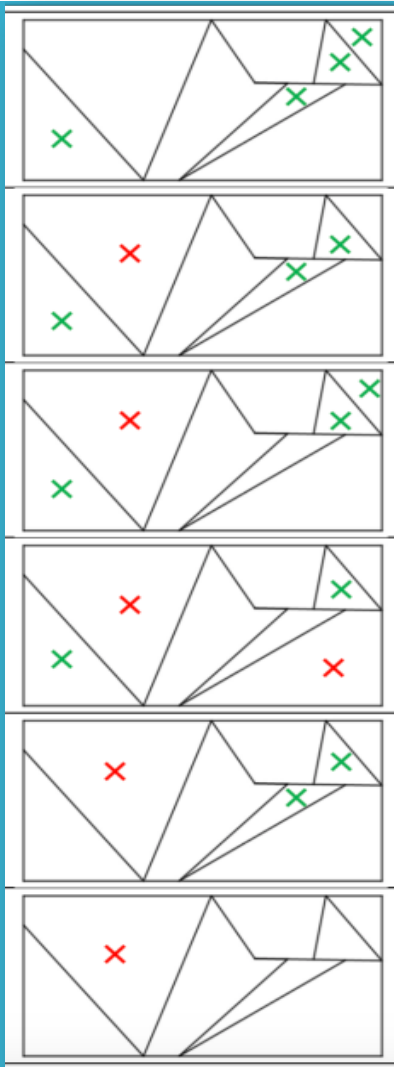
18/2019  
primaria

figura.



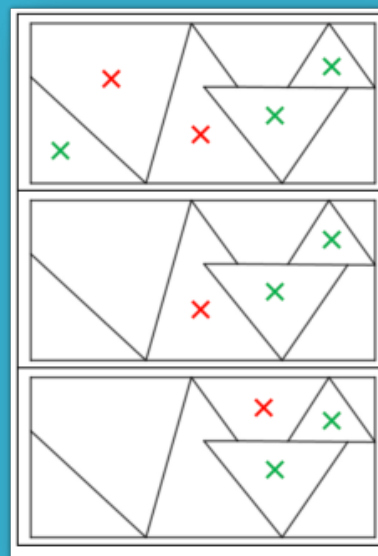
Molti protocolli si presentavano ancora così; pochissime risposte corrette

# Versione 1 perturbata

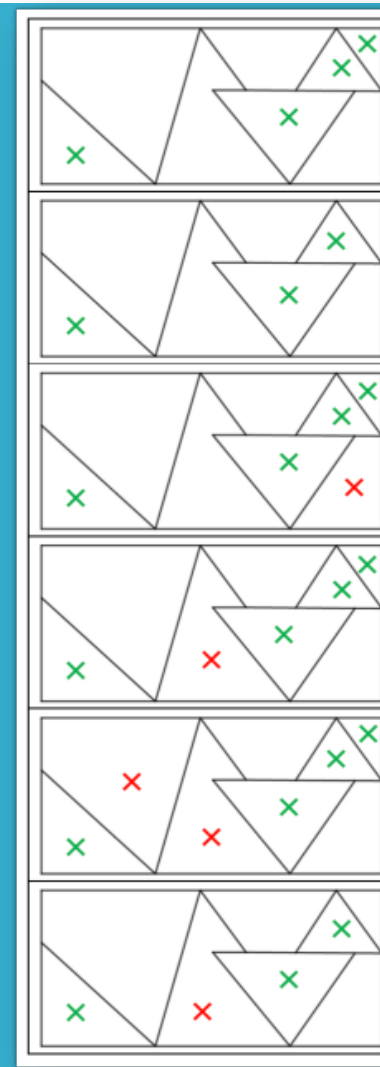


Gr. B

# Versione 2 perturbata



Gr. A





**AutoValutazione di Istituto**  
per il **Miglioramento dell'Efficacia della Scuola**  
*Gruppo di ricerca di Matematica*

SPERIMENTAZIONE in AVIMES PIEMONTE 2018/2019  
*Studio pilota: seconda primaria*

# «Ascoltando» i bambini scopriamo ...

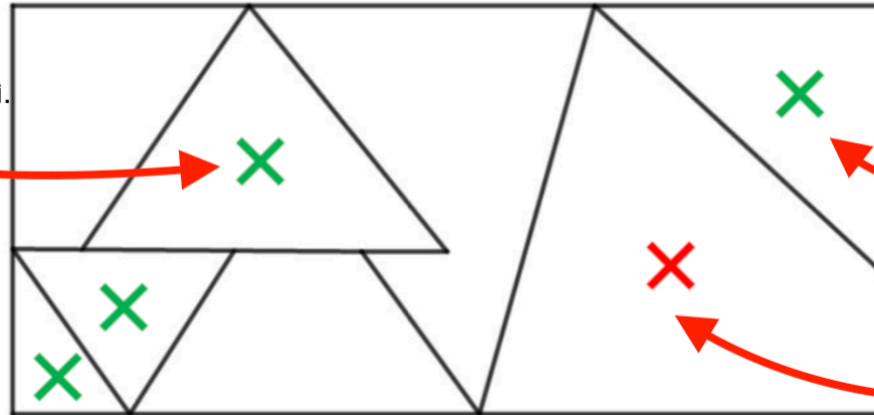


- [Interviste individuali ai bambini dei gruppi A e B]
- fuori dall'aula





NOEMI

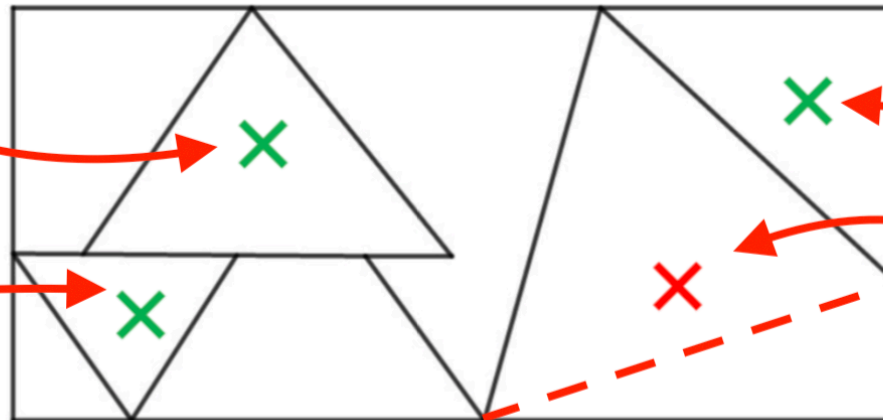


Il triangolo è sempre messo così.

Anche se è messo storto,  
ho girato il foglio  
e sembrava sempre un triangolo;  
deve avere 3 lati dritti e 3 punte.

E' un triangolo: hanno finito lo spazio  
e l'hanno tagliato.

LORENZO



E' dritto e appuntito  
come una piramide.

E' un triangolo obliquo.

E' all'incontrario,  
se lo giri è un triangolo.

E' un triangolo molto grande,  
gigante; non si vede la chiusura.



CAROLINA

Ho guardato le tre punte.

Non capivo se era un triangolo perché è messo in giù.

Il triangolo andava di là.

GIORGIA

Ha le punte uguali.

Sono dritti.

Ha le punte uguali, anche se è messo all'ingù, non cambia.

E' un po' storto ed è messo di lato.

**SOFIA**

Se lo giri è sempre un triangolo.

Triangolo normale.

E' messo di lato, però se lo metti dritto è un triangolo.

E' messo al contrario, ma se lo giri è sempre un triangolo.

E' un triangolo, solo che c'è questo pezzo

**DANILO**

E' un triangolo perché queste due linee sono oblique.

E' un triangolo dritto.

E' un triangolo, un po' all'incontrario.

E' un triangolo proprio all'incontrario, inizia dalla punta e finisce nella riga.

E' un triangolo dritto, ma finisce lì.

**PABLO**

Triangolo normale.

E' un triangolo, solo messo dal lato.

Solo che è messo a testa in giù.

E' un triangolo spezzato.

**GRETA**

Sembra un tetto e ha 3 punte.

Ha 3 punte.

E' un triangolo, è coperto da questo.

Ha 3 punte, solo che è girato all'incontrario, ho girato la scheda ed è un triangolo.



- Gli aspetti *percettivi* sembrano giocare un ruolo preponderante nella scelta di ciò che è triangolo
- Gli aspetti *concettuali* sembrano invece giocare un ruolo secondario
- Quali triangoli abbiamo visto finora?
- **Quale definizione di triangolo?**
  - La dimensione definitoria è sempre presente in compiti/attività/quesiti sul riconoscimento di figure geometriche (tra l'altro, legati alle classificazioni)

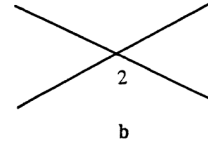
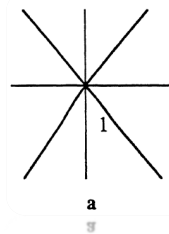
- Gli aspetti *percettivi* sembrano giocare un ruolo preponderante nella scelta di ciò che è triangolo
- Gli aspetti *concettuali* sembrano invece giocare un ruolo secondario
- Quali triangoli abbiamo visto finora?
- **Quale definizione di triangolo?**
  - La dimensione definitoria è sempre presente in compiti/attività/quesiti sul riconoscimento di figure geometriche (tra l'altro, legati alle classificazioni)

E. Fishbein (1993), *The Theory of Figural Concepts*



- Gli aspetti *percettivi* sembrano giocare un ruolo preponderante nella scelta di ciò che è triangolo
- Gli aspetti *concettuali* sembrano invece giocare un ruolo secondario

«Nel caso speciale del ragionamento geometrico, si ha a che fare con un terzo tipo di oggetti mentali che possiedono simultaneamente proprietà sia concettuali sia figurali.»



Uno dei due punti è più grande? Se sì, quale?  
Uno dei due è più pensante? Se sì, quale?  
I due punti hanno la stessa forma?

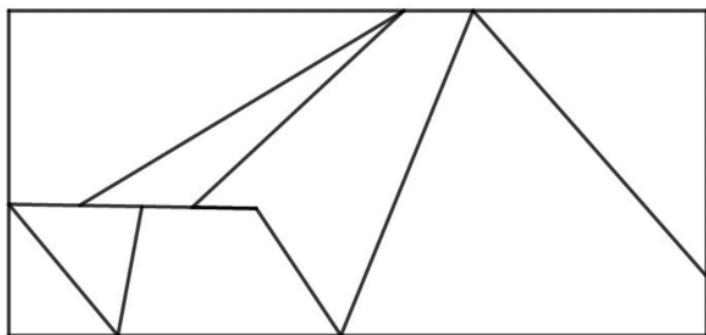
E. Fishbein (1993), *The Theory of Figural Concepts*



## Le quattro versioni proposte ai corsisti

V1. Nella seguente figura ci sono 4 triangoli.

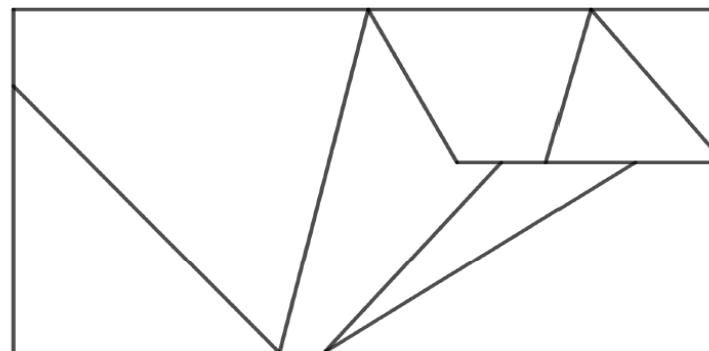
Fai una crocetta dentro ogni triangolo.



1a

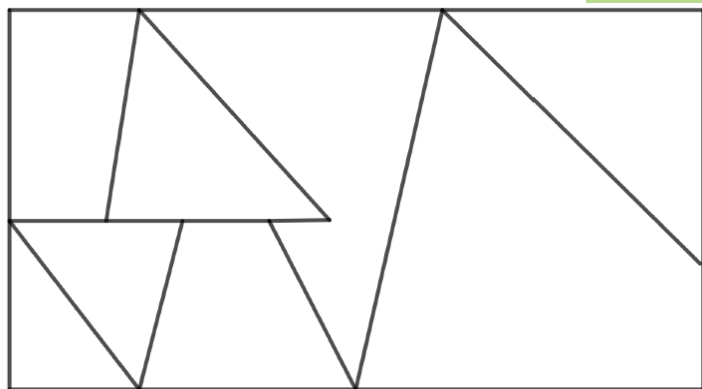
Nella seguente figura ci sono 4 triangoli.

Fai una crocetta dentro ogni triangolo.



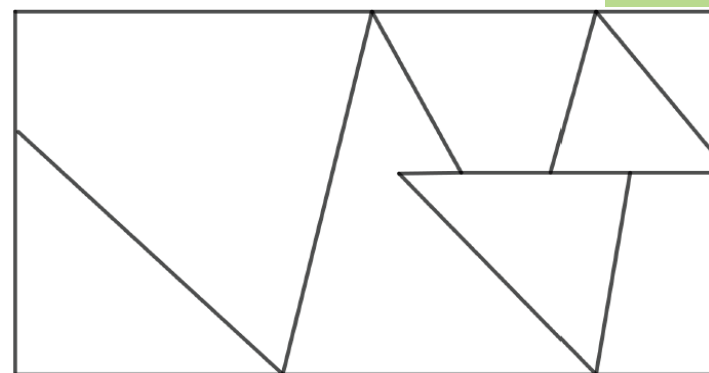
1b

Fai una crocetta dentro ogni triangolo che c'è nella figura.



2a

Fai una crocetta dentro ogni triangolo che c'è nella figura.



2b

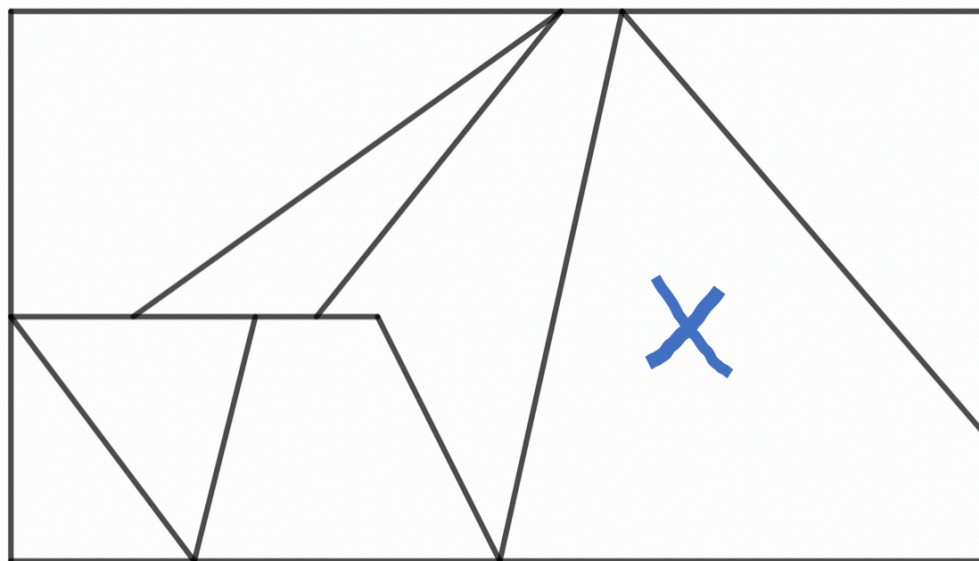


## più una (versione 1c)

La maestra ha dato questo compito:

“Osserva la figura e metti una crocetta su un triangolo”.

Anna ha messo la crocetta come vedi in figura.



Secondo te, Anna ha svolto correttamente il compito?

Spiega perché.

1c

10.10.19 – DIFIMA, Torino



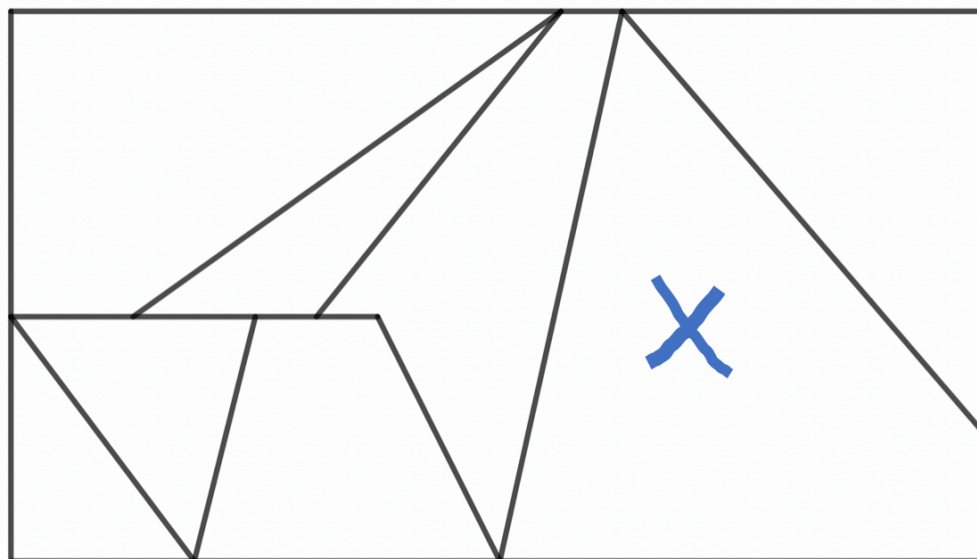


## più una (versione 1c)

La maestra ha dato questo compito:

“Osserva la figura e metti una crocetta su un triangolo”.

Anna ha messo la crocetta come vedi in figura.



515 alunni

Secondo te, Anna ha svolto correttamente il compito?

Spiega perché.

1c

10.10.19 – DIFIMA, Torino



**AutoValutazione di Istituto**  
**per il Miglioramento dell'Efficacia della Scuola**  
**Gruppo di ricerca di Matematica**

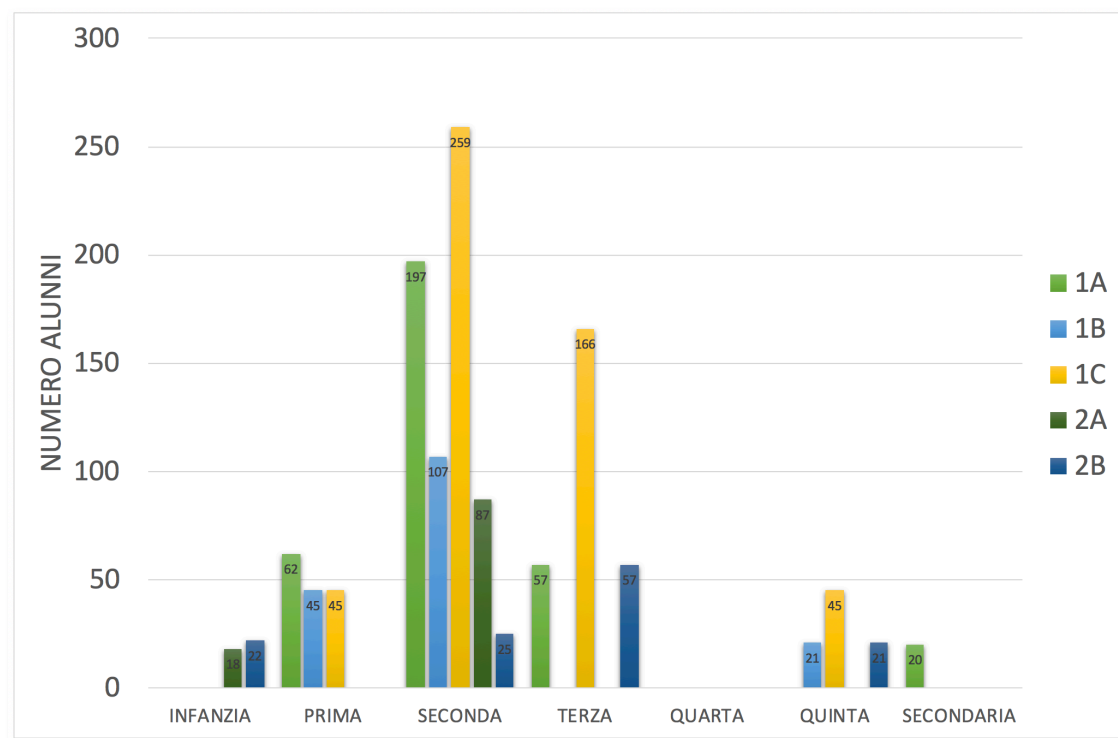
SPERIMENTAZIONE in AVIMES PIEMONTE 2018/2019

*Geometria: un viaggio tra relazioni, percezioni e argomentazioni*

## In due mesi di sperimentazione

	INFANZIA	PRIMA	SECONDA	TERZA	QUARTA	QUINTA	SECONDARIA	
1A		62	197	57			20	336
1B		45	107			21		173
1C		45	259	166		45		515
2A	18		87					105
2B	22		25	57		21		125
3A						21		21
4A					20			20
4B					25			25
4C				22	20			42
5A					24			24
5B				42		21		63
5C								0
5D				20				20
6A				20				20
6B				22	25	21		68
6C					20			20
6D							20	20
7A					44	16	20	80
8A				39				39
8B								0
9A					21			21
9B								0
10A				20				20
10B								0
10C						24		24
10D								0
10E								0
10F								0
11A			21					21
11B							20	20
11C					21			21
12A							20	20
ORTO		22						22

515 alunni





**AutoValutazione di Istituto**  
 per il **Miglioramento dell'Efficacia della Scuola**  
 Gruppo di ricerca di **Matematica**

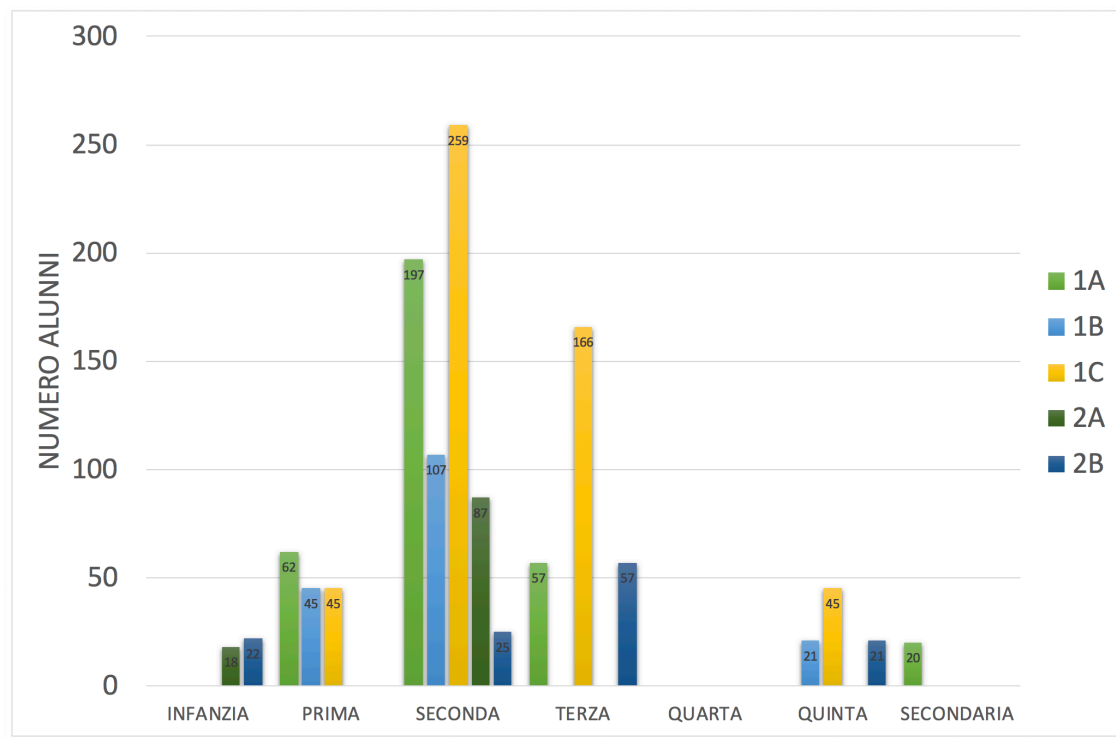
SPERIMENTAZIONE in AVIMES PIEMONTE 2018/2019

*Geometria: un viaggio tra relazioni, percezioni e argomentazioni*

## In due mesi di sperimentazione

	INFANZIA	PRIMA	SECONDA	TERZA	QUARTA	QUINTA	SECONDARIA	
1A		62	197	57			20	336
1B		45	107			21		173
1C		45	259	166		45		515
2A	18		87					105
2B	22		25	57		21		125
3A						21		21
4A					20			20
4B					25			25
4C				22	20			42
5A					24			24
5B				42		21		63
5C								0
5D				20				20
6A				20				20
6B				22	25	21		68
6C					20			20
6D							20	20
7A					44	16	20	80
8A				39				39
8B								0
9A					21			21
9B								0
10A				20				20
10B								0
10C						24		24
10D								0
10E								0
10F								0
11A			21					21
11B							20	20
11C					21			21
12A							20	20
ORTO		22						22

515 alunni





## Il «falso triangolo»: percezione o definizione?

Le risposte corrette: NO, PERCHÉ...

- “Il triangolo ha tre lati”
- “Il triangolo non ha 4 vertici”
- “La risposta è nella parola triangolo: tri significa 3 angoli”
- “Il triangolo è aperto e tutto storto”
- “Ha 4 punte e non 3”
- “La forma non tocca il pavimento, ma il muro”
- “Non si chiude”
- “Un lato non finisce sulla linea di terra”
- “Se si toglie la linea verticale e si continua, la figura diventa un triangolo”
- “Quella figura ha solo due lati (obliqui)”



## Il «falso triangolo»: percezione o definizione?

Le risposte errate: SÌ, PERCHÉ...

- “Le linee sono infinite anche se finisce la scheda!”
- “Aveva la parte tagliata”
- “L’angolo non si vedeva, ma poteva esserci”
- “Anche se lo giri è sempre un triangolo, basta che ha 3 spazi”
- “Triangolo senza una riga qua”
- “Il triangolo prosegue fuori dal foglio”
- “Gli manca un pezzetto”
- “Continua oltre la figura”
- “È un pezzo di piramide, che ha tre triangoli e la punta della piramide va fuori”





# Qualche riflessione

(cognitiva e didattica)

- Aspetti figurali vs. aspetti concettuali
- Là dove il triangolo non è chiuso/non continua provvede l'**immaginazione** a renderlo tale (l'aspetto concettuale sovrasta quello figurale, l'immaginazione quasi 'sfida' la percezione)
- Rilevanza del linguaggio («tri»-angolo)
- Focus su che cosa dovrebbe esserci o c'è di troppo (elementi definitivi), oppure su che cosa manca (elementi percettivi; uso del «non», del «se»)





# Qualche riflessione

(cognitiva e didattica)

- Impossibilità che si tratti di un triangolo vs. possibilità di pensarlo come [parte di] un triangolo (incompleto)
- Deissi nel linguaggio per identificare punti di riferimento (spazio del foglio, limiti della figura, la quarta dimensione: «va fuori», ...)
- Gioco tra percezione, immaginazione e definizione: Quale immagine/concezione hanno del triangolo i bambini?
- **Dinamicità** del pensiero (geometrico) dei bambini



## Qualche riflessione

diversi obiettivi delle/i docenti

- *Per indagare le pre-conoscenze e proporre una riflessione senza il timore di sbagliare (infanzia)*
- *Per provare ad argomentare e a lavorare in gruppo (classe I)*
- *Per consolidare e ragionare (classe II)*
- *Alla fine di un percorso, per “verificare” (classe III)*
- *Per riconoscere e denominare i poligoni (classe III)*
- *Per fare un’autovalutazione del percorso della classe e poter intervenire e chiarire (classe III)*



**AutoValutazione di Istituto**  
per il **Miglioramento dell'Efficacia della Scuola**  
*Gruppo di ricerca di Matematica*

SPERIMENTAZIONE in AVIMES PIEMONTE 2018/2019

*Geometria: un viaggio tra relazioni, percezioni e argomentazioni*

# Qualche riflessione

## l'occhio dell'osservatore

- *Approssimazione*
- *Profondità*



**AutoValutazione di Istituto**  
**per il Miglioramento dell'Efficacia della Scuola**  
**Gruppo di ricerca di Matematica**

francesca.ferrara@unito.it  
gilardi.marina@gmail.com  
ketty.savioli@gmail.com

# GRAZIE

