

# La costante di Avogadro: un esperimento "antico" e una tecnica di misura "moderna"

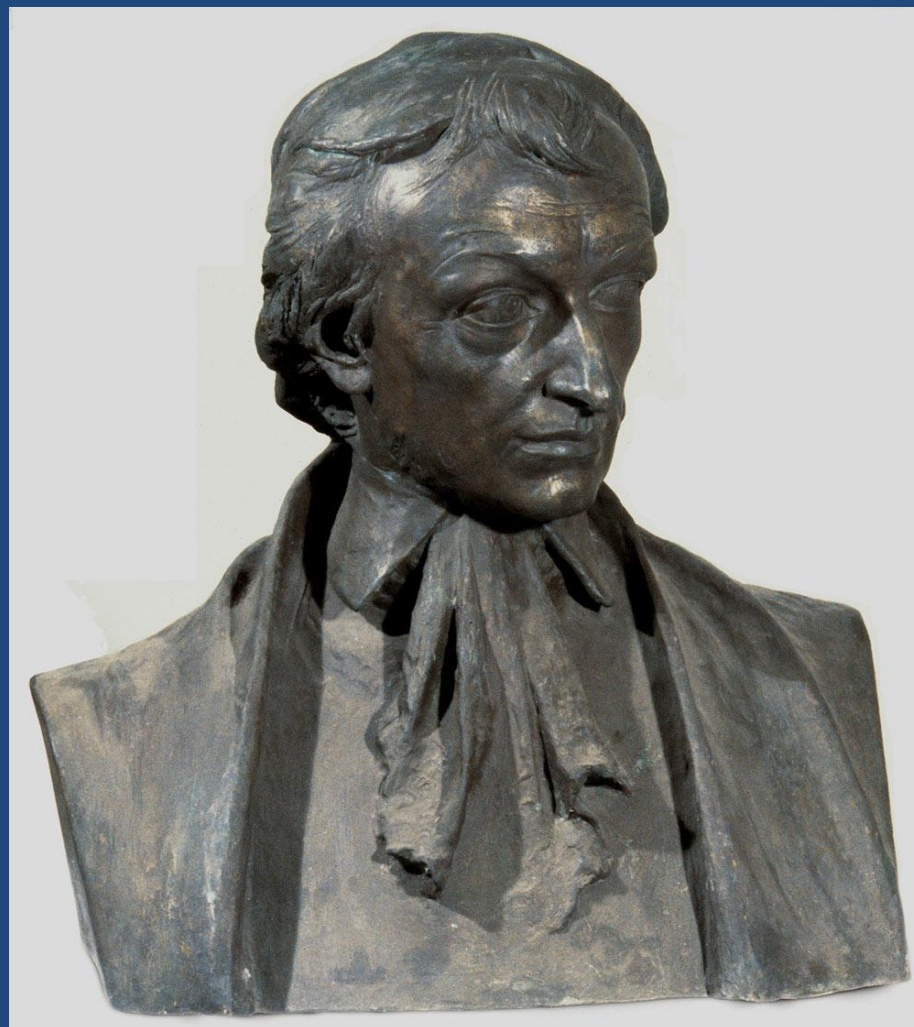
Dino Galante<sup>1</sup>  
Enrico Paschetta<sup>2</sup>

<sup>1</sup>IIS PASCAL di Giaveno, AIF Sezione di Settimo Torinese

<sup>2</sup>IIS NATTA di Rivoli

## • COSTANTI NEL NUOVO S.I.

- la frequenza della transizione fra il livello iperfine e il livello fondamentale del cesio 133, è  $\Delta\nu_{\text{Cs}}=9\,192\,631\,770$  Hz,
- la velocità della luce nel vuoto è  $c=299\,792\,458$  m/s,
- la costante di Planck è  $h=6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$  J s,
- la carica elettrica elementare è  $e=1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$  C,
- la costante di Boltzmann è  $k=1.380\,649 \times 10^{-23}$  J/K,
- la costante di Avogadro è  $N_A=6.022\,140\,76 \times 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>,
- l'intensità luminosa della radiazione monocromatica di frequenza  $540 \times 10^{12}$  hertz è  $K_{\text{cd}}=683$  lm/W.



**Amedeo Avogadro (1776-1856)**

DIFIMA 2019

# Un esperimento del secolo scorso

- Le basi teoriche dell'esperimento ben noto che qui riproponiamo risalgono alla fine del 1800;
- L'esperimento, nella forma nella quale viene oggi realizzato, fu realizzato, sebbene con tecniche diverse, agli inizi del secolo scorso
- La tecnica venne poi affinata da Perrin a cavallo delle due guerre mondiali
- Lo scopo degli esperimenti era la determinazione sperimentale delle dimensioni tipiche di una molecola

# L'esperimento

- La tecnica di misura utilizzata poggia le basi sulla possibilità di ottenere uno strato monomolecolare di una certa sostanza (o monoatomico se si trattasse di un elemento puro).
- Lavorando con ordini di grandezza quali quello del numero di Avogadro sorgerebbero immediatamente problemi tecnici di realizzazione pratica, anche lavorando con materiali molto malleabili.

# Stro

- La duttilità prestere già stati
- E non spe
- Ipotizzar estrema strato m sostanza (spigolo) dov ottenere un



# ari...

si  
che sono  
ntali

nte  
elle  $\alpha$

re uno  
grammo di  
mm di  
sarlo fino ad  
etri quadrati!



# Dallo strato monomolecolare alle "dimensioni" della molecola

- Una volta che un volume "noto" (misurato) di sostanza si dispone su uno strato monomolecolare se ne può calcolare l'altezza tramite la misura dell'area di base dello strato;
- Le ipotesi sulla "forma" della molecola rivestono un ruolo essenziale sul calcolo dell'altezza dello strato: i risultati possono variare di diversi ordini di grandezza ipotizzando fattori di forma diversi!



# Idee essenziali per la misura

- Nella sua idea iniziale l'esperimento che qui riproponiamo aveva lo scopo di misurare le dimensioni di un atomo (o meglio, in questo caso, di una molecola);
- Essendo noto il volume, possiamo indirettamente risalire al numero di molecole e di conseguenza al numero di Avogadro (la densità della sostanza è nota)

# L'esperimento

- Materiale occorrente:
  - Acido oleico (pochi ml sono sufficienti)
  - Esano o alcol (100 ml circa)
  - Acqua (meglio se distillata) qualche litro
  - Polvere di licopodio (o di gesso o di carbone)
  - Pipette graduate
  - Vaschetta rettangolare o cilindrica ampia (almeno 40cm di diametro)
  - Smartphone (con fotocamera) e geogebra (opzionali)

# Procedimento: operazioni preliminari

- Preparare preliminarmente una soluzione al 5 per mille di acido oleico in esano o alcol.
- Misurare il volume di una goccia di soluzione provando ad esempio a misurare il volume di 100 gocce e dividendo poi il volume misurato per 100 (→ riduzione dell'errore relativo)
- Esercitarsi a far fuoriuscire dalla pipetta una goccia per volta: nella procedura di misura sarà essenziale far cadere una sola goccia di soluzione nella vaschetta.
- Pulire la vaschetta nella quale successivamente andrà messa una certa quantità d'acqua (almeno qualche cm di livello)
- Spargere un leggerissimo strato di polvere di licopodio o gesso sulla superficie dell'acqua (l'unico scopo di questa accortezza è quello di misurare meglio la superficie della macchia di acido oleico che si verrà a creare sulla superficie dell'acqua)

# Procedimento...

- Far cadere una goccia di soluzione di acido oleico al centro della vaschetta contenente acqua e polvere di gesso;
- La "macchia" che si formerà tenderà ad espandersi piuttosto rapidamente assumendo una forma inizialmente circolare ma successivamente frastagliata e irregolare;
- Una volta che la macchia non si espande più occorrerà misurare l'area della macchia  
→ diverse tecniche di misura.

# Misurare l'area di una figura "irregolare"

- Metodo classico: si assume una forma approssimativamente circolare e si misurano i vari "diametri" in punti diversi, ricavando quindi un diametro "medio" che verrà utilizzato per calcolare l'area
- Metodo classico-moderno: si effettua una fotografia della macchia, facendo sì che un righello (o un oggetto di dimensioni note, ad esempio una moneta) compaia in fotografia, il più vicino possibile alla superficie della macchia. Si stampa la fotografia su un foglio a quadretti e si "conta" il numero di quadretti interamente ricoperti dalla macchia ( $A_{dif}$ ), quello dei quadretti toccati dalla macchia solo parzialmente ( $A_{bordo}$ ), che sommato al valore precedente fornisce una misura, in quadretti e ancora da "scalare") dell'area approssimata per eccesso ( $A_{ecc} = A_{dif} + A_{bordo}$ ). Si stima l'area della macchia come valor medio dell'area per eccesso e quella per difetto



Immagine fig1

# Qualche calcolo...

- La "macchia" è matematicamente un cilindroide la cui base è la superficie che si evidenzia sull'acqua;
- Il volume del cilindroide è "noto": si tratta della duecentesima parte del volume di una goccia di soluzione (che contiene 995 parti di alcol e 5 parti di acido oleico);
- L'altezza del cilindroide, "h" è quindi pari al volume diviso la superficie di base;
- Il numero di molecole è vincolato al fattore di forma ipotizzato per la molecola. Fra le varie strutture, dalla semplice sfera, al cubo, al cilindro (essendo quest'ultima struttura non simmetrica si ipotizzano diverse configurazioni relative al rapporto fra diametro e altezza del cilindro).

# Alcune accortezze sperimentali

- L'esperienza, sebbene non difficile, è soggetta a fonti di errore la cui propagazione porta a errori relativi consistenti e non facilmente valutabili a priori (ad esempio l'errore sulla stima dell'area della macchia potrebbe essere valutato con metodi statistici ma richiederebbe molto lavoro)
- La stima dell'errore sul volume di una singola goccia andrebbe effettuata con metodi statistici



# Elaborazione dati sperimentali

- Risultati sperimentali:
  - Soluzione di acido oleico al  $(7 \pm 0,1)\%$
  - Volume di una goccia di soluzione :  $(25 \pm 1)\text{mm}^3$
  - Area misurata:  $(6,2 \pm 0,2)\text{dm}^2$
  - Altezza molecola:  $(2,9 \pm 0,3)\text{nm}$

# Osservazioni sul calcolo dell'errore

- Per la valutazione dell'errore sull'area della macchia si è provveduto a disegnare 5 poligoni diversi calcolando poi la semidispersione massima;
- Per la valutazione dell'errore sul volume di una goccia di soluzione abbiamo contato per cinque volte il numero di gocce necessario a riempire un ml. Le misure portano a concludere che sia ragionevole supporre che le gocce siano di volume pressoché costante, con variazione percentuale non significativamente grande fra una goccia e l'altra (distribuzione normale gaussiana).

# Stima del numero di Avogadro

- L'ipotesi sulla forma della molecola influisce pesantemente sulla stima del numero di Avogadro
- Supponendo di non conoscere la struttura molecolare dell'acido oleico si possono ipotizzare diverse conformazioni geometriche. Per semplicità di trattazione utilizzeremo forme geometriche che presentano una certa regolarità (cubi, sfere, cilindri,...)

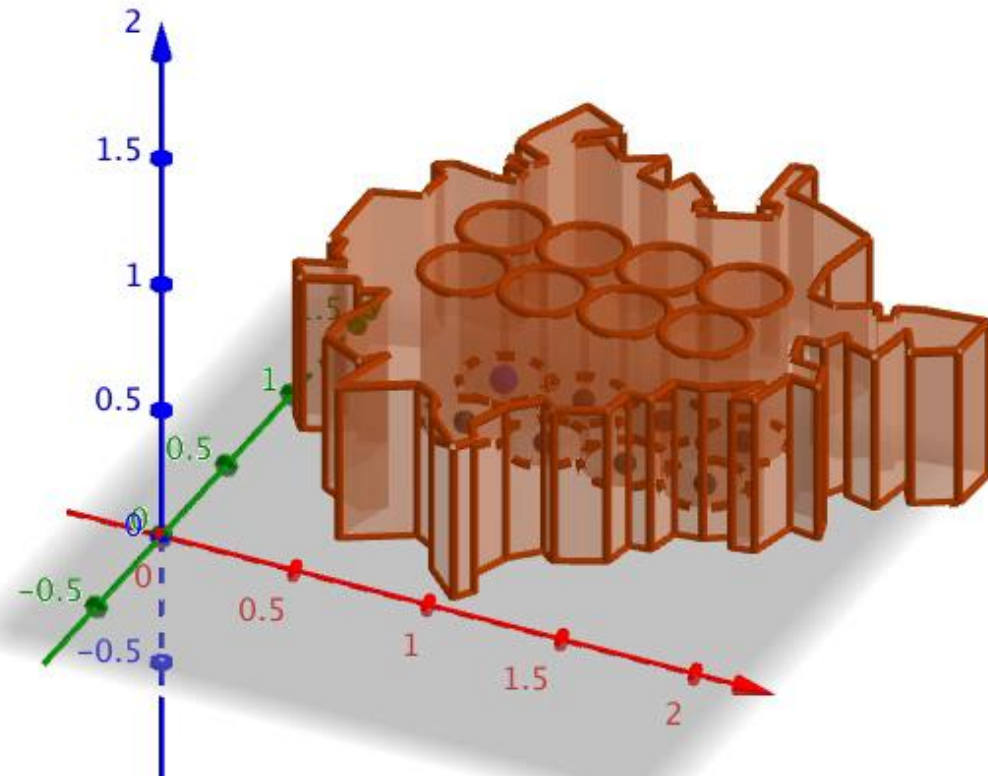
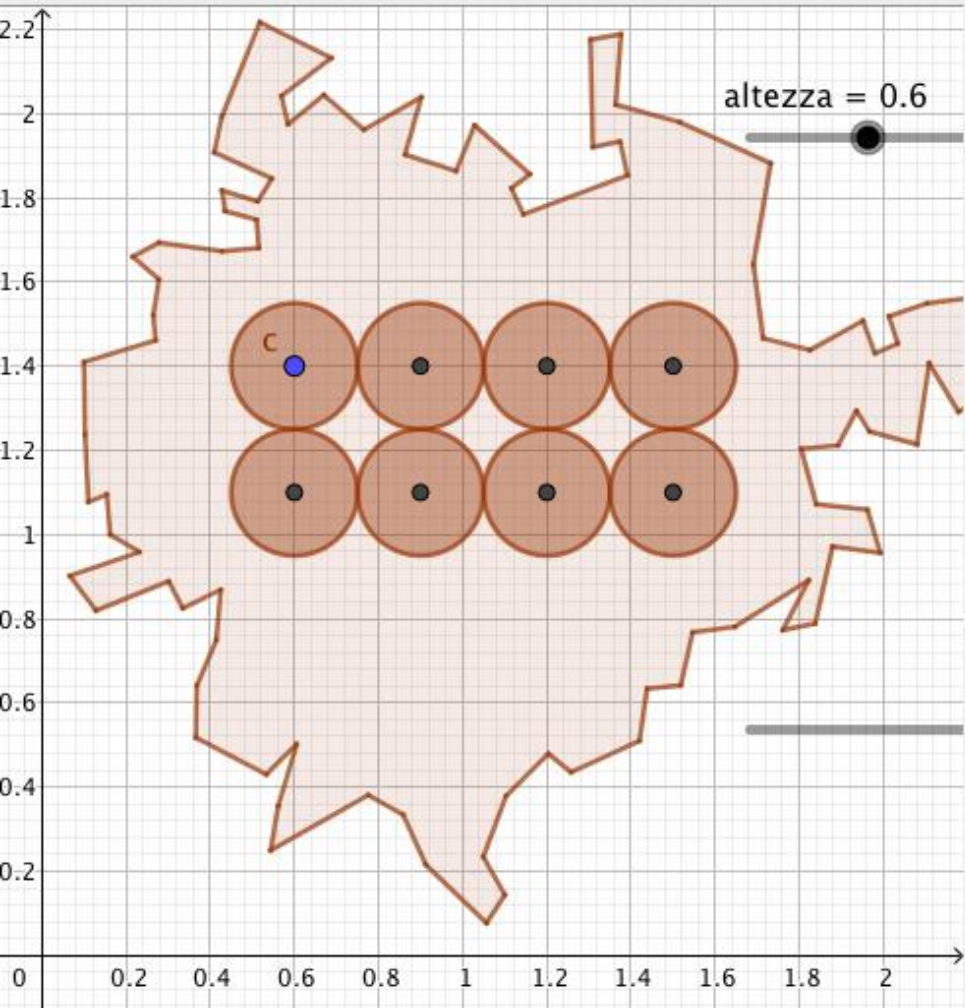
# Stima del numero di Avogadro

- Ipotesi molecole di forma sferica:
  - In questo caso il diametro della sfera dovrà coincidere con l'altezza della macchia sulla superficie dell'acqua
  - Il numero di sfere possibili, prevedendo un impacchettamento "efficiente" a celle esagonali, è pari a:

$$N = \frac{\sqrt{3} \times A}{6r^2}$$

- Ottenendo quindi una stima del numero di Avogadro (in mol<sup>-1</sup>) pari a:
- $$N_A = \frac{N}{n} = \frac{7,7 \times 10^{15}}{1,1 \times 10^{-7}} = 7 \times 10^{22}$$

# Stima del numero di Avogadro



strato monomolecolare risulterà di conseguenza  
fissato il diametro di base.

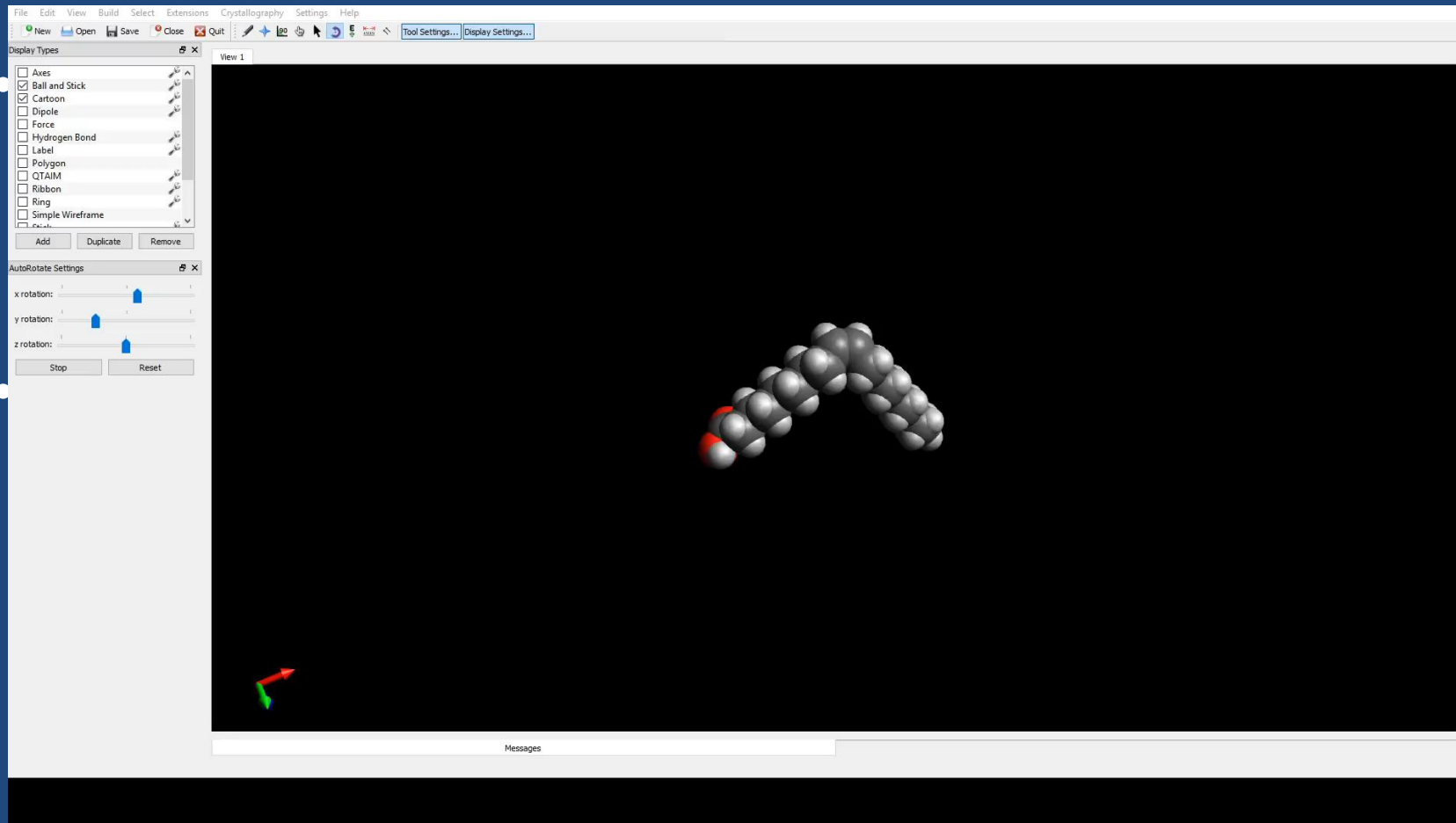
# Stima del numero di Avogadro

- Consideriamo il parametro intero  $k$ , rapporto fra l'altezza e il diametro del cilindro. Per alcuni valori di  $k$  riportiamo il valori sperimentali ottenuti:

	Sfera	Cilindro $k=1$	Cilindro $k=2$	Cilindro $k=3$	Cilindro $k=5$
Numero di molecole	$7,7 \cdot 10^{15}$	$9,2 \cdot 10^{16}$	$3,7 \cdot 10^{16}$	$8,3 \cdot 10^{16}$	$2,3 \cdot 10^{17}$
Numero di Avogadro ( $\text{mol}^{-1}$ )	$7,0 \cdot 10^{22}$	$8,4 \cdot 10^{22}$	$3,3 \cdot 10^{23}$	$7,5 \cdot 10^{23}$	$2,1 \cdot 10^{24}$

(errori relativi del 20% circa) DIFIMA 2019

# Conclusioni



ure  
are

non  
ha

comunque un rapporto diametro altezza simile a quello  
individuato da questo esperimento.