Alcune considerazioni elementari sulle celle fotovoltaiche.

Carlo Del Noce. Scuola Estiva di Genova dell'A.I.F.

16 luglio 2010.

1 Considerazioni economiche.

E' opinione comune che le celle fotovoltaiche consentano notevoli risparmi. Possiamo provare un calcolo di ordini di grandezza per controllare se questa opinione sia ben fondata. L'argomento si presta a un'interessante discussione in classe.

A giugno 2010, il prezzo dell'energia elettrica venduta dall'ENEL è di 0.135033 €/kWh. Il costo di un piccolo impianto a celle fotovoltaiche per utenza domestica, di 5 kW di potenza di picco, è di 22000 € [1], cioè 4400 € per kW di potenza massima. Perciò l'ordine di grandezza del tempo di ammortamento dell'impianto è di

$$\frac{4400\ \text{€/kW}}{0.135\ \text{€/kWh}} \approx 32.6 \cdot 10^3\ \text{h} \cdot \frac{1\ \text{d}}{12\ \text{ore medie di luce}} \cdot \frac{1\ \text{y}}{365.25\ \text{d}} \approx 7.4\ \text{y}.$$

Nella pratica il tempo di ammortamento è decisamente più lungo di questa stima grezza, perché dovremmo considerare anche la minore intensità di luce, rispetto a quella massima, incidente nelle diverse stagioni e con cielo coperto, i fattori geometrici dovuti alla diversa inclinazione dei raggi del Sole rispetto alle celle nelle ore della giornata e nell'arco dell'anno e, d'altra parte, la possibilità di rivendere l'energia prodotta in eccesso al gestore.

I primi due effetti menzionati innalzano il tempo di ammortamento a 26 anni circa, di fronte a una durata di vita di un impianto da 25 a 30 anni [2, pag. 20]. Infatti, dai dati dell'ENEL [2, pag. 17], un impianto a celle fotovoltaiche sul territorio italiano produce mediamente 1250 kWh all'anno per ogni kW di potenza di picco, in condizioni di orientamento ottimale verso

Sud e inclinazione di 30° sull'orizzontale, variando dai 1100 kWh all'anno al Nord ai 1400 kWh all'anno di Sardegna meridionale e Sicilia. Perciò il tempo di ammortamento è di

$$\frac{4400 \text{ €/kW}}{1250 \text{ kWh/(kW y)} \cdot 0.135 \text{ €/kWh}} \approx 26 \text{ y}.$$

Quindi sono solo la rivendita di energia prodotta in eccesso al gestore e soprattutto gli incentivi ecologici dallo Stato a rendere conveniente per gli individui l'installazione di impianti a celle fotovoltaiche per utenze domestiche.

2 Considerazioni geometriche sulla curva caratteristica di una cella fotovoltaica.

La curva caratteristica di un dispositivo elettronico è una rappresentazione geometrica del suo comportamento fisico. Da quanto leggiamo sui libri, per es. [3, p. 932], [4, p. 29], una cella fotovoltaica è costituita da una giunzione $p - n$ di silicio. Perciò ci aspettiamo che

(1) la sua curva caratteristica assomigli in qualche maniera a quella di un diodo, che pure è costituito da una giunzione $p-n$ di un semiconduttore.

Inoltre intuitivamente ci aspettiamo che ogni caratteristica fisica del nostro dispositivo corrisponda ad una certa caratteristica geometrica della sua curva caratteristica e vorremmo imparare a ritrovarla e interpretarla direttamente dal grafico.

Così, quando leggiamo sugli appunti di Cottalasso, Faè, Ferrando e Smerieri che

(2) la resistenza interna della cella fotovoltaica cambia con la corrente oppure che

(3) la resistenza ottima per il massimo trasferimento di potenza al carico varia con le condizioni di illuminazione della cella,

ci chiediamo come leggiamo questi comportamenti dalla curva caratteristica.

3 Osservazioni preliminari.

3.1 Convenzione di riferimento per i versi di tensioni e correnti.

Per convenzione, la corrente che attraversa un dispositivo bipolare viene considerata positiva quando scorre dal terminale a potenziale maggiore verso il terminale a potenziale minore, anche quando la corrente reale scorra nel verso opposto. Questa è la convenzione secondo la quale esprimiamo la legge di Ohm con la semplice equazione $v = Ri$ e la potenza *assorbita* da un bipolo con $P = vi$.

3.2 La curva caratteristica dei generatori nel piano $v-i$.

Poiché la curva caratteristica di una cella fotovoltaica si disegna facilmente nel piano $v - i$, che ha v sulle ascisse e i sulle ordinate, conviene che familiarizziamo un poco con la rappresentazione delle curve caratteristiche di generatori più semplici, su questo piano.

3.2.1 Convenzione dei generatori per i versi di tensioni e correnti.

I generatori di corrente o di tensione funzionano fisicamente erogando energia elettrica a spese di qualche altra fonte di energia. Essi sono in grado di far scorrere una corrente dal loro terminale a potenziale più basso verso quello a potenziale più alto. Perciò la scelta solita del segno positivo per la corrente che attraversa un generatore rispetta il loro comportamento fisico, anche se è opposta a quella già descritta nella sezione 3.1.

3.2.2 Generatore di tensione ideale.

Un generatore di tensione ideale è capace di mantenere ai capi dei suoi terminali una tensione costante, qualunque sia la corrente che lo attraversa. L'equazione caratteristica, $v = V_0$, è rappresentata da una retta verticale che interseca l'asse orizzontale nel punto di ascissa V_0, come nella figura 1.

Questo modello di generatore è chiaramente poco realistico, poiché la potenza che esso può erogare o assorbire è infinita.

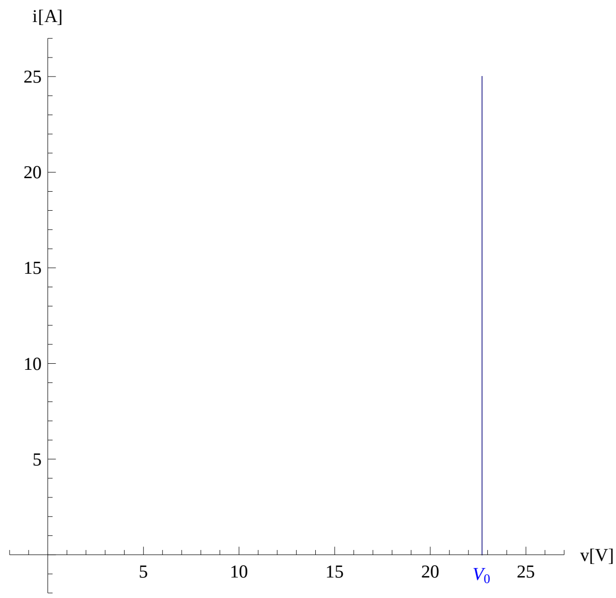

Figura 1: Curva caratteristica di un generatore di tensione ideale ; rappresenta l'equazione $v = V_0$.

3.2.3 Generatore di tensione con resistenza interna.

La potenza che un generatore reale può erogare avrà un valore massimo. Perciò, quando la corrente che esso genera aumenta, insieme con la potenza, ci aspettiamo che la tensione diminuisca. Il modello più semplice che possiamo immaginare con questa caratteristica è quello di una diminuzione di tensione, $V_0 - v$, proporzionale alla corrente, i, sintetizzato dall'equazione $v = V_0 - ri$, dove r è un coefficiente che prende il nome di *resistenza interna* del generatore. Anche fisicamente possiamo spiegarci la presenza di una resistenza interna come dovuta ai conduttori non ideali, ma reali e perciò con resistenza maggiore di zero, che trasportano la corrente all'interno del generatore e lo collegano ai suoi terminali esterni.

Se riscriviamo l'equazione caratteristica esplicitando la corrente, come

$$i = \frac{V_0}{r} - \frac{1}{r}\, v,$$

possiamo interpretarla geometricamente come l'equazione di una retta che interseca l'asse orizzontale nel punto di ascissa V_0 e ha pendenza $-1/r$, come nella figura 3.

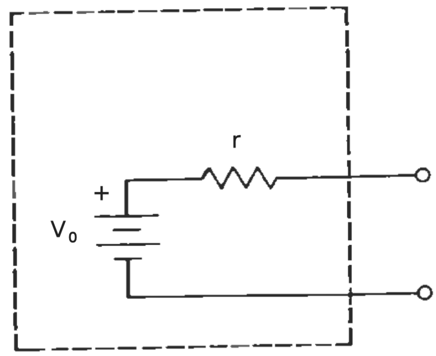

Figura 2: Schema circuitale di un generatore di tensione con resistenza interna.

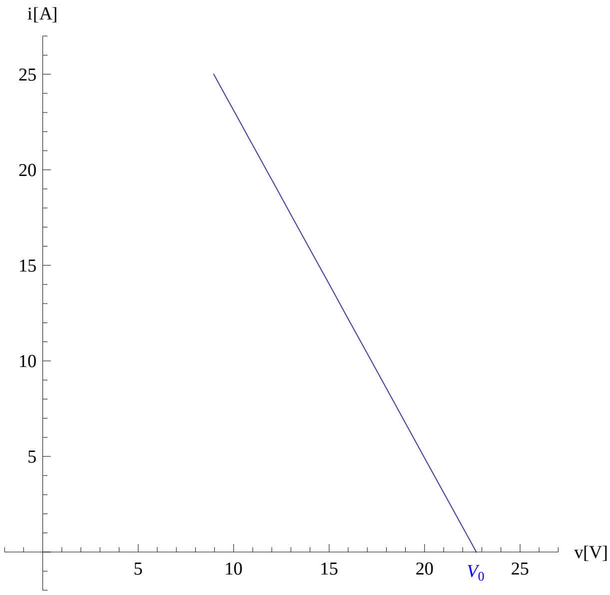

Figura 3: Curva caratteristica di un generatore di tensione con resistenza interna ; rappresenta l'equazione $i = V_0/r - v/r$.

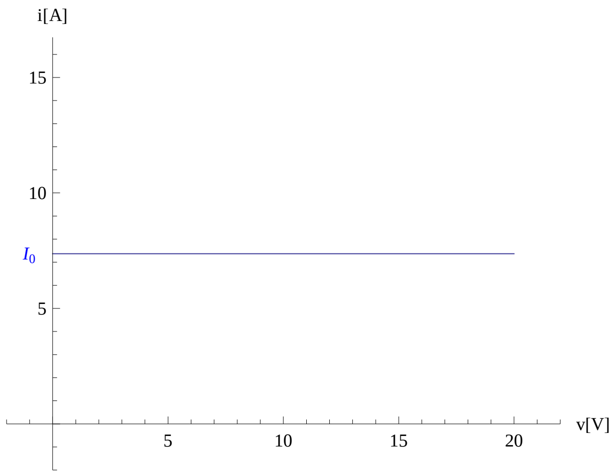

Figura 4: Curva caratteristica di un generatore di corrente ideale ; rappresenta l'equazione $i = I_0$.

Questo modello (figura 2) rappresenta con ottima approssimazione il comportamento reale di molte batterie come gli accumulatori al piombo delle automobili.

3.2.4 Generatore di corrente ideale.

Un generatore di corrente ideale è capace di far circolare una corrente costante, qualunque sia la tensione ai suoi capi. L'equazione caratteristica, $i = I_0$, è rappresentata da una retta orizzontale che interseca l'asse verticale nel punto di ordinata I_0, come nella figura 4.

Anche questo modello di generatore, come quello ideale di tensione, è poco realistico, poiché la potenza che esso può erogare o assorbire è infinita.

3.2.5 Generatore di corrente con resistenza interna.

Un buon generatore di corrente si comporta realisticamente come un generatore di corrente ideale con una resistenza in parallelo. Quanto più è grande la resistenza in parallelo, tanto migliore è il generatore. Il caso ideale corrisponde a una resistenza in parallelo che tende a un valore infinito.

L'equazione caratteristica di un generatore di corrente con resistenza interna è $i = I_0 - v/r$. Infatti la corrente, i, che effettivamente va al carico

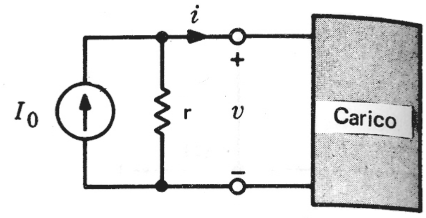

Figura 5: Schema circuitale di un generatore di corrente con resistenza interna.

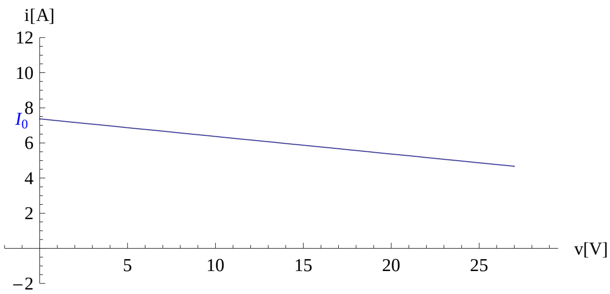

Figura 6: Curva caratteristica di un generatore di corrente con resistenza interna ; rappresenta l'equazione $i = I_0 - v/r$.

esterno (figura 5), è quella prodotta dal generatore ideale, I_0, meno quella che passa per il ramo parallelo con la resistenza interna. Se ai capi del generatore c'è una tensione, v, per la legge di Ohm, quest'ultima corrente è v/r.

La curva caratteristica è una retta che interseca l'asse verticale nel punto di ordinata I_0, come per il generatore di corrente ideale, ma è inclinata verso il basso con pendenza $-1/r$ (figura 6).

Gli apparecchi caricabatterie, come quelli per i telefoni cellulari, si comportano come generatori di corrente.

3.3 Generatore con un carico resistivo.

Se colleghiamo un generatore a un carico resistivo, la tensione ai capi del generatore e quella ai capi del carico devono essere eguali, per la legge di Kirchhoff delle tensioni, ovvero per la conservatività del potenziale elettrico. Inoltre, la corrente uscente dal generatore deve essere eguale alla corrente

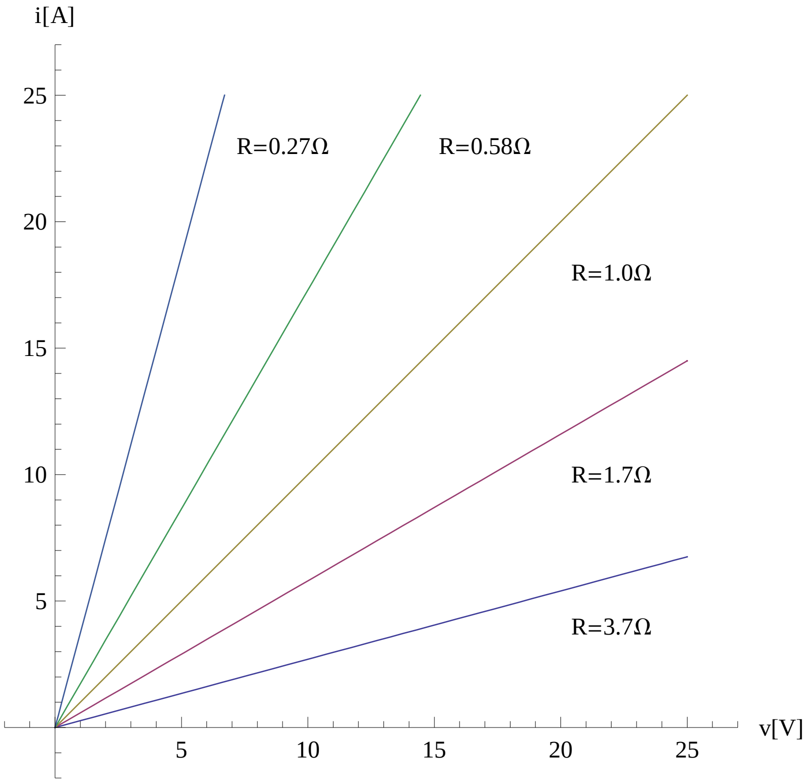

Figura 7: Grafico delle curve caratteristiche di resistenze con valori diversi ; rappresenta equazioni di forma $i = v/R$. La pendenza delle rette passanti per l'origine è inversamente proporzionale al valore della resistenza.

entrante nel carico, per la legge di Kirchhoff delle correnti, ovvero per la conservazione della carica elettrica. Se adottiamo la convenzione dei segni della sezione 3.1 per il carico e la convenzione dei segni della sezione 3.2.1 per il generatore, possiamo sovrapporre la curva caratteristica del generatore e quella del carico su uno stesso grafico. Allora il punto di intersezione delle due curve ha per coordinate la tensione e la corrente che misureremmo nel circuito realizzato fisicamente. Questo punto si chiama *punto di lavoro* del circuito.

La curva caratteristica di un carico resistivo è una retta passante per l'origine con pendenza inversamente proporzionale alla resistenza di carico (figura 7) e rappresenta l'equazione $i = v/R$.

Per esempio consideriamo un generatore di tensione con resistenza in-

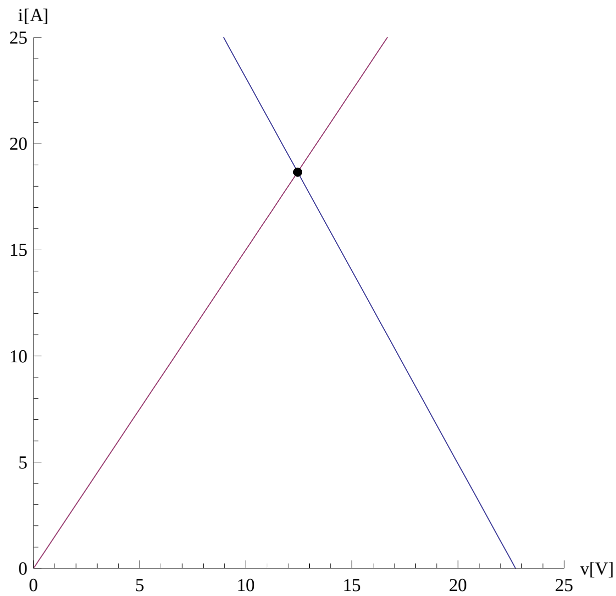

Figura 8: Punto di lavoro di un circuito con un generatore di tensione con resistenza interna (linea blu) e una resistenza di carico (linea viola).

terna, r, che alimenta una resistenza di carico, R. Il punto di lavoro cade sull'intersezione delle due curve ed è mostrato nella figura 8.

Algebricamente esso è dato dalla soluzione del sistema seguente :

$$\begin{cases} v = V_0 - ri, \\ v = Ri\,; \end{cases}$$

cioè da

$$\begin{cases} i = \dfrac{V_0}{r+R}, \\[2ex] v = V_0\,\dfrac{R}{r+R}. \end{cases} \tag{1}$$

Le equazioni (1) hanno una semplice interpretazione fisica. La prima esprime la legge di Ohm per la resistenza equivalente alla serie della resistenza di carico e della resistenza interna del generatore. La seconda mette la tensione sul carico e la tensione sulla serie delle due resistenze in proporzione ai valori stessi di queste resistenze, poiché sono percorse dalla stessa corrente nel circuito (formula del partitore di tensione).

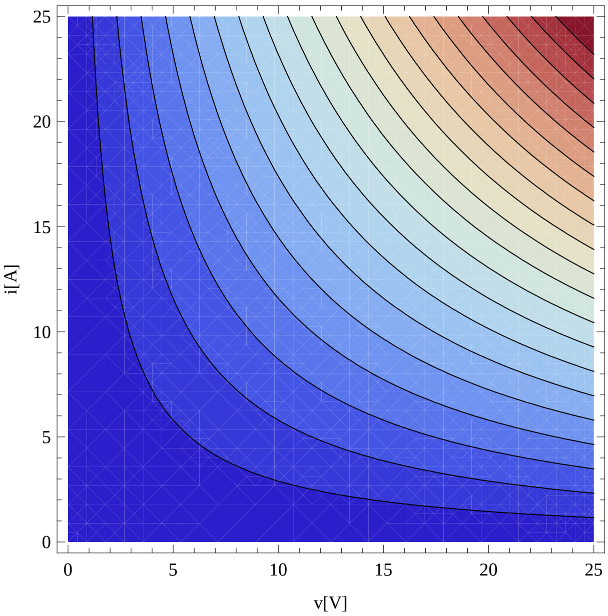

Figura 9: Curve di livello della potenza erogata da un generatore. La regione colorata in rosso corrisponde ad alta potenza erogata, mentre quella colorata in azzurro a bassa potenza erogata. Le curve collegano i punti con eguale potenza erogata e sono dei rami di iperboli equilatere.

3.4 Potenza erogata da un generatore.

La potenza erogata da un generatore è eguale al prodotto della tensione ai suoi capi, v, per la corrente uscente dal generatore, i. Nella figura 9 disegniamo le curve di livello della potenza erogata.

Nella figura 10 disegniamo il grafico tridimensionale della potenza erogata, corrispondente alla quota di un punto della superficie, in funzione di tensione, corrispondente all'ascissa, e corrente, corrispondente all'ordinata.

Nel caso di un generatore di tensione con resistenza interna, r, che alimenta una resistenza di carico, R, la potenza trasferita al carico vale

$$P = vi = V_0^2 \frac{R}{(r+R)^2}, \tag{2}$$

che è il prodotto delle due equazioni del sistema (1).

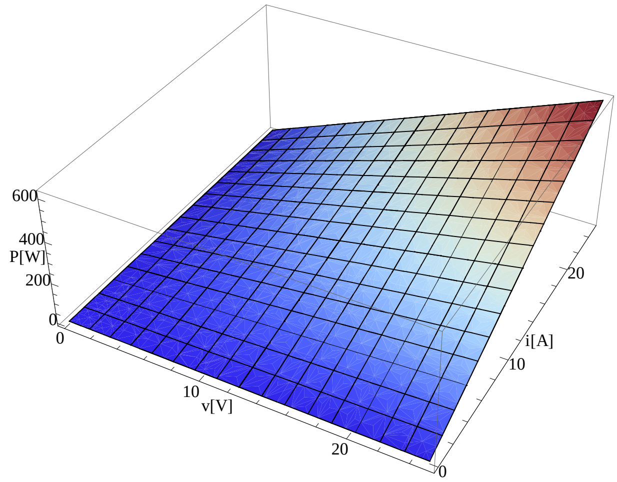

Figura 10: Grafico a tre dimensioni della potenza erogata da un generatore. La quota dei punti è proporzionale alla potenza. La regione colorata in rosso corrisponde ad alta potenza erogata, mentre quella colorata in azzurro a bassa potenza erogata.

3.5 Massimo trasferimento di potenza al carico.

Per esercitarci nell'uso della rappresentazione geometrica del piano $v - i$, cerchiamo quale valore della resistenza massimizzi il trasferimento di potenza dal generatore al carico.

Immaginiamo di avere un generatore di tensione con una resistenza interna fissa di valore r e tensione di circuito aperto V_0. Disegniamo la curva caratteristica di questo generatore sovrapposta alle curve di livello della potenza erogata, come in figura 11.

Il punto di lavoro del circuito deve trovarsi sulla curva caratteristica del generatore, rappresentata con il tratto spesso nella figura 12. Più il punto di lavoro è spostato in alto e maggiore è la potenza assorbita dal carico. I punti con quota maggiore sono disegnati con colore rosso nella figura 12.

Da un'ispezione della figura 11 facilmente intuiamo che la curva di livello corrispondente alla potenza massima è tangente alla curva caratteristica del generatore.

Perciò l'intersezione tra la retta e l'iperbole rappresentate dalle due equazioni

$$\left\{ \begin{array}{rcl} v & = & V_0 - ri; \\ P_{\max} & = & vi \end{array} \right.$$

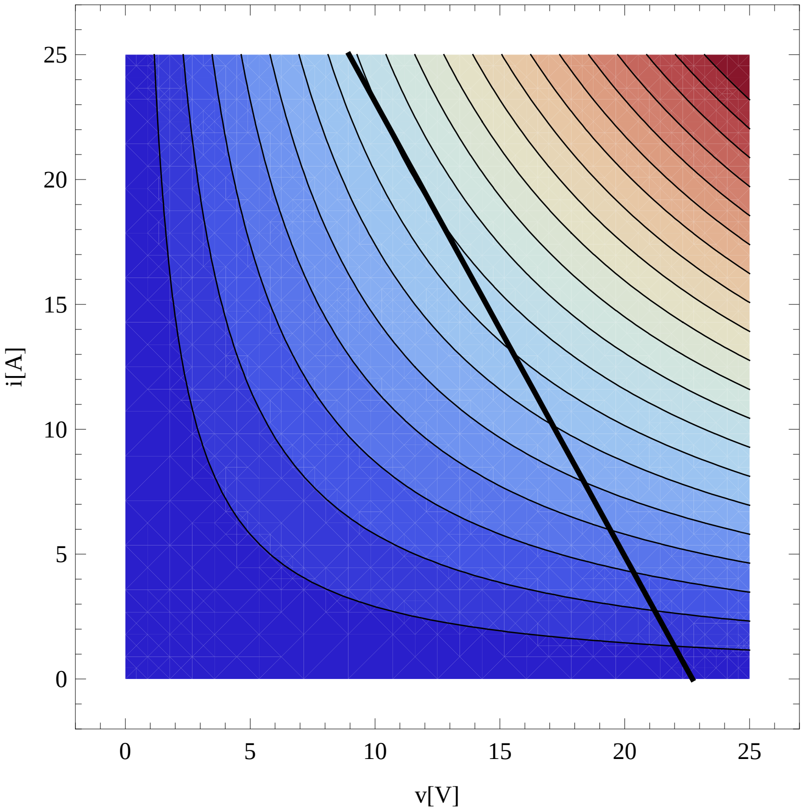

Figura 11: Grafico della curva caratteristica di un generatore di tensione con resistenza interna (tratto spesso) sovrapposto alle curve di livello della potenza erogata (tratti sottili). La regione colorata in rosso corrisponde ad alta potenza erogata, mentre quella colorata in azzurro a bassa potenza erogata.

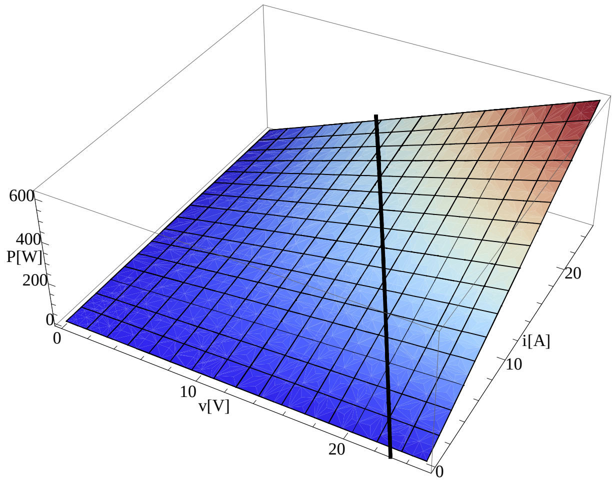

Figura 12: Grafico a tre dimensioni della curva caratteristica di un generatore di tensione con resistenza interna (tratto spesso). La quota dei punti è proporzionale alla potenza erogata dalla cella. La regione colorata in rosso corrisponde ad alta potenza erogata, mentre quella colorata in azzurro a bassa potenza erogata.

deve essere doppia. Scriviamo l'equazione risolvente di questo sistema di secondo grado :

$$P_{\max} = (V_0 - ri)i\,,$$

ovvero

$$ri^2 - V_0 i + P_{\max} = 0.$$

La condizione di tangenza corrisponde all'annullamento del discriminante dell'equazione :

$$\Delta = V_0^2 - 4P_{\max} r = 0.$$

Da qui troviamo che la potenza massima trasferita al carico vale

$$P_{\max} = \frac{V_0^2}{4r}.$$

Essa deve essere eguale alla formula generica vista sopra, equazione (2),

$$\frac{V_0^2}{4r} = V_0^2 \frac{R}{(r+R)^2}.$$

Ciò accade quando
$$(r + R)^2 = 4rR.$$
Riscriviamo questa equazione come
$$(r + R)^2 - 4rR = 0$$
e poi, ricordando i prodotti notevoli, come
$$(r - R)^2 = 0.$$
Da quest'ultima formula facilmente vediamo che l'equazione è risolta se e solo se $R = r$. Perciò otteniamo il massimo trasferimento di potenza al carico, quando ne scegliamo la resistenza eguale alla resistenza interna del generatore.

4 Osservazioni sulle celle fotovoltaiche.

4.1 Curva caratteristica di una cella fotovoltaica.

Una cella fotovoltaica è una giunzione $p - n$ al silicio, come un diodo di raddrizzamento. Intuitivamente ci aspettiamo che la sua curva caratteristica assomigli a quella di un diodo. Leggiamo sui libri, per es. [3, p. 932], [4, p. 31], che è proprio così. Appare chiaro che la curva caratteristica di una cella fotovoltaica ha la stessa forma di quella di un diodo, ma traslata in basso. Con la convenzione di riferimento dei versi di tensioni e correnti (sezione 3.1), la curva passa nel I, III e IV quadrante. Quando la cella fotovoltaica viene usata come rivelatore e misuratore di luce, per esempio nelle applicazioni astrofisiche [4], il suo punto di lavoro si trova nel III o IV quadrante. Noi intendiamo usarla come generatore di energia elettrica. Nel IV quadrante, la corrente è negativa con una tensione positiva. Questo significa che la cella è capace di fare scorrere una corrente dal suo terminale a basso potenziale verso quello ad alto potenziale, ovvero che si comporta proprio come un generatore. Perciò ci converrà adottare per essa la convenzione per i versi di corrente dei generatori (sezione 3.2.1), che ha la corrente opposta, cioè cambiata di segno, rispetto alla convenzione di riferimento. Geometricamente questo cambiamento di segno corrisponde a una riflessione del grafico rispetto all'asse orizzontale. Troviamo così curve caratteristiche con la forma indicata nella figura 14.13 di [3].

Così abbiamo risposto alla questione (1) della sezione 2.

L'intersezione della curva caratteristica con l'asse verticale ha un'ordinata che si chiama *corrente di corto circuito*. Infatti in tale intersezione la tensione ai terminali della cella è nulla e perciò i terminali si possono cortocircuitare fra loro. Se pensiamo a un punto di lavoro in tale intersezione, la corrispondente retta del carico deve avere pendenza infinita. Questo accade quando la resistenza di carico vale 0, cioè è un conduttore perfetto, un corto circuito.

Invece l'intersezione della curva caratteristica con l'asse orizzontale ha un'ascissa che si chiama *tensione di circuito aperto*. In tale intersezione la corrente che passa attraverso la cella è nulla e perciò i suoi terminali possono essere scollegati dal circuito. Se pensiamo a un punto di lavoro in tale intersezione, la corrispondente retta del carico deve avere pendenza 0. Questo accade quando la resistenza di carico tende all'infinito, cioè lascia passare così poca corrente, come se il circuito fosse aperto.

4.2 Equazione costitutiva della cella fotovoltaica.

L'equazione di Shockley di un diodo ha forma

$$i = I_{\mathrm{R}} \left[\exp\left(\frac{v}{\eta V_{\mathrm{T}}} \right) - 1 \right],$$

(p.es. [5, pag. 14-11]), dove I_{R}, chiamata corrente di saturazione in polarizzazione inversa ("<u>R</u>everse", in inglese), è una caratteristica del diodo, $V_{\mathrm{T}} = k_{\mathrm{B}} T / q_{\mathrm{e}}$, che vale circa 25.3 mV a temperatura ambiente, è il prodotto della costante di Boltzmann per la temperatura assoluta diviso per la carica dell'elettrone, ed η è un parametro circa compreso fra 1 e 2 che dipende principalmente dal semiconduttore di cui è fatto il diodo. Esso vale circa 2 per il silicio.

L'equazione di una curva traslata in basso di una quantità I_0 sarà

$$i = I_{\mathrm{R}} \left[\exp\left(\frac{v}{\eta V_{\mathrm{T}}} \right) - 1 \right] - I_0.$$

Dopo avere cambiato il segno di i, per passare alla convenzione dei generatori, riscriviamo l'equazione come segue

$$i = I_{\mathrm{CC}} - I_{\mathrm{CC}} \frac{\exp\left(\frac{v}{\eta V_{\mathrm{T}}} \right) - 1}{\exp\left(\frac{V_{\mathrm{CA}}}{\eta V_{\mathrm{T}}} \right) - 1}. \tag{3}$$

Osserviamo che quando la tensione $v = 0$, il numeratore della frazione si annulla e perciò $i = I_{\mathrm{CC}}$. Quindi interpretiamo il parametro I_{CC} come la corrente di Corto Circuito. Invece, quando $v = V_{\mathrm{CA}}$, il numeratore e il denominatore della frazione sono eguali e perciò $i = 0$. Quindi interpretiamo V_{CA} come la tensione di Circuito Aperto.

La corrente di corto circuito aumenta in maniera pressoché proporzionale all'intensità della luce che incide sulla cella [3, fig. 14.13]. Invece la tensione di circuito aperto dipende molto poco dall'intensità della luce, ma dipende dalla temperatura [3, fig. 14.14].

4.3 Resistenza interna della cella fotovoltaica.

Per fissare le idee, consideriamo una cella fotovoltaica con $V_{\mathrm{CA}} = 10.3$ V e $I_{\mathrm{CC}} = 160$ mA, come quella usata nelle prove da Cottalasso, Faè, Ferrando e Smerieri. Scegliamo inoltre $\eta \approx 40$ per avere un denominatore eguale a uno negli argomenti degli esponenziali e per vedere il "ginocchio" della curva caratteristica con una curvatura piuttosto piccola. Il termine tecnico ginocchio viene dall'inglese *knee*. Ricordiamo che la parola usata dagli antichi greci per l'angolo geometrico, $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$, ha proprio la stessa radice della parola usata per il ginocchio, $\gamma\acute{o}\nu\upsilon$.

Se vogliamo pensare la cella come un generatore di tensione ideale con resistenza interna, dovremo approssimare l'equazione (3) linearmente nelle vicinanze del punto di lavoro $(v_{\mathrm{L}}, i_{\mathrm{L}})$. Geometricamente questa approssimazione lineare corrisponde a confondere la curva caratteristica, di forma esponenziale, con la sua retta tangente nel punto di lavoro. Poiché la curva caratteristica non è lineare, la pendenza della retta tangente è diversa a seconda del punto di lavoro, cioè di i_{L} (figura 13).

Così abbiamo risposto alla questione (2) della sezione 2.

4.4 Comportamento approssimato di una cella fotovoltaica.

Sappiamo che il comportamento circuitale approssimato di un diodo, usato come valvola, è quello di un circuito aperto, quando la sua tensione è negativa, e di un corto circuito, quando la tensione è positiva. Un poco più precisamente, quando la caduta di potenziale ai suoi capi raggiunge circa 0.6 V, esso lascia passare qualunque corrente positiva.

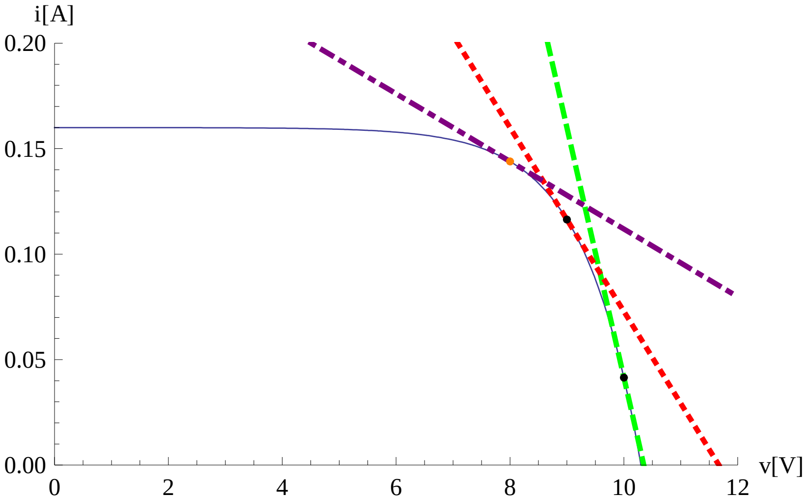

Figura 13: Approssimazioni lineari della curva caratteristica di una cella fotovoltaica in diversi punti di lavoro. La resistenza interna del generatore è inversamente proporzionale all'opposto della pendenza delle rette disegnate. La retta tratteggiata in verde corrisponde a un punto di lavoro con $v = 10$ V, $i = 41$ mA e ad una resistenza interna $r = 8.4\ \Omega$. La retta tratteggiata in rosso corrisponde a un punto di lavoro con $v = 9$ V, $i = 116$ mA e ad una resistenza interna $r = 23\ \Omega$. La retta tratteggiata in viola corrisponde a un punto di lavoro con $v = 8$ V, $i = 144$ mA e ad una resistenza interna $r = 62\ \Omega$.

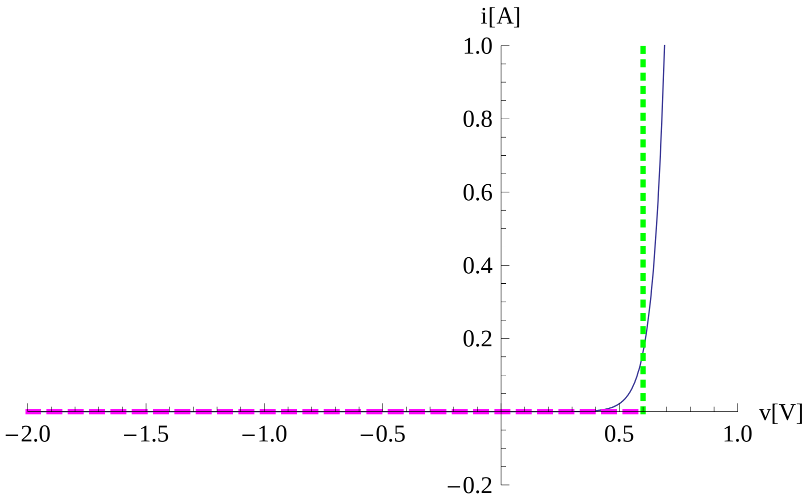

Figura 14: Approssimazione lineare a tratti della curva caratteristica di un diodo (linea continua sottile). Per tensioni negative, il diodo agisce come un circuito aperto con $i \approx 0$ (linea tratteggiata in magenta). Per tensioni superiori a $v \approx 0.6$ V, il diodo lascia passare qualunque corrente positiva (linea tratteggiata in verde).

Quest'approssimazione corrisponde geometricamente a confondere la sua curva caratteristica esponenziale con due tratti rettilinei, come nella figura 14.

Analogamente ci possiamo chiedere che interpretazione fisica dare all'approssimazione geometrica della curva caratteristica di una cella fotovoltaica con tratti di retta, come in figura 15.

Da quanto abbiamo imparato nelle precedenti sezioni 3.2.3 e 3.2.5 e dal confronto del tratto orizzontale tratteggiato in magenta della figura 15 con la figura 6, possiamo dire che per basse tensioni la cella si comporta come un buon generatore di corrente, cioè come un generatore di corrente ideale con una grande resistenza in parallelo. Nel caso dell'esempio numerico considerato, la resistenza interna in parallelo con il generatore di corrente vale circa 1.3 kΩ.

Possiamo realizzare un circuito in cui la cella lavora in questa regione, scegliendo un carico con piccola resistenza. Infatti, affinché il punto di lavoro si trovi in questa regione, la retta che rappresenta la resistenza di carico deve avere una grande pendenza (vedere le figure 7 e 8). Ma la pendenza della

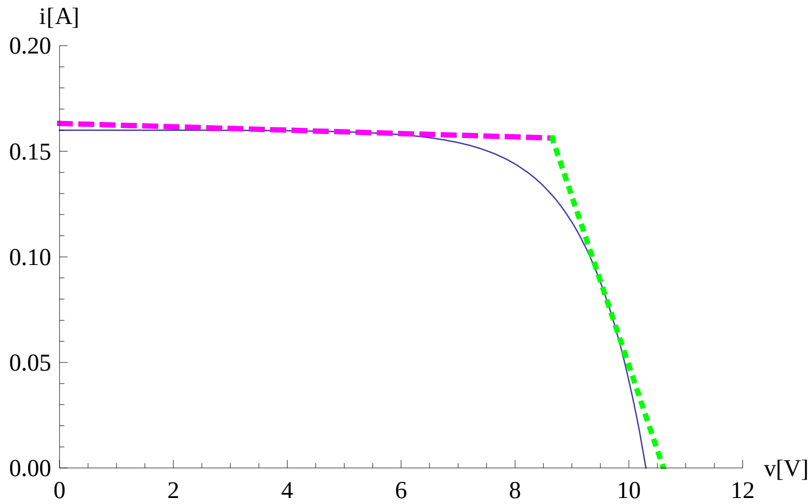

Figura 15: Approssimazione lineare a tratti della curva caratteristica di una cella fotovoltaica (linea continua sottile). La linea tratteggiata in magenta è la retta tangente in un punto situato circa a metà del tratto orizzontale, con ascissa $v = 5$ V. La linea tratteggiata in verde è la retta tangente in un punto situato circa a metà del tratto verticale, con ordinata $i = 80$ mA.

retta di carico è inversamente proporzionale alla resistenza, nel piano $v - i$. Molto semplicemente, dal punto di vista fisico, se vogliamo che il generatore eroghi una grande corrente, sceglieremo una resistenza di carico piccola, che ne permetta il passaggio.

Analogamente, dal confronto del tratto verticale tratteggiato in verde della figura 15 con la figura 3, possiamo dire che per basse correnti la cella si comporta come un buon generatore di tensione, cioè come un generatore di tensione ideale con una piccola resistenza in serie. Nel caso dell'esempio numerico considerato, la resistenza interna in serie al generatore di tensione vale circa 13 Ω.

Possiamo realizzare un circuito in cui la cella lavora in questa regione, scegliendo un carico con grande resistenza. Dal punto di vista fisico, la spiegazione è semplice : vogliamo che la tensione del punto di lavoro sia grande e la corrente piccola. Se scegliamo una resistenza di carico grande, ci assicuriamo una piccola corrente, per la legge di Ohm.

4.5 Massima potenza trasferita dalla cella fotovoltaica.

A questo punto possiamo chiederci come convenga scegliere il valore della resistenza di carico, per massimizzare la potenza trasferita dalla cella fotovoltaica. Dalla figura 16, che mostra il grafico a tre dimensioni, e dalla figura 17, che mostra il grafico con le curve di livello, facilmente vediamo che la potenza trasferita è massima nei punti della curva caratteristica più vicini alla regione colorata in rosso. Questi punti cadono in prossimità del ginocchio della curva. Dunque, anche la retta rappresentativa della resistenza ottimale passa per il ginocchio della curva caratteristica della cella, come mostrato nella figura 18.

Dalla figura 14.13 di [3] o dalla figura 1.1.21 di [4], vediamo che, se cambiano le condizioni di illuminazione della cella, la posizione del ginocchio trasla verso l'alto nel piano $v - i$. Perciò cambia anche il valore della resistenza ottima, come mostrato nella figura 19.

Così abbiamo risposto alla questione (3) della sezione 2.

La scelta di una resistenza ottima non può essere adatta a tutte le condizioni di illuminazione.

Le considerazioni geometriche svolte finora consentono di prevedere *come* debba variare la resistenza di carico ottima per il trasferimento di potenza, quando cambiano le condizioni di illuminazione.

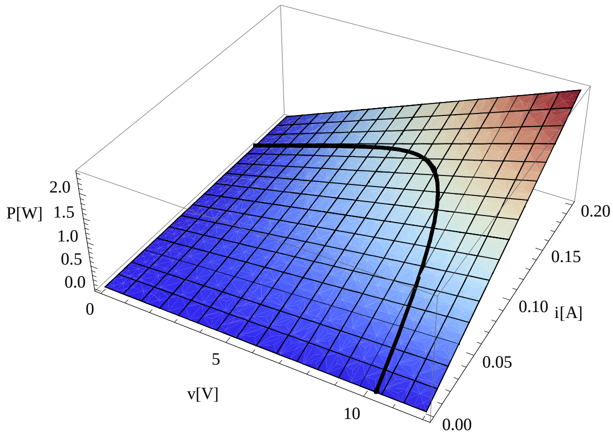

Figura 16: Grafico a tre dimensioni della curva caratteristica della cella fotovoltaica (tratto spesso). La quota dei punti è proporzionale alla potenza erogata dalla cella. La regione colorata in rosso corrisponde ad alta potenza erogata, mentre quella colorata in azzurro a bassa potenza erogata.

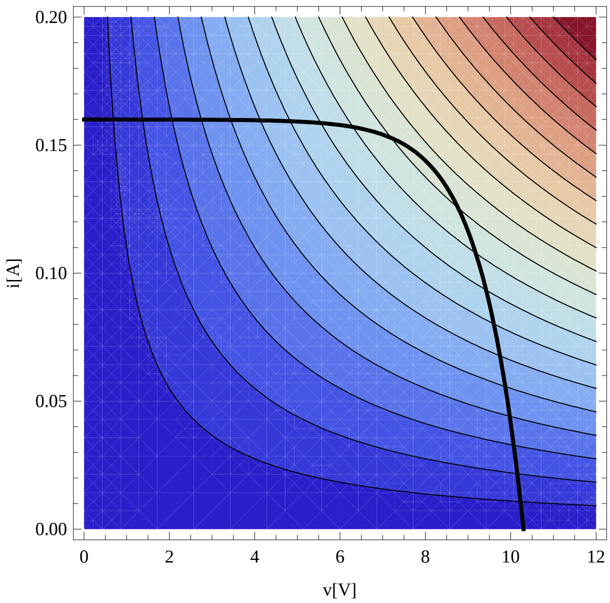

Figura 17: Grafico della curva caratteristica della cella fotovoltaica (tratto spesso) sovrapposto alle curve di livello della potenza erogata (tratti sottili). La regione colorata in rosso corrisponde ad alta potenza erogata, mentre quella colorata in azzurro a bassa potenza erogata.

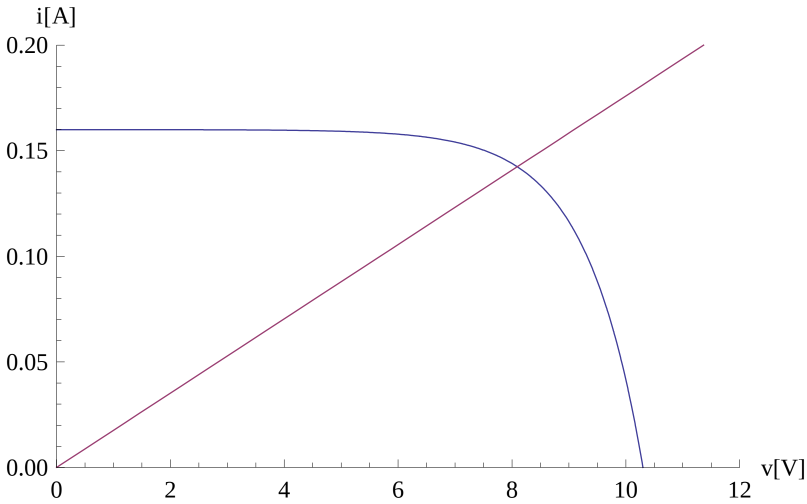

Figura 18: Grafico della curva caratteristica della cella fotovoltaica e della curva caratteristica della resistenza di carico che massimizza la potenza trasferita.

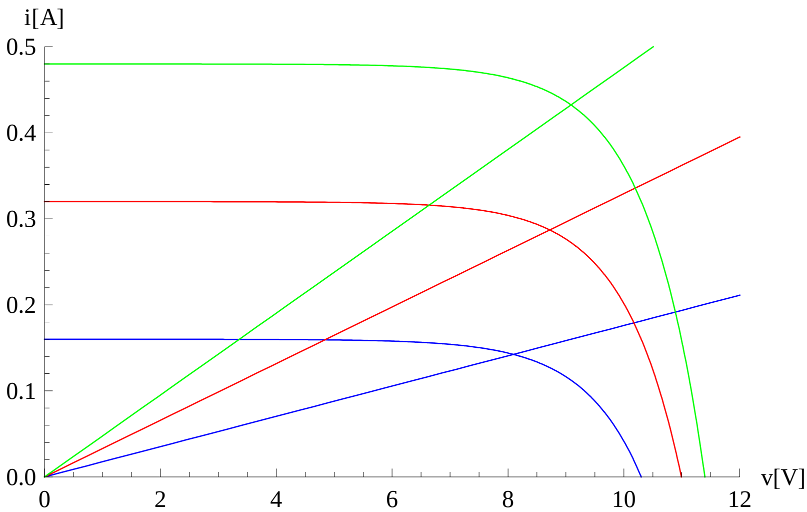

Figura 19: Grafici di curve caratteristiche della cella fotovoltaica per diverse condizioni di illuminazione (pari a 1 unità arbitraria, curva in blu, 2 u.a., curva in rosso, e 3 u.a., curva in verde) e delle curve caratteristiche delle rispettive resistenze che massimizzano il trasferimento di potenza al carico. I valori di resistenza corrispondenti sono 57 Ω, 30 Ω e 21 Ω.

Abbiamo visto che la curva caratteristica della cella fotovoltaica ha una forma approssimativamente rettangolare, nel piano $v-i$ (figura 15), e che la curva rappresentativa della resistenza di carico è praticamente la diagonale di questo rettangolo, come mostra chiaramente la figura 18. Quando cresce l'intensità di luce incidente sulla cella, aumenta proporzionalmente anche l'altezza di tale rettangolo e, con essa, la pendenza della retta di carico, che è $1/R$. In conclusione, possiamo prevedere approssimativamente che la resistenza di carico ottima è inversamente proporzionale all'intensità della luce incidente sulla cella.

Un rapido calcolo nei casi considerati per la figura 19 conferma questa previsione. I prodotti della resistenza ottima per l'intensità di illuminazione, misurata in unità arbitrarie (u.a.), valgono 57 Ω u.a., 60 Ω u.a. e 63 Ω u.a., rispettivamente. Essi rimangono costanti entro il 5%.

Possiamo dare anche una semplice spiegazione fisica del cambiamento di resistenza ottima al variare delle condizioni di illuminazione della cella. Poiché la corrente erogata dalla cella aumenta proporzionalmente con l'intensità di luce incidente, per fare passare questa maggiore corrente nel carico senza diminuire la tensione, perché sennò non aumenterebbe la potenza, dobbiamo diminuire la resistenza di carico. In termini algebrici, vogliamo che, quando cresce i, aumenti anche P, in $P = vi$. Perciò vogliamo che v rimanga circa costante. Ma $v = Ri$, per la legge di Ohm. Se vogliamo tenere v costante e aumentare i, dobbiamo diminuire R, in maniera inversamente proporzionale ad i.

Riferimenti bibliografici

[1] http://www.enel.it/enelsi/offerta/casa_risp_energetico/imp_fotovoltaici.

[2] http://www.enel.it/enelsi/offerta/doc/Fotovoltaico_2010.pdf.

[3] Horowitz, Paul e Hill, Winfield, 1989. *The Art of Electronics.* 2ª edizione. Cambridge : Cambridge University Press.

[4] Kitchin, C.R., 1991. *Astrophysical Techniques.* 2ª edizione. Bristol : Institute Of Physics Publishing.

[5] Feynman, R.P., Leighton, R.B., and Sands, M., 1965. *The Feynman Lectures on Physics. Quantum Mechanics.* Vol. 3. Reading, Mass. : Addison-Wesley Publishing Company.